ग्रंथसंपादक व ग्रंथप्रसारक मंडळींची ग्रंथमाला.

ग्रंथ ५८ वा.

भारतीय ज्योतिर्गणित.

लेखक

श्रीपाद कृष्ण कोल्हटकर.
बी. ए., एल् एल्. बी.

प्रकाशक
दामोदर सांवळाराम आणि मंडळी,
जनरल प्रिंटर्स, पब्लिशर्स व एजंटस्, इत्यादि ठाकुरद्वाररोड-मुंबई

सन १९१२ इ०

किंमत २ रुपये.

इं पुस्तक घर नंबर ४३४ ठाकुरद्वाररोड मुंबई, येथें 'इंदुप्रकाश' छापखान्यांत रा॰ रा॰ दामोदर सांवळाराम यंदे, यांनीं छापून प्रसिद्ध केलें.

प्रस्तावना.

एका बाजूनें काव्यासारख्या ललितकलेशीं व दुसऱ्या बाजूनें धर्मासारख्या गंभीर विषयाशीं सादृश्य पावणारें जर एखादें शास्त्र असेल तर तें ज्योतिःशास्त्र होय. या शास्त्रानें सृष्टींतील सकृद्दर्शनीं स्वतंत्र व स्वेच्छाचारी वाटणारे असंख्य, विशाल व तेजस्वी गोल क्षुद्र परमाणूंइतकेच नियमबद्ध आहेत हें मनास पटून त्यांत अनुरूपतेची भावना उत्पन्न होते; व अपरिमित विशालत्वाचें आकलन करण्याची संवय लागून कल्पनाशक्तीचें पोषण होतें. त्याबरोबरच सृष्टीचें अनंतत्व व स्वतःचें क्षुद्रत्व लक्ष्यांत येऊन अंगीं लीनता व धर्मप्रवणता उत्पन्न होते. सुमारें ९॥ कोटी मैल हें जें सूर्यापासून पृथ्वीचें अंतर तें ज्या शास्त्रांतील दिक्परिमाण व ४३२०००००० वर्षे हें ज्यांतील कालपरिमाण, त्याच्या अध्ययनानें असे अद्भुत चमत्कार घडून आले तर नवल नाहीं.

या शास्त्रानें कल्पना व श्रद्धा यांचेंच पोषण होतें असें नाहीं, तर विचारशक्तीचेंही समाधान होतें. मनुष्यमात्राच्या मनांत जिज्ञासा ही एक अत्यंत प्रबल वासना आहे. आज जगांत ज्या आश्चर्यकारक शास्त्रीय सुधारणा दिसत आहेत, त्या सर्व याच वासनेचें फल होत. या वासनेच्या तृप्तीस्तव शोधकलोक प्राणांची पर्वा न करितां समुद्राचा ठाव पाहतात, नभोमंडलांत संचार करितात, भूगर्भगत मार्गांनीं प्रवास करितात, हिमालयासारख्या नगराजाच्या मुकुटावर आरोहण करितात, व पृथ्वीच्या अज्ञात अंताचा अंत लावितात. जों जों हिचा विषय दुर्ज्ञेय त्या मानानें हिचा जोरही अधिक असतो. हीच वासना परिणामीं अदृश्य परमाणूंना दृश्य करिते, चंद्रासारख्या दूरस्थ गोलास हांकेच्या अंतरावर आणून

ठेविते, विशाल अंतरांनीं वियुक्त अशा भिन्न भिन्न स्थानांपासून पाहिल्या-सही ज्यांच्या दिशेंत बालाग्र अंतर दिसून येत नाहीं अशा ज्योतींचीं अंतरें, वजनें व घटकावयव हुडकून काढिते. ज्योतिःशास्त्र हें या वासनेचें अत्यंत आवडतें शास्त्र आहे; कारण सृष्टीचीं अज्ञेयात्मक दोन टोंकें वगळलीं म्हणजे उरलेल्या चमत्कारांत या शास्त्रांतील चमत्कारांइतके दुर्ज्ञेय चमत्कार सांपडणें कठिण. या वासनेला बळी पडून अनेक ज्योतिष्यांनीं आजपर्यंत जलसमाधि घेतली आहे व अनेकांनीं असह्य छळ सोसून अखेर अग्नींत उड्या घेतल्या आहेत. या वासनेच्या तृप्तीपासून अननुभूत आनंद व्हावा यात कांहीं नवल नाहीं. सृष्टचमत्कारविषयक अज्ञानामुळें मनाला जी तळमळ लागून राहते, ती ज्योतिःशास्त्राच्या अध्ययनानें पुष्कळ अंशीं दूर होऊन त्यास स्थैर्य व समाधान उत्पन्न होतें. इतर शास्त्रांच्या अध्ययनानें विचारशक्तीची वाढ होऊन तिला व्यवस्थित वळण मिळतें तसें या शास्त्राच्या अध्ययनापासूनही मिळतें, हें येथें निराळें सांगण्याची कांहीं जरूर नाहीं.

या शास्त्राच्या अध्ययनापासून वर सांगितलेल्या मानसिक परिणामां-शिवाय दुसरे कोणतेही परिणाम झाले नसते, तरी त्याची योग्यता कोण-त्याही तऱ्हेनें कमी झाली नसती. कारण मनुष्याचें जीवित भावनामय असून ज्यायोगें त्याच्या उच्च भावनांस पोषण व समाधान मिळतें त्याची केवळ विषयसुखोत्पादि वस्तूंपेक्षां श्रेष्ठता निर्विवाद आहे. इंद्रियद्वारा प्रत्यक्षपणें प्राप्त होणारें ज्ञान व सुख हीं मानसिक संपदेचें बाह्य कवच मात्र होत. त्यांच्याकडून गूढतर ज्ञानाची व आनंदाची कधींही बरोबरी होणार नाहीं. तथापि ज्योतिःशास्त्रापासून मनुष्याच्या बाह्य सुखांतही भर पडली आहे. ज्याप्रमाणें रसायनशास्त्रानें किमयेचा खोटेपणा जगाच्या निदर्शनास आणून विचारशक्तीचा अस्थानीं होणारा व्यय थांबविला, त्याप्रमाणें ज्योतिःशास्त्रानें ग्रहणविषयक व इतर भ्रामक समजुतींचें निरसन करून विचारांचा ओघ अयोग्य दिशेकडून योग्य दिशेकडे वळविला आहे. या शास्त्राच्या परिशीलनापासून दिशा, काल, ऋतु, भरती, ओहोटी, इत्या-दिकांचें ज्ञान होऊन त्या ज्ञानाचा व्यवहारांत पदोपदीं उपयोग होतो. कोलंबसानें एकदां चंद्रग्रहणप्रसंगीं रानटी लोकांपासून उद्भवलेलें अरिष्ट टाळून उलट त्यांवर हिकमतीनें छाप बसविली, ती याच शास्त्राच्या जोरा-

घर. शिवाय दुर्बोध वाक्यांतील एकाही अज्ञात शब्दाचा अर्थ कळला म्हणजे इतर शब्दांचे अर्थ निश्चित करण्यास जशी मदत होते, त्याप्रमाणें एका शास्त्रांतील नियमांच्या ज्ञानानें इतर शास्त्रांतील नियमांवर प्रकाश पडून त्यांचें नीट आकलन करितां येतें. दर्शनानुशासनशास्त्राची जशी ज्योतिःशास्त्रास मदत झाली, तशी ज्योतिःशास्त्राचीही त्यास झाली आहे. गुरुत्वाकर्षणाच्या सिद्धांताची उत्पत्ति ज्योतिःशास्त्रविषयक उपपत्ति लावण्याकरितां झाली खरी; पण यानें गतिशास्त्र व यंत्रशास्त्र जन्मास येऊन त्या शास्त्रांनीं विमानें, उल्हाटयंत्रें इत्यादिकांच्या द्वारें मनुष्यजातीच्या सुखदुःखांत बरीच भर टाकिली आहे. त्या सिद्धांतानें अलीकडे धरणीकंप, भूपृष्ठांत होणारे विकार या गूढ चमत्कारांचाही बराच चांगला उलगडा केला आहे.

पाश्चात्यांचें ज्योतिःशास्त्र कोपार्निकसच्या काळापर्यंत आपल्या ज्योतिःशास्त्राइतकच प्रौढावस्थेस आलें होतें. तेव्हांपासून विद्येचें पुनरुज्जीवन (renaissance, नवीन प्रदेशांचे शोध, धर्मसुधारणा इत्यादि कारणांमुळें इतर शास्त्रांप्रमाणें याही शास्त्राची प्रगति होत गेली. ही प्रगति विशेष झपाट्याची होण्यास दुर्बिणीची युक्ति आणि पृथक्करणात्मक भूमिति व शून्यलब्धि या गणितशाखांतील व गुरुत्वाकर्षणाच्या नियमांचा शोध हीं प्रत्यक्ष कारणें झालीं. गुरुत्वाकर्षणाच्या नियमाच्या बलावर धूमकेतूंच्या कक्षांचीं स्वरूपें व गुरु, शनि, चंद्र या ग्रहांस द्यावयाचे विशेष संस्कार काढितां आले. इतकेंच नाहीं, तर त्याच्या गणितानें नेपच्युन या ग्रहाचा शोधही लागला. पाश्चात्य ज्योतिषांत ग्रहांच्या मंदफलाची जी सामान्य सारणी शंकुच्छेदगणित, गुरुत्वाकर्षणाचा नियम व लाग्रांजचा सिद्धांत यांच्या आधारानें तयार केली आहे, तिचा एकटीचा जरी विचार केला तरी मनुष्याच्या कल्पकतेबद्दल आदर वाटल्यावाचून राहत नाहीं.

यापुढें उपोद्घातांत भारतीय ज्योतिषाचा संक्षिप्त इतिहास दिला आहे, त्यावरून दिसून येईल कीं, आपलें ज्योतिःषशास्त्र पाश्चात्य ज्योतिःशास्त्रास आधारभूत झालेल्या खाल्डियन, ग्रीक व इजिप्शियन ज्योतिषांशीं समकालीन असून वर्षमान, उच्चपातस्थानें, मध्यम चंद्रगति इत्यादि अनेक बाबतींत तें त्यांच्याही पुढें गेलें होतें. त्याच्या एका शाखेचा पुरस्कर्ता आर्यभट यानें तर पृथ्वीची दैनंदिनगति मानण्यापर्यंत देखील मजल नेली होती.

फार काय, पण गुरुत्वाकर्षणाचा नियमही भारतीय सिद्धांतग्रंथांत बीजरूपानें सांपडतो. प्रचलित भारतीय ज्योतिषाचें बहुतांशीं पूर्ण स्वरूप ज्यांत सामग्र्यानें पहावयास मिळतें, असा भास्कराचार्यकृत सिद्धांतशिरोमणि हा ग्रंथ होय. हल्लीं आपणांमध्यें अत्यंत प्रचारांत असलेला ग्रहलाघव हा करणग्रथ याच ग्रंथाच्या आधारानें रचलेला आहे.

भारतीय ज्योतिषाचें सोपपत्तिक अध्ययन करणें हें पाश्चात्य ज्योतिषाच्या अध्ययनापेक्षां बरेंच सोपें आहे. असें असतां सूर्यसिद्धांत, सिद्धांतशिरोमणि, यांसारख्या ग्रंथांचें तर राहोच, पण ग्रहलाघवासारख्या ग्रंथाचेंही आपणांकडे सोपपत्तिक अध्ययन होऊं नये ही मोठ्या खेदाची गोष्ट आहे.

ज्या विद्वानांनीं विश्वविद्यालयांत पाश्चात्य ज्योतिःशास्त्र हा ऐच्छिक विषय घेऊन त्याचें उत्तम परिशीलन केलें असतें, त्यांचें साहजिकच भारतीय ज्योतिषाकडे दुर्लक्ष्य असतें. याचें एक कारण तें ज्योतिष हल्लींच्या प्रौढावस्थेस पोहोंचलेल्या ज्योतिषाच्या मानानें कमी योग्यतेचें आहे हें, व दुसरें कारण त्यांतील परिभाषेचें अज्ञान, हें होय. भारतीय ज्योतिषाचा अभ्यास आधुनिक विद्वानांस ज्ञानदृष्ट्या उपयुक्त जरी झाला नाहीं तरी इतिहासदृष्ट्या मनोरंजक व अभिमानजनक आहे. अशा विद्वानांनीं मनावर घेतल्यास त्या ज्योतिषाचें अध्ययन त्यांना फारच सोपें जाईल. कारण ज्योतिषविषयक बऱ्याच गोष्टी भारतीय व पाश्चात्य ज्योतिषांस साधारण असल्यामुळें त्या त्यांच्या अवलोकनांत आलेल्याच असतात. जेथें दोहींमध्यें भेद असतो तेथें पूर्वोक्त ज्योतिषांतील प्रकार त्यांच्या जोडीच्या उत्तरोक्त ज्योतिषांतील प्रकारांपेक्षां फार सोपे असतात परिभाषेची अडचण फारच थोड्या श्रमानें दूर होण्यासारखी आहे, हा लेखकाचा स्वतःचा अनुभव आहे.

या दोन प्रकारच्या ज्योतिषांस अनेक गोष्टी साधारण असल्यामुळें केवळ भारतीय ज्योतिषाचें ज्ञान झाल्यानेंही पाश्चात्य ज्योतिषांतील बऱ्याच भागांचें आपोआप ज्ञान होतें. जेथें दोहोंत अंतर असेल तेथें तें अंतर कळल्यास भारतीय ज्योतिषाच्या बरोबर पाश्चात्य ज्योतिषाचेंही अध्ययन होतें. अशा प्रकारें तुलनात्मक अभ्यास केल्यास साधारण बुद्धीच्या प्रवेशपरीक्षेच्या विद्यार्थ्यांस एक वर्षापेक्षां अधिक वेळ लागणार नाहीं अशी खात्री वाटते.

प्रस्तुत निबंधाच्या लेखकास ज्योतिष हा विषय पूर्वीपासून अत्यंत प्रिय असे. परंतु त्याची गणितांत मुळींच गति नसल्यामुळें त्याजकडून बरेच दिवस ज्योतिर्गणिताचा अभ्यास झाला नाहीं. यामुळें त्याची त्या विषया-संबंधानें जिज्ञासा वाढत मात्र गेली. शेवटीं असमर्थतेवर इच्छेचा पगडा बसून त्यानें ज्योतिर्गणिताचा अभ्यास करण्याचा संकल्प केला व गुरूचा अभाव, योग्य पुस्तकांची उणीव हीं प्रतिकूल कारणें असतांही त्यानें तो तडीस नेला. मात्र त्यास या साधनांची व कुशाग्रबुद्धीची जोड असती तर कार्यसिद्धीसाठीं जितका वेळ लागला असता त्याच्या दसपट वेळ लागला. याप्रमाणें त्यास अत्यंत श्रम पडले खरे; पण त्याबरोबर त्यास एका दृष्टीनें लाभही झाला. कारण विषय कितीही दुर्बोध असो, त्याचें अनेकदां व एकाग्रतेनें अवलोकन केलें असतां बुद्धिमंदासही त्याचें ज्ञान करून घेतां येतें, हें तत्त्व त्यास स्वानुभवानें कळून आलें. हें अध्ययन चालू असतांना त्यास अनिर्वाच्य आनंदाचा अनेकदां अनुभव आला, हेंही येथें नमूद केलें पाहिजे. हें अध्ययन कारितांना मेन व गॉडफ्रे यांचे ज्योतिर्गणितविषयक ग्रंथ, केरोपंती ग्रहसाधनाचीं कोष्टकें व रा. केतकरांचें ज्योतिर्गणित, या ग्रंथांचा त्यास फार उपयोग झाला.

पाश्चात्य ज्योतिर्गणिताचा अभ्यास सुरू करण्याचे संधीस निबंधलेखकाच्या दृष्टीस ग्रहलाघव हा ग्रंथ पडून त्याच्या उपपत्तीकडे त्याचें लक्ष्य वेधलें. त्या ग्रंथावरील मल्लारिकृत टीकेंत पदोपदीं सिद्धांतशिरोमणींतील वाक्यांचा दाखला दिलेला असल्यामुळें त्या ग्रंथाचें अवलोकन करणें त्यास भाग पडलें. साधनांच्या अभावामुळें हा मार्गही त्यास पहिल्याप्रथम अडखळत व चांचपडत आक्रमावा लागला. कांहीं दिवसांनीं पंडित बापूदेवशास्त्री यांचें सूर्यसिद्धांताचें इंग्रजी भाषांतर व गोलाध्यायाच्या भाषांतरास त्यांनीं जोडलेल्या टीपा पहाण्यांत आल्या व त्यांच्या साहाय्यानें भारतीय ज्योतिष विशद होत गेलें.

पाश्चात्य व भारतीय ज्योतिषांचें अध्ययन करण्याची इच्छा होण्यास व ती पार पाडण्यास कै. वा. शंकर बाळकृष्ण दीक्षित यांच्या ‘ भारतीय ज्योतिःशास्त्र ’ या सर्वोत्कृष्ट ग्रंथाचें फार साहाय्य झालें. हा ग्रंथ तुलनात्मक आहे. परंतु यांत ज्योतिर्गणित आलेलें नाहीं. ज्योतिर्गणितावर तुलनात्मक निबंध मराठींत किंवा इंग्रजींत लिहिलेला प्रस्तुत लेखकास

माहित नाहीं. अशा निबंधाची आवश्यकता त्यास स्वानुभवानें तीव्रपणें भासत असल्यामुळें त्यानें १९०६ सालीं प्रस्तुत निबंध लिहिण्याचा विचार केला, व तो लवकरच अमलांतही आणिला. या निबंधाची अनेक स्थित्यं-तरें होत होत त्यास पांच वर्षांत सांप्रतचें स्वरूप प्राप्त झालें. हा निबंध दोषरहित करण्याचा लेखकानें आपणांकडून शक्य तितका प्रयत्न केला आहे. परंतु लेखकाच्या अल्प सामर्थ्यामुळें यांत अजूनही अनेक दोषस्थलें राहिलीं असतील ही भीति प्रांजलपणें प्रकट केल्यावांचून राहवत नाहीं.

या निबंधास प्रथम ‘ हिंदूंचें ज्योतिर्गणित ’ हें नांव दिलें होतें. ‘ हिंदु ’ हा शब्द ‘ सिंधु ’ या शब्दापासून निघाला असावा असें दिसतें. सिंधुनद एके काळीं समुद्राप्रमाणें विशाळ होता, असें विद्वानांचें मत आहे. त्याच्या पूर्वेकडील प्रदेशास ‘ सिंधुस्थान ’ हें नांव पडणें स्वाभाविक आहे. यांतील ‘सिंधु’ या शब्दाचा अपभ्रंश होऊन ‘हिंदुस्थान’ हें देशवाचक व ‘ हिंदु ’ हें जनवाचक नाम निघालें असावें. परंतु हल्लीं हिंदु या शब्दाचा ‘काळा मनुष्य ’ असा अर्थ रूढ असल्यामुळें या निबंधाचें पूर्वीचें नांव बदलून ‘ भारतीय ज्योतिर्गणित ’ हें नांव ठेवण्यांत आलें. या निबंधास ज्या ग्रंथांचा विशेषेंकरून उपयोग झाला त्यांत ‘ भारतीय ज्योतिःशास्त्र ’ व ‘ज्योतिर्गणित ’ हे प्रमुख होत. यांच्या अपत्याचें नांव त्यांच्या नामांशांनीं घटित असल्यास तें अनुरूपच म्हटलें पाहिजे.

वर भारतीय व पाश्चात्य ज्योतिषांवरील ज्या ग्रंथांचा निर्देश केला आहे, त्यांची योग्यता समजण्यास या निबंधाची जर किंचित्‌ही मदत झाली तर त्या ग्रंथांच्या ऋणांतून अंशतः तरी उतराई झाल्यासारखें लेखकास वाटेल. याच्या वाचनानें थोड्या वाचकांस का होईना, ज्योतिषाविषयीं जिज्ञासा उत्पन्न झाली किंवा यत्किंचित् ज्ञानाचा किंवा आनंदाचा लाभ झाला तरी आपल्या श्रमांचें सार्थक झालें असें तो समजेल. फार काय, पण याहून अधिक योग्यतेचा ग्रंथ लिहिण्याची एखाद्यास प्रेरणा होण्यास यांतील दोष जरी कारण झाले, तरी या निबंधाचें जन्म सफल झालें असें समजून लेखक समाधानच मानील.

हा निबंध छापतांना शक्य तितकी खबरदारी घेऊनही त्यांत लेख-काच्या विशिष्ट परिस्थितीमुळें कांहीं मुद्रणाचे व इतर दोष राहिले. एके ठिकाणीं तर एका कंसांतर्गत घातचिन्हानें उड्डाण मारून व कंसाचा वध

करून त्याच्या मस्तकावर आरोहण केलें ! हे सर्व दोष शुद्धिपत्रांत दुरुस्ती-सह दिले आहेत. तथापि या निबंधाच्या मुद्रणासंबंधानें आलेल्या विलक्षण अनुभवावरून यांत शुद्धिपत्रांतील दोष वर्ज्य करून एकही मुद्रणदोष राहिला नाहीं अशी खात्री देववत नाहीं.

भारतीय ज्योतिषाचा अभ्यास करितांना लेखकास अनेक शंका आल्या. त्यांचें प्रिन्सिपॉल रघुनाथ पुरुषोत्तम परांजपे, नागपूर येथील प्रोफेसर गोपाळ केशव गर्दे, अकोल्याचे रा. रा. रामचंद्र विनायक धर्माधिकारी यांनीं आपला अमोल वेळ खर्च करून निरसन केलें, व वे. शा. सं. विनायक पांडुरंग खानापुरकर यांनीं गोलाध्यायाच्या आपल्या मराठी भाषांतराच्या हस्तलिखित प्रतींतील प्रश्नाध्यायाचा भाग मला पाहूं दिला व या रीतीनें पर्यायानें या निबंधास साहाय्य केलें, याबद्दल लेखक त्यांचा अत्यंत ऋणी आहे. या निबंधाची शुद्ध प्रत व त्यांतील आकृति तयार करण्याचे कामीं रा. रा. धुंडिराज रंगनाथ शेवेंकर, रा. रा. महादेव नारायण पारसनीस व रा. रा. अनंत नारायण मोहोळकर यांनीं जी मदत केली, तिजबद्दल त्यांचे मनःपूर्वक आभार मानिले पाहिजेत. रा. रा. शंकर पांडुरंग जोशी यांनीं लेखकाच्या इतर लेखांप्रमाणें या निबंधाच्याही एका मोठ्या भागाची शुद्ध व सुंदर प्रत करून व इतर प्रकारेंही जें अमोल साहाय्य केलें त्याचाही येथें कृतज्ञतापूर्वक निर्देश केला पाहिजे.

सरतेशेवटीं गणितासारख्या विषयावर लिहिलेल्या निबंधाचें मुद्रण हें बऱ्याच श्रमाचें व धिमेपणाचें काम असतां व लेखकास अनेकदां मोठे व घोंटाळ्याचे फेरफार करावे लागल्यामुळें तें काम पुष्कळपटीनें अधिक बिकट झालें असतां तें अत्यंत समाधानकारक रीतीनें पार पाडल्याबद्दल शेट दामोदर सांवळाराम यंदे व त्यांचे हुशार मदतनीस यांचे उपकार मानणें जरूर आहे.

लेखकास व्यक्तिविषयक असें जें सांगावयाचें होतें, तें या प्रस्तावनेंत प्रकट केलें आहे. निबंधाच्या विषयासंबंधानें त्यास जें स्पष्टीकरण करावयाचें आहे, तें उपोद्घातांत दिलें आहे.

विषयानुक्रमणिका.

भाग पहिला.

स्थानकालगणना.

(पृष्ठ १ ते ७५)

भाग दुसरा.

ज्योतींच्या क्रांतिवृत्तीय गतिस्थिति.

(पृष्ठ ७६ ते १२४)

भाग तिसरा.

अंतरिक्षांतील चमत्कार.

(पृष्ठ १२५ ते १६६)

भाग चवथा.

भारतीय ज्योतिषास लागणारें गणित.

(पृष्ठ १६७ ते २१०)

परिशिष्टें.

(पृष्ठ २११ ते २३७).

उपोद्घात.

या निबंधांत भारतीय ज्योतिषाची बहुधा एका विशिष्ट काळाचीच स्थिति दिली आहे. हा काळ भास्कराचार्यकृत सिद्धांतशिरोमणीचा होय. हा काळ भारतीय ज्योतिषाच्या अत्यंत पूर्णावस्थेचा होता. त्या ज्योतिषाच्या परिणत अवस्थेंत त्याच्या विविध अंगांबद्दल जीं प्रचलित प्रमेयें होतीं, तीं सर्व त्यांच्या उपपत्तीसह सिद्धांतशिरोमणींत पहावयास सांपडतात. त्या प्रमेयांहून भिन्न व वस्तुस्थितीशीं अविसंवादि अशीं प्रमेयें त्यापूर्वींच्या व नंतरच्या काळांत आढळून येतात; नाहीं असें नाहीं. उदाहरणार्थ, भास्कराचार्यांपूर्वीं झालेल्या आर्यभटाच्या सिद्धांतांत पृथ्वीची दैनंदिनगति मानिली आहे व त्यांच्यानंतर झालेल्या ग्रंथांत चंद्राचे फलसंस्काराशिवाय आणखी कांहीं संस्कार मानिले आहेत. या गोष्टी अर्थात्च अपवादरूप असून, पाश्चात्यांशीं परिचय होण्यापूर्वीं आपणांकडे प्रचलित असलेल्या सिद्धांतांस परक्याच होत असें म्हटल्यास चालेल. तथापि ज्याअर्थीं या निबंधांत भारतीयांच्या प्रमेयांची व सारण्यांची पाश्चात्यांच्यांशीं तुलना केली आहे, त्याअर्थीं त्यास मुख्यत्वेंकरून आधारभूत असलेल्या ग्रंथाच्या पूर्व व उत्तर कालांतील भारतीय ज्योतिःशास्त्राच्या स्थितीची माहितीही देणें अवश्य आहे. शिवाय कोणत्याही विषयाचा प्रगतिपर (dynamical) विचार केल्यानें त्याच्या विशिष्टकालीन स्थितीवर चांगला प्रकाश पडतो हें तत्त्व विद्वन्मान्य आहे, व या तत्त्वास अनुसरून या निबंधांत प्रतिपादिलेल्या विषयांचा पूर्वेतिहास देणें आवश्यक आहे. या इतिहासांत प्रमुख गोष्टींचाच समावेश केला असून, त्यास मुख्यत्वेंकरून कै. रा. रा. शंकर बाळकृष्ण दीक्षित यांच्या 'भारतीय ज्योतिःशास्त्रा'चा आधार आहे. त्यावरून सिद्धांतशिरोमणीची

सापेक्ष योग्यता कळण्यास मदत होईल, व ज्या भारतीय ज्योतिःशास्त्राच्या सौर, आर्य व ब्राह्म या शाखांस धीवृद्धिदतंत्र, सिद्धांतशिरोमणि, ग्रहलाघव, इत्यादि सुंदर फळें आलीं, त्याच्या कांहीं मुळ्या वेदकालीन ऋषींच्या पर्णकुटिकांपर्यंत, कांहीं कौरवपांडवांच्या समरभूमीपर्यंत व कांहीं ग्रीक ज्योतिष्यांच्या व्यासपीठांपर्यंत कशा पोहोंचलेल्या आहेत हें वाचकांस दिसून त्यांच्या कल्पनेस बरीच चमत्कृतिही वाटेल अशी खात्री आहे.

रविचंद्रांचे उदयास्त व ग्रहणें, नक्षत्रांचे उदयास्त, ऋतूंचे आरंभ व अंत, इ० चमत्कारांकडे मनुष्याचें लक्ष्य फार पुरातन काळापासून लागणें साहजिक आहे. रात्रीचे वेळीं आकाशांतील तारकांच्या स्थितींवरून दिशा व काळ ओळखणें सोपें जातें; चंद्राच्या स्थितीवरून भरतीओहोटी काढितां येते; व सूर्याच्या स्थितीवरून ऋतु ओळखतां येतात. याप्रमाणें या चमत्कारांच्या ज्ञानाचा उपयोग करून घेतां येतो. या चमत्कारांपैकीं कांहींचा म्हणजे ग्रहणें, धूमकेतुदर्शन, उदयास्त सूर्यस्थिति किंवा चंद्रस्थिति, युति यांचा ईश्वरी क्षोभ, पिकें, विवाह, युद्धें, व्यक्तिविषयक सुखदुःखें इत्यादिकांशींही साहजिकच संबंध जोडण्यांत आला. आकाशांतील स्थिति किंवा चमत्कार बिनचूक काढणें यास गणित म्हणतात. त्या स्थितीचे किंवा चमत्कारांचे जन्मकालनिरपेक्ष परिणाम संहिता या ज्योतिःशास्त्रस्कंधावरून काढितां येतात. व्यक्तीच्या जन्मकालावरून त्याच्या आयुष्यावरील परिणाम काढणाऱ्या ज्योतिःशास्त्रस्कंधास होरा किंवा जातक म्हणतात. याचे दोन प्रकार आहेत. सर्व जन्माचा विचार जातकावरून होतो, व एखाद्या विशिष्ट वर्षाचा ताजिकावरून होतो.

गणितस्कंधाच्या ग्रंथांत सिद्धांत, तंत्र व करण असे तीन प्रकार आहेत. ज्यांत कल्पापासून ग्रहगणिताचा विचार असतो तो

सिद्धांत, ज्यांत महायुगापासून असतो तें तंत्र, व ज्यांत एखाद्या शकवर्षापासून असतो तें करण. या तिन्ही प्रकारच्या ग्रंथांत खालील नांवांचीं प्रकरणें असून त्यांत निरनिराळ्या विषयांसंबंधानें विवेचन असतें:—१ मध्यमाधिकार, २ स्पष्टाधिकार, ३ त्रिप्रश्नाधिकार, ४ चंद्रग्रहण, ५ सूर्यग्रहण, ६ छायाधिकार, ७ उदयास्ताधिकार, ८ शृंगोन्नत्यधिकार, ९ ग्रहयुत्यधिकार, १० भग्रहयुत्यधिकार, ११ महापाताधिकार. सिद्धांतगणितांत यांशिवाय सृष्टिरचना, गोल, यंत्रें इत्यादि विषयही असतात.

उपलब्ध ज्योतिषग्रंथांत अतिप्राचीन ग्रंथ वेदांगज्योतिष हा होय. वेदांचा हा भाग ज्योतिषास वाहिलेला आहे. वेदांच्या इतर भागांत ज्योतिर्विषयक अशा ज्या कांहीं विशेष नमूद करण्यासारख्या कल्पना आहेत, त्यांपैकीं कांहीं देतों.—

१ चंद्र हा सूर्याहून उंच अशा चंद्रमंडलांत संचार करितो. (याच्या विरुद्ध विधानही वेदांत आहे.) २ द्युलोकाच्या मानानें पृथ्वी फार लहान आहे. ३ सकल भुवनांस सूर्य हा आधार आहे. ४ तोच ऋतूंस उत्पन्न करितो. ५ वायूसही कारण तोच होय. ६ उषा नित्य नवी नवी प्रकाशते, व म्हणून उषा अनेक आहेत. (याच्या विरुद्ध विधानही वेदांत आहे.) ७ पृथ्वी गोल व निराधार आहे. ८ पांच वर्षें मिळून एक युग होतें. (याहून मोठेंही युग नांवाचें एक कालपरिमाण माहित होतें. या युगांची संख्या चार आहे. कृत, त्रेता, द्वापार व कलि हीं नांवें देवतांचीं होतीं. कालपरिमाणाचीं होतीं, हें निश्चयात्मक नाहीं.) ९ वर्ष सौर, चांद्र व सावन या तिन्ही प्रकारचें असून त्याचीं नांवें शरद्, हेमंत इत्यादि असत. महिने सावन व चांद्र असून त्यांची संख्या १२ होती, व त्यांचीं नांवें मधु, माधव इत्यादि किंवा अरुण, अरुणरज इत्यादि होतीं. नक्षत्रमूलक चैत्रादि नांवें

नव्हतीं. हीं नांवें ब्राह्मणकालाच्या उत्तरभागीं, म्हणजे शकापूर्वीं २००० पासून १५०० वर्षांपर्यंत प्रचारांत आलीं. सौर व चांद्र मासांचा मेळ घालण्याकरितां अधिक मास कल्पीत. चांद्र दिन सावनदिनापेक्षां लहान आहे, ही कल्पना होती. १० सूर्य विषुववृत्ताच्या उत्तरेस असला म्हणजे उत्तरायण व दक्षिणेस असला ह्मणजे दक्षिणायन असें मानीत. ११ ऋतूंची संख्या कधीं तीन, कधीं पांच व कधीं सहा मानीत. पांच मानीत तेव्हां हेमंत व शिशिर मिळून एकच ऋतु धरीत. पहिला ऋतु वसंतासच मानीत. १२ महिना पौर्णिमेवर किंवा अमावास्येवर पूर्ण होत असे. पण पूर्णिमांत मानाविषयींच विशेष कटाक्ष असे. शुक्ल व कृष्ण हेच महिन्यांतील पूर्व व अपर पक्ष असत. १३ तिथि या शब्दाचा अर्थ चंद्राच्या एका उदयापासून दुसऱ्या उदयापर्यंतचा काळ असा असे. चांद्र मासाचा ३० वा हिस्सा या अर्थी त्याचा उपयोग फारसा प्रचलित दिसत नाहीं. १४ चंद्रकलांची वृद्धि व क्षय हीं सूर्यावर अवलंबून असतात असें मानीत. १५ चंद्रास सूर्यापासून प्रकाश मिळतो. १६ अमावास्येस सूर्यचंद्र एके ठिकाणीं असतात. १७ सूर्यामुळें दिवस कमीअधिक होतो. विषुवान् हा सांवत्सरिक किंवा इतर सत्राचा मध्यदिवस होय. १८ वारांचीं नांवें वेदांत कोठें नाहींत. १९ सूर्योदयापासून सूर्यास्तापर्यंतच्या दिवसाचे २, ३, ४, ५, १५ असे विभाग आढळतात. घटिका, पळें हे दिनविभाग आढळत नाहींत. २० नक्षत्रें सांप्रतच्या किंवा भिन्न नांवांनीं आढळतात. पहिलें नक्षत्र कृत्तिका मानिलें आहे. शतपथब्राह्मणांत कृत्तिका पूर्वेस उगवतात असेंही वर्णन आहे, यावरून तो काल शकापूर्वीं ३००० वर्षें असावा असें निघतें. कांहीं नक्षत्रांचीं नांवें त्यांची तेजस्विता, आकृति, शुभाशुभकारित्व इत्यादिकांवरून

पडलीं असून कांहींसंबंधानें आख्यायिका प्रसिद्ध आहेत. नक्षत्रांतील तारांची संख्या एक, दोन, तीन, चार किंवा अधिक असे. कृत्तिकांची संख्या १७ असे. नक्षत्रांशिवाय ऋक्ष (ह्मणजे आस्वल, सप्तर्षींचें प्राचीन नांव. पाश्चात्यांमध्यें हेंच नांव आहे.), श्वान (ह्मणजे त्याच अर्थाच्या नांवाचा पाश्चात्य ज्योतिषांतील तारकापुंज.), नौका (ह्मणजे याच अर्थाच्या नांवाचा पाश्चात्य ज्योतिषांतील तारकापुंज.), या तारांचींही नांवें आलीं आहेत. २१ सूर्यग्रहण लागतें तें स्वर्भानूनें सूर्यास तमानें वेधिल्यामुळें लागतें असें मानित. २२ भौमादि पंच ग्रहांबद्दल स्पष्ट उल्लेख वेदांत आढळत नाहीं. परंतु त्यांचें ज्ञान त्या काळीं असावें असें अनुमान करण्यास जागा आहे. अश्वी हें नांव गुरु व शुक्र या द्वयास असावें. वेन (Venus) हा शब्द शुक्रास व मंथी हा शब्द चंद्रास किंवा शनीस लावीत असावेत. गुरुपुष्ययोगाकडे त्या काळीं लक्ष्य गेलें असावें. अथर्वसंहिताकालीं कांहीं आकाशस्थ पदार्थांस ग्रह हा शब्द लावूं लागले. त्या काळीं उल्कांचें व धूमकेतूंचेंही ज्ञान होतें. २३ वर्षारंभ वसंतारंभीं व मधुमासारंभीं होत असे. २४ ‘ संवत्सर हा देवांचा एक दिवस होय. ’ या अर्थाच्या एका वाक्यावरून देवांच्या वासस्थानीं म्हणजे ध्रुवस्थानीं सहा सहा महिने दिवसरात्र असते ही गोष्ट माहित असावीशी दिसते.

वेदांगज्योतिष ऋग्वेद, यजुर्वेद व अथर्ववेद यापैकीं प्रत्येकाचें निराळें होतें. पहिल्या दोहोंत बरेंच साम्य आहे. ऋग्वेदज्योतिषाचा आचार्य लगध हा होय. ऋग्वेदज्योतिष व यजुर्वेदज्योतिष यांचा रचनाकाल इ० स० पूर्वी २००० वर्षे असावा, व त्यांचें स्थल ३४°४६′ किंवा ३४°५५′ या अक्षांशांवर असावें. अथर्ववेदज्योतिष त्यापेक्षां अर्वाचीन आहे.

पूर्वोक्त दोन ज्योतिषामध्यें पांच सौर वर्षांचें एक युग मानिलें असून त्या युगांत चंद्राचे नक्षत्रमंडलांतील ६७ फेरे, १२० अर्ध सौर मास, १२४ पर्वें (म्हणजे अर्ध चांद्र मास), ६२ चांद्र मास अथवा १८६० तिथि, ६० सौर मास अथवा १८०० सौर दिन व ६१ सावन मास अथवा १८३० सावन दिवस असतात, व त्या काळांत सूर्याचे १८३० उदय, नक्षत्रांचे १८३५ उदय व चंद्राचे १७६८ उदय होतात, असें मानिलें आहे. या मानानें ३० चांद्र मासांनीं एक अधिक महिना येतो, व प्रत्येक युगाचा आरंभ माघ शु० १ या दिवशीं होऊन त्या वेळीं सूर्य व चंद्र धनिष्ठा नक्षत्रीं असतात, व त्याच वेळीं उत्तरायण सुरू होतें. नक्षत्राचा व उत्तरायणाचा याप्रमाणें मेळ असल्यामुळें त्या काळीं अयनगतीचें ज्ञान नव्हतें हें उघड आहे. या युगपद्धतीनें प्रत्येक युगांत श्रावण व माघ हे दोन अधिक महिने येतात. एका दिवसांत ३० मुहूर्त व एका मुहूर्तांत दोन नाडिका मानिल्या असून एका नाडिकेंत १० १/२० कला किंवा १५ १/४ प्रस्थ अथवा ६१ कुडव अथवा पर्यायानें १९० ५/८ पळें व एका दिवसांत ६०३ कला मानिल्या आहेत. उत्तरायणांत एक प्रस्थ दिवस वाढतो व रात्र लहान होते, दक्षिणायनांत याच्या उलट प्रकार होतो, व ही क्षयवृद्धि रोज सारखी असते, असें मानिलें आहे. येथें वेदकालापेक्षां उत्तरायण व दक्षिणायन या शब्दांचे अर्थ निराळे आहेत. युगांतील पर्वसंख्येस अनुसरून प्रत्येक नक्षत्राचे १२४ भाग केले आहेत, व यांपैकीं ९ भाग सूर्य प्रत्येक तिथीस आक्रमितो असें मानिलें आहे. या मानानें सूर्य प्रत्येक पर्वास एक नक्षत्र व ११ भाग व प्रत्येक महिन्यास दोन नक्षत्रें व २२ भाग आक्रमितो. महिन्याच्या आरंभीं पूर्णभुक्त नक्षत्रें जाऊन चालू नक्षत्रांपकीं जे भाग सूर्यानें भोगिले असतात त्यांस २७ नें भागून जी

बाकी उरते तिच्या अनुक्रमानें नक्षत्रांचीं नांवें यजुःपाठांत दिलीं आहेत. तीं अर्थात् ५–५ च्या अंतरानें आहेत; व त्यांत पहिलें नक्षत्र अश्विनी आहे. एक नक्षत्र क्रमण्यास चंद्रास ६१० कला ह्मणजे १ दिवस व ७ कला इतका वेळ लागतो. वेदांगज्योतिषाचे युगसावनदिवस १८३० हे त्या अवकाशांतील वास्तविक सावन दिवसांपेक्षां सुमारें ४ नें अधिक आहेत; परंतु तिथींत फारसें अंतर नाहीं. गति चंद्रसूर्यांच्याच दिल्या असून त्या मध्यम आहेत मास अमान्त आहेत. नक्षत्रांची गणना धनिष्ठादि व क्वचित् कृत्तिकादि आहे. मेषादि राशी मुळींच माहित नव्हत्या. वेदांगज्योतिषकालीं पूर्णांक व अपूर्णांक यांचें परिकर्मचतुष्टय (बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकार), संक्षेप व त्रैराशिक यांची चांगली माहिती होती.

अथर्वज्योतिषासंबंधानें लक्ष्यांत ठेवण्यासारख्या गोष्टी या होत:–१ कालपरिमाणांत मुहूर्त नांवाचें अहोरात्राच्या $\frac{1}{30}$ इतकें परिमाण असून प्रत्येक मुहूर्ताचें प्रमाण द्वादशांगुल शंकूच्या छायादैर्घ्यावरून ठरविलें आहे. २ तिथि, नक्षत्र, करण, मुहूर्त यांचा विचार आला आहे; परंतु योगांचा विचार नाहीं. ३ वारांचीं व ग्रहांचीं नांवें आलीं आहेत. ४ वारांचीं नांवें आहेत, तरी राशींचीं नांवें नाहींत.

कल्पसूत्रें:—आश्वलायनसूत्रांत नक्षत्रयुक्त माससंज्ञा आल्या आहेत; वर्षारंभ वसंतापासून आहे; तिथि शब्द नाहीं तरी तिथिवाचक शब्द आहेत. अयन, विषुव यांचा उल्लेख आहे; तारांत ध्रुव, सप्तर्षि व अरुंधती या आल्या आहेत. आश्वलायनसूत्रापेक्षां पारस्करसूत्र अर्वाचीन आहे. त्यांत नक्षत्राचे ४ अंश मानिले आहेत, यावरून त्या काळीं क्रांतिवृत्ताचे बारा भाग पडले असावे असें दिसतें. या दोन्ही सूत्रांत अधिमास, तिथि,

नक्षत्र, क्षयवृद्धि, सात वार, मेषादि राशी, योग, करणें, हीं आलीं नाहींत. हिरण्यकेशी व आपस्तंभ या सूत्रांतही मेषादि संज्ञा व वारांचीं नांवें नाहींत. वरील सर्व सूत्रांत चैत्र-वैशाख अथवा मधुमाधव हे वसंताचे मास अशी परिभाषा दिसून येते. बौधायनसूत्रांत मेषादि राशी आहेत, व मैत्रेयसूत्रांत राशि-संक्रमणाचा उल्लेख व राशि हा शब्दही आहे.

निरुक्तांत सप्तर्षि, दिवस, रात्रि, शुक्लकृष्णपक्ष व उत्तरदक्षिणायनें आलीं आहेत. त्यांत सहस्र युगें मिळून ब्रह्मदेवाचा दिवस व तितकींच युगें मिळून त्याची रात्र असेंही वर्णन आहे. ‘ कल्प ’ हा शब्द नाहीं, व युगाचें मान दिलें नाहीं. इतर प्रकार मनुस्मृत्यादि ग्रंथांतील युगपद्धतीशीं जुळतात.

पाणिनीच्या व्याकरणांत चैत्रादि नक्षत्रयुक्त माससंज्ञा आणि दिवस विभागांपैकीं मुहूर्त व नाडी हे शब्द आले आहेत.

स्मृति, महाभारत इत्यादि.

स्मृति.

मनुस्मृतींतील युगपद्धति व सूर्यसिद्धांतादि ज्योतिषग्रंथांतील युगपद्धति एकच आहे. कारण मनुस्मृतीप्रमाणें कलियुगाची वर्षसंख्या १०००, त्याच्या दुप्पट द्वापारयुगाची, तिप्पट त्रेता-युगाची व चौपट कृतयुगाची असून प्रत्येकींत आरंभींच्या संधी-बद्दल $\frac{१}{१०}$ व अंतींच्या संधीबद्दल $\frac{१}{१०}$ वर्षें घातलीं असतां बेरीज १२००० ही चतुर्युगाचीं वर्षसंख्या येते. हिला दैवयुग म्हटलें आहे. अशीं १००० दैवयुगें मिळून ब्रह्मदेवाचा १ दिवस होतो. युगाचें विशेषण दैव हेंच वर्षांचेंही समजणें सयुक्तिक होईल, व मनुष्यांचा ३६० दिवसांचा संवत्सर म्हणजे देवांचा एक दिवस अशी त्या काळीं कल्पना होती; म्हणून मनुष्यांचीं ३६०×१२०००

अर्थात् ४३२०००० वर्षें म्हणजे देवांचें युग व अशीं १००० युगें म्हणजे ब्रह्मदेवाचा दिवस हें परिमाण मनूच्याच वेळचें आहे. या वर्षसंख्येस कल्प ही संज्ञा मात्र नाहीं. मन्वंतराचें परिमाणही सूर्यसिद्धांतादिकांतल्याप्रमाणेंच आहे. मनुस्मृतींत ग्रह आणि मेषादि राशी आढळत नाहींत.

याज्ञवल्क्यस्मृतींत ग्रहांचीं नांवें आलीं आहेत. तीं वारांच्याच अनुक्रमानें आलीं असल्यामुळें त्या काळीं सात वार प्रचारांत आले असावेत असें वाटतें. राहु व केतु यांचींही नांवें इतर ग्रहांबरोबर आलीं आहेत. युगपद्धतीचा निर्देश आहे. नक्षत्रांचा उल्लेख कृत्तिकादि आहे; त्याअर्थीं मेषादिराशिपद्धति त्या काळींही प्रचारांत नव्हती. परंतु क्रांतिवृत्ताचे बारा भाग होते. मेषादिसंज्ञांपूर्वींच सात वार प्रचारांत आले होते. व्यतीपात, ग्रहयुति यांचेंही त्या काळीं ज्ञान होतें. सप्तर्षि, अगस्त्य, या तारांचाही उल्लेख आहे.

महाभारत.

महाभारत पांडवांच्या काळीं किंवा त्यानंतर लवकरच लिहिलें असावें. पांडवांचा काल शकापूर्वीं १५०० पासून २००० पर्यंत कोणता तरी असावा. त्याहून प्राचीन नाहीं.

भारतांतीं युगमानें मनुस्मृतींतल्याप्रमाणेंच आहेत. कृतादि युगांचीं नांवें व कल्प हें कालमानही आलें आहे. त्याचप्रमाणें वेदांगज्योतिषांतील पंचसंवत्सरात्मक युगपद्धतीचा उल्लेखही आला आहे; व त्या ज्योतिषांतलि पांच वर्षांनीं २ अधिक मास होतो हाही नियम आहे. उत्तरायण श्रवणारंभीं होत असल्याचा व श्रवणादि नक्षत्रगणना होत असल्याचा दाखला आहे. ऋतु, अयनें, मध्वादिमास, तिथि यांचाही अनेक स्थलीं उल्लेख आला आहे. वर्षारंभ उत्तरायणीं व

शिशिर ऋतूंत होत असावा. संपात कृत्तिकानक्षत्रीं असल्यामुळें कृत्तिकादि गणना शकापूर्वी ३००० वर्षें या कालीं प्रचारांत आली, हें पूर्वी आलेंच आहे. त्या काळीं महिने चांद्र व पूर्णिमांत होते; म्हणून कृत्तिकानक्षत्रावर चंद्र पूर्ण झाल्यावर दुसऱ्याच दिवशीं म्हणजे मार्गशीर्षमासारंभीं वर्ष सुरू होत असे. वर्षारंभ वसंत ऋतूंतही होत असल्याबद्दल उल्लेख आहे. शुक्लादि व कृष्णादि अशा दोन्ही प्रकारच्या मासांचा उल्लेख आहे. दिवसाच्या विभागांपैकीं काष्ठा, कला, मुहूर्त,लव व क्षण हे आले आहेत. सात वार कोठेंच आले नाहींत; परंतु दिवस या अर्थी 'वार' हा शब्द आला आहे; यावरून सात वार प्रचारांत येण्यापूर्वी वार हा शब्द दिवसास लावीत असें दिसतें. नक्षत्रांची कृत्तिकादि गणना आहे. मेषादि संज्ञा कोठें नाहींत. योग आणि करणें हीं नाहींत. ग्रहांची स्थिति क्रांतिवृत्ताच्या द्वादश विभागांसंबंधानें कोठेंही दिली नाहीं. परंतु त्या वृत्ताचे द्वादश विभाग सूर्यस्थितीसंबंधानें तरी झाले असावे असें दिसतें. ग्रहणांचे व ग्रहणकालांचे अनेक उल्लेख आहेत. एके स्थळीं १३ दिवसांचा पक्ष आला आहे; व असा पक्ष स्पष्ट मानानें मात्र संभवतो, यावरून व पक्षमास यांचा क्षय आला आहे, त्यावरून भारतकालीं चंद्रसूर्यांच्या स्पष्ट गतिस्थितीचें ज्ञान होतें असें दिसतें. सात ग्रहांचीं नांवें आलीं आहेत; व त्यांत राहुकेतूंचाही अंतर्भाव होत असल्यामुळें ग्रहणांच्या उपपत्तीचें ज्ञान त्या कालीं असलें पाहिजे. ग्रहांचीं नांवें संस्कृतच आहेत; परभाषांतील नांवांशीं सदृश नाहींत. ग्रहांच्या वक्रगतीबद्दल वर्णन आहे; तसेंच त्यांच्या युतीबद्दलही आहे. धूमकेतु, उल्कापात यांचें वर्णन पुष्कळ ठिकाणीं आलें आहे. कांहीं स्थळीं भरतीओहोटीचा चंद्राशीं संबंध आला

आहे, व चंद्राचें पृष्ठ कधीं दिसत नाहीं असेंही वर्णन आहे. पृथ्वीच्या गोलत्वाचाही उल्लेख आहे.

रामायणांत चैत्रादि संज्ञा आहेत; यावरून रामायणाचा कांहीं भाग तरी भारतापेक्षां अर्वाचीन आहे असें सिद्ध होतें.

वैदिक कालाची पूर्वमर्यादा शकापूर्वीं सुमारें ६००० वर्षें याहून अर्वाचीन नाहीं. उत्तर मर्यादा शकापूर्वीं १५०० वर्षें ही होय. ऋक्संहितेच्या कांहीं भागाचा काळ शकापूर्वीं ४००० वर्षें आहे. तैत्तिरीय संहितेच्या कांहीं भागाचा काळ श० पूर्वीं सुमारें ३००० वर्षें आहे. ब्राह्मणें श० पूर्वीं ३००० पासून १५०० या काळांतील होत. त्यांत ज्या भागांत चैत्रादि संज्ञा आहेत व वर्ष अर्थात् नाक्षत्रसौर अथवा निरयन आहे ते श० पूर्वीं २००० च्या पुढचे, आणि बाकीचे म्हणजे ज्यांत वर्ष आर्तव अथवा सायनसौर आहे ते पूर्वींचे आहेत. बरेच उपनिषद्ग्रंथ श० पूर्वीं २००० पासून १५०० या काळांतले होत. श० पू० १५०० वर्षें ही वेदांगकालाची पूर्वमर्यादा होय. तोंपर्यंत सात-वार व मेषादि बारा राशी आमच्या देशांत माहित नव्हत्या. वार आपल्याकडे खाल्डिया देशच्या लोकांकडून श. पू. १००० च्या सुमारास आले असावे. मेषादिराशिचक्रांचा आरंभ अश्विनी-नक्षत्रापासून आहे, मेषारंभ इतर नक्षत्रीं असल्याचा उल्लेख कोठेंही नाहीं, व महाभारतांत श्रवणादि गणना असून राशी नाहींत, यावरून वसंतसंपात अश्विनीच्या आरंभीं होता त्यानंतर केव्हां तरी म्हणजे शकापूर्वीं ५०० च्या सुमारास राशिसंज्ञा प्रचारांत आल्या हें उघड होतें. त्या संज्ञांस आपल्या ग्रंथांत क्रिय, तावुरि इत्यादि ज्या प्रतिसंज्ञा दिल्या आहेत त्या ग्रीक राशिवाचक शब्दांशीं मिळतात, राशिसंबंधीं कथानकें ग्रीक लोकांत आहेत त्याप्र-माणें आमच्या ग्रंथांत नाहींत, व आपल्या ग्रंथांत दिलेल्या

राशिलक्षणास आधार आर्यग्रंथांचा दिला नसून यवनग्रंथांचा दिला आहे, या गोष्टींवरून आपणांकडे राशी ग्रीस देशांतून आल्या असाव्यात असें वाटतें. वेदांगकालाची उत्तर मर्यादा शकापूर्वी २०० वर्षें याहून अर्वाचीन नाहीं. वेदांगकालाची उत्तर मर्यादा तीच ज्योतिषसिद्धांतकालाची पूर्वमर्यादा होय. सिद्धांतग्रंथांत जी युगपद्धति वर्णिली आहे, तिच्याप्रमाणें कल्पारंभीं किंवा कलियुगाच्या व इतर युगांच्या आरंभीं सर्व ग्रह एकत्र येतात. वास्तविक पहातां कलियुगारंभीं सर्व ग्रहांच्या एकत्र स्थितीचा अनुभव तत्कालीन लोकांस आला होता, असें त्या काळचें गणित केल्यानें दिसत नाहीं. यावरून सिद्धांतग्रंथकाळची गति घेऊन ग्रहांची एकत्र स्थिति गणितानें ज्या कालीं आली तो कलियुगारंभ, असें मागाहूनच ठरविलें असलें पाहिजे. सिद्धांतकालीन ग्रंथांत असून पूर्वकालीन ग्रंथांत नाहीं, असें दुसरेंही एक वर्णन आहे. तें वर्णन म्हणजे शनि व मंगळ यांजकडून रोहिणीशकटभेद हें होय. परंतु हें वर्णन काल्पनिक नसून पूर्वकालीन अनुभवाचा अवशेष असावा, असें दिसतें. कारण शकापूर्वी ५३०० वर्षें या सुमारास शनि व त्याच्या अगोदर बऱ्याच काळापूर्वी मंगळ रोहिणीशकटाचा भेद करीत होता असें गणितानें येतें.

या काळानंतर ज्योतिःसिद्धांतकाल येतो. त्या काळीं ज्योतिःशास्त्र बरेंच प्रौढावस्थेस आलेलें दिसतें. या दोन कालांच्या दरम्यान बरेच ग्रंथ झाले असावेत; पण ते सांप्रत उपलब्ध नाहींत.

ज्योतिःसिद्धांतकाल.

या काळचे पहिले ग्रंथ म्हणजे सूर्यसिद्धांतादि पांच सिद्धांत होत. यांचें वर्णन वराहमिहिराच्या पंचसिद्धांतिकेंत दिलें आहे. परंतु ते स्वतंत्रपणें उपलब्ध नाहींत. त्याच नांवांचे दुसरे पांच

सिद्धांत हल्लीं उपलब्ध आहेत, त्यांहून ते निराळे होते असें दोहों-तील मानांची तुलना केली असतां दिसतें. संदिग्धता टाळण्या-करितां त्यांस अनुक्रमें प्राचीन व वर्तमान सिद्धांतपंचक म्हटल्यास चालेल. प्राचीन सिद्धांतपंचकांतील वासिष्ठ व पैतामह हे सर्वांत प्राचीन असून वराहमिहिराच्या काळीं दृक्प्रत्ययाशीं मुळींच मिळत नसत. पौलिश व रोमक बरेच मिळत असत, व सूर्य-सिद्धांत इतर सर्वांहून अधिक मिळे. या तिहींत पुलिश प्राचीन असावा, त्यानंतरचा सौर व त्या मागाहूनचा रोमक असावा.

पितामहसिद्धांतांत धनिष्ठादि गणना, पंचवार्षिक युग व अह-र्गण व दिनमान साधण्याच्या पद्धती, वेदांगज्योतिषांतल्याप्रमाणेंच आहेत. अहर्गणसाधन शकवर्षापासून सांगितलें आहे, तें मुळांत नसून वराहमिहिराचें पदरचें असावें. वेदांगज्योतिषांत ३० मासांनीं अधिमास व ६२ दिवसांनीं क्षयदिवस धरिला आहे. पितामहसिद्धांतांत ते अनुक्रमें ३२ मासांनीं व ६३ दिवसांनीं धरिले आहेत. या मानानें वर्षाचें मान ३६५ दिवस २१$\frac{3}{7}$ घटिका हें येतें. पंचसिद्धांतिकोक्त पितामहसिद्धांतांत वेदांगज्योतिषांतल्याप्रमाणेंच रविचंद्रांचें मात्र गणित आहे; इतर ग्रहांचें नाहीं. पण तें मुळांत असावें असें अनुमान करण्यास आधार आहे.

वसिष्ठसिद्धांतांतही रविचंद्रांखेरीज इतर ग्रहांचें गणित नाहीं, तिथि व नक्षत्रें काढण्याची रीत सांप्रतच्या पद्धतीहून निराळी दिली आहे, राश्यंशकला हीं मानें दिलीं आहेत, व छायेचा विचार बराच केला आहे; दिनमानाविषयींही कांहीं सांगितलें आहे; व लग्न हा शब्द कांहींसा हल्लींच्या सारख्याच अर्थीं आला आहे. द्वादश राशींविषयीं उल्लेख याच ग्रंथांत प्रथम आढळतो.

रोमकसिद्धांतांतील युगाचें मान इतर सिद्धांतांतील नाहीं. त्याचें वर्षमान ३६५ दिवस १४ घटिका ४८ पळें इतकें आहे.

हें इ. स. पूर्वीं १५० च्या सुमारास झालेल्या हिपार्कस या ग्रीक ज्योतिष्याच्या वर्षमानाशीं जुळतें. रोमक हें नांवही पाश्चात्य दिसतें. यावरून हा सिद्धांत हिपार्कसच्या ग्रंथांस अनुसरून केलेला दिसतो. यांतील क्षेपक शके ४२७ या वर्षाचे आहेत. पण ते वराहमिहिराचे असावेत. या सिद्धांताचा काळ इ. स. पूर्वीं १५० च्या नंतर व टॉलमीच्या म्हणजे इ. स. १५० च्या पूर्वीं केव्हां तरी असावा. या सिद्धांताचें वर्षमान कोणत्याही ग्रंथांत अनुसरिलें नसल्यामुळें व त्यास पूज्यत्व असल्याचें इतर गोष्टींवरूनही दिसत नसल्यामुळें तो पुलिश व सूर्यसिद्धांतापेक्षां अर्वाचीन असावा असें दिसतें. पंचसिद्धांतिकेचा बराच भाग या सिद्धांतानें व्यापिला आहे. तिच्यांत त्या सिद्धांतांतील अहर्गण, अधिमास, तिथिक्षय, सूर्यचंद्रसाधन, त्यांचें स्पष्टीकरण आणि चंद्रसूर्यग्रहणसाधन आहे.

पुलिशसिद्धांत हा पौलस ग्रीक यानें केला, असें अलबिरुणी या मुसलमान प्रवाश्यानें लिहिलें आहे. पण या विधानाच्या सत्यत्वाबद्दल बराच संशय आहे. या सिद्धांतानेंही पंचसिद्धांतिकेचा बराच भाग व्यापिला आहे. याचा अहर्गण रोमकसिद्धांतांतील अहर्गणाच्या जवळ जवळ आहे, असें वर्णन आहे. पंचसिद्धांतिका ग्रंथांत यांतील सूर्यादिसाधन, चंद्रसूर्यग्रहण, ग्रहांचें वक्रमार्गित्व व उदयास्त या गोष्टी आहेत. यांतील वर्षमान ३६५ दिवस १५ घटिका ३० पळें हें आहे. तें व राहुभगणकाल इतर सिद्धांतांत-ल्यापेक्षां निराळा आहे. यांशिवाय रविचंद्रांचें स्पष्टीकरण, पलभेवरून चरखंडांचें व त्यांवरून दिनमानाचें साधन, देशांतर, हल्लींच्याप्रमाणें तिथिनक्षत्रसाधन, करणें, महापात, ग्रहणें, यांचाही विचार आहे. फलसंस्कार केंद्रानुसारी असतो, हें तत्त्व प्रथमतः याच सिद्धांतांत दिसतें. तें बहुधा ग्रीक लोकांकडून इकडे आलें

असावें. ग्रहस्पष्टीकरणार्थ भुजज्यांचा उपयोगही याच सिद्धांतांत प्रथम दिसून येतो.

प्राचीन व वर्तमान यांशिवाय आणखी एक पुलिशसिद्धांत होता असें दिसतें. त्यांतील मानें उत्पलाच्या टीकेंत सांपडतात. त्याचें वर्षमान ३६५ दिवस १५ घटिका ३१ पळें व ३० विपळें हें आहे. त्यांतील भगणादिमानें पंचसिद्धांतिकोक्त सूर्यसिद्धांतांतील किंवा पहिल्या आर्यभटाच्या मानांशीं जुळतात; व त्यांत सृष्टि-संस्थेचें वर्णन, ग्रहयुति हे भागही आहेत.

सूर्यसिद्धांताचेही क्षेपक श. व. ४२७ चे आहेत. यांतील कांहीं मानें उत्पलोक्त पुलिशसिद्धांतांतील व कांहीं पहिल्या आर्यभटाच्या सिद्धांतांतील मानांशीं मिळतात. यांत युगपद्धति असून युगारंभ मध्यरात्रीं आहे. वर्षमान ३६५ दिवस १५ घटिका ३१ पळें ३० विपळें आहे. पंचसिद्धांतिकेंत या सिद्धांतांतील अधिमासादिक सूर्यचंद्रानयन, ग्रहणें, मध्यम ग्रह, त्यांचें स्पष्टीकरण, वक्रमार्गित्व, अस्तोदय हे विषय दिले आहेत. पंचसिद्धांतिकेंत इतर चार सिद्धांतांतील रविचंद्रानयन मात्र दिलें असून इतर ग्रह सूर्यसि-द्धांतांतील मात्र दिले आहेत, यावरून या सिद्धांताचें वराहमिहिराचे काळीं असलेलें महत्त्व दिसून येतें; तें दृक्प्रत्ययामुळें आलें असावें. पंचसिद्धांतिकोक्त सिद्धांतांचे काळीं अयनगतीचें ज्ञान नव्हतें, व चंद्राशिवाय इतर ग्रहांच्या उच्चपातांस गति आहे ही गोष्टही माहित नव्हती असें दिसतें. परंतु भारतीय ज्योतिष-पद्धतीला बहुतांशीं पूर्ण स्वरूप पंचसिद्धांतिकोक्त सूर्यसिद्धांताचेच काळीं म्हणजे शकारंभाच्या सुमारासच आलें होतें.

वर्तमान सिद्धांतपंचक.

पंचसिद्धांतिकोक्त सिद्धांतांच्या जोडीचे वर्तमान पांच सिद्धांत आहेत असें पूर्वीं सांगितलें. ते सूर्यसिद्धांत, सोमसिद्धांत, वासिष्ठसिद्धांत, रोमशसिद्धांत व शाकल्यसंहितोक्त ब्रह्मसिद्धांत हे होत. या सर्व सिद्धांतांची भगणादि मानें एकच आहेत. व तीं महायुगांतील दिलेलीं आहेत. या सिद्धांतांच्या मतें सृष्टि उत्पन्न होण्यास कल्पारंभानंतर १७०६४००० म्हणजे ३९$\frac{१}{२}$ कलियुगांइतकीं वर्षें लागलीं, व तिची उत्पत्ति पूर्ण झाली तेव्हां सर्व ग्रह, उच्चें, पात हीं एकत्र होतीं. ब्रह्मगुप्तादि कांहीं ग्रंथकारांच्या मतें कल्पारंभींच तीं एकत्र होतीं.

सांप्रतचा सूर्यसिद्धांत लाटकृत असावा, किंवा लाटकृत ग्रंथ व मूळ सूर्यसिद्धांत यांच्या आधारें लिहिलेला असावा. हा सिद्धांत शकाच्या पांचव्या शतकापेक्षां प्राचीन आहे. लाटाचा जो सूर्य-सिद्धांताशीं संबंध तोच विष्णुचंद्राचा (शके ५००) वसिष्ठसिद्धां-ताशीं व श्रीषेणाचा रोमशसिद्धांताशीं दिसतो. विष्णुचंद्रास संपा-ताच्या गतीचें ज्ञान असून तो त्याचें पूर्ण भ्रमण मानीत असावा असें दिसतें. शाकल्योक्त ब्रह्मसिद्धांताचा काळ शके ७४२ नंतरचा आहे. इतर कोणत्याही सिद्धांतांत सप्तर्षींचे शरभोग दिलेले नाहींत, ते या सिद्धांतांत दिलेले आहेत.

या पांच सिद्धांतांचें वर्षमान ३६५-१५-३१-३१-२४ आहे. या मानावरून आपणांमधील तीन पक्षांपैकीं सौर पक्ष निघालेला आहे. या निबंधांत दुसऱ्या भागांत भगणादि मानें दिलीं आहेत, तीं कल्पांतील असून ब्रह्मगुप्ताच्या ब्रह्मसिद्धांतांतील आहेत. त्या मानांवरून महायुगाचीं मानें काढिल्यास त्यांच्या मानानें वर्तमान सिद्धांतपंचकांतील मानें किती कमी किंवा अधिक आहेत, हें खालीं

दिलें आहे. चंद्राशिवाय इतर ग्रहांच्या उच्चपातांस गति आहे हें या सिद्धांतांच्या काळीं माहित होतें.

नक्षत्रभ्रम	+१३७८	मंगळ	+ ३ ४७८/१०००	चांद्रमास	+ ३६
सावनदिवस	+१३७८	बुध	+६१ १६/१०००	तिथि	+१०८०
चंद्रभगण	+ २६	गुरु	− ६ ४५५/१०००	अधिमास	+ ३६
चंद्रोच्च	+ ९७ १ २/१०००	शुक्र	−१३ ४९२/१०००	क्षयदिन	−२९८
चंद्रपात	− ७३ १६८/१०००	शनि	+ ८०२/१०००		

उच्चपातांचीं कल्पांतील मानें काढिल्यास वर्तमान सिद्धांतपंचकातील मानें ब्रह्मगुप्ताच्या मानांपेक्षां किती कमी किंवा अधिक आहेत हें खालीं दिलें आहे.

ग्रह	उच्च	पात	ग्रह	उच्च	पात
रवि	−९३		गुरु	+ ४९	+१११
मंगळ	−८८	−५३	शुक्र	−११८	+ १०
बुध	+३६	−३२	शनि	− २	−५२४

सामान्यतः वर्तमान सिद्धांतपंचकांत संपाताचें आंदोलन मानिलें असून त्याची वर्षगति ५४ विकला व परम अयनांश २७ मानिले आहेत.

प्राचीन व वर्तमान सिद्धांतांपैकीं बहुतेक अपौरुष मानिलेले आहेत. अशा ग्रंथांत साहजिकच वेधपरंपरा लिहिलेली नाहीं. ही गोष्ट व हे ग्रंथ पूर्ण आहेत अशी कल्पना व तिजमुळें त्यां-

विषयीं असलेली पूज्यबुद्धि ज्योतिषशास्त्राच्या प्रगतीस फार विघातक झाली.

पहिला आर्यभट.

हा अत्यंत कल्पक ज्योतिषी शके ३९८ या वर्षी जन्मला. यानें अक्षरांनीं संख्या दर्शविण्याची त्रोटक पद्धति काढिली. याची युगपद्धति इतर ग्रंथकारांपेक्षां निराळी आहे. यानें एका मनूचीं ७२ युगें मानिलीं असून प्रत्येक मन्वंतरारंभीं संधि सांगितलेला नाहीं. यानें महायुगाचे कृतादि चारी पाद सारख्या प्रमाणाचे मानिले असून, त्याच्या मतें सर्व ग्रह कल्पारंभीं व महायुगारंभीं त्याचप्रमाणें पादारंभींही एकत्र येतात. पृथ्वीची दैनंदिन गति मानणारा हा एकच ज्योतिषी आपणांमध्यें होऊन गेला. याच्या ग्रंथांत पुढील सिद्धांतांतील कुट्टकासुद्धां सर्व अंकगणित असून भुजज्यांचाही उपयोग केला आहे. पाश्चात्यांत नवव्या शतकापर्यंत त्यांचा उपयोग करीत नसत. यानें व्यास व परिधि यांचें गुणोत्तर फार सूक्ष्म दिलें आहे. यानें चंद्राशिवाय इतर ग्रहांचें उच्च, पात, भगण दिले नाहींत. फक्त त्यांचीं स्थानें दिलीं आहेत. शृंगोन्नति, भग्रहयुति हे विषय दिले नाहींत. योगतारांचे भोगशर व अयनगति दिली नाहीं. याच्या ग्रंथावरून पूर्वींच्या सर्व ग्रंथांहून जास्त दृक्प्रत्यय येत असावा असें दिसतें. ह्यानें स्वतः वेध घेऊन सारासारविचारानें ग्रहस्पष्टीकरणांत सुधारणा केली.

आर्यभटाचें वर्षमान ३६५-१५-३१-१५ हें आहे; व यावरून प्रचलित तीन पक्षांपैकीं आर्यपक्ष उत्पन्न झाला. आर्यभटानें भगणादिमानें महायुगांतीलच दिलीं आहेत. तीं ब्रह्मगुप्ताच्या

महायुगांतील मानांपेक्षां किती कमी किंवा अधिक आहेत, हें खालीं दाखविलें आहे.

भूभ्रम ह्मणजे ब्रह्मगुप्ताचा नक्षत्रभ्रमच	+ १०५०	गुरुभगण	− २ $\frac{४५५}{१०००}$
सावन दिवस	+ १०५०	शुक्रभगण	− १ $\frac{४३३}{१०००}$
चंद्रभगण	+ ३६	शनिभगण	− ३ $\frac{०२८}{१०००}$
चंद्रोच्चभगण	+ ११३ $\frac{१४३}{१०००}$	अधिमास	+ ३६
चंद्रपातभगण	− ८९ $\frac{१६८}{१०००}$	चांद्रमास	+ ३६
मंगळभगण	− ४ $\frac{५२२}{१०००}$	तिथि	+ १०८०
बुधभगण	+ २१ $\frac{१६}{१०००}$	क्षयदिन	+ ३०

वराहमिहिर.

हा नामांकित ज्योतिषी शके ४२७ च्या सुमारास झाला. यानेंच पंचसिद्धांतिका ग्रंथ लिहिला. त्या ग्रंथांत त्यानें मूलसिद्धांतपंचकांतील भाग दिले आहेत. पण त्या ग्रंथांत त्याचे स्वतःचेही कांहीं भाग आहेत. उदाहरणार्थ त्यानें मध्यम ग्रहांस द्यावयाचा एक बीजसंस्कार दिला आहे. असे आणखीही कांहीं भाग असावेत.

ब्रह्मगुप्त.

हा प्रसिद्ध ज्योतिषी शके ५२० या वर्षीं जन्मला. याच्या सिद्धांतावरून आपणांमधील तीन पक्षांपैकीं ब्राह्म पक्ष निघाला आहे. याचेंच वर्षमान व भगणादिमानें या निबंधांतील पहिल्या व दुसऱ्या भागांत दिलीं आहेत. चंद्राशिवाय इतर ग्रहांच्या उच्चपातांस गति आहे, ही गोष्ट यासही माहित होती. याचें वर्षमान ३६५–१५–३०–२२–३० हें आहे. हें पंचसिद्धांतिकोक्त पुलिश व रोमक यांखेरीज कोणत्याही भारतीय सिद्धांतापेक्षां कमी आहे.

तें मूलसूर्यसिद्धांतापेक्षां ६७½ विपलांनीं, वर्तमान सिद्धांतपंचकापेक्षां ६८ विपळें व ५४ प्रतिविपळें एवढ्यानें व प्रथमार्यसिद्धांतापेक्षां ५२½ विपळांनीं कमी आहे. याचें कारण असें दिसतें कीं, त्याच्या काळीं सायन मेषसंक्रमण प्रथमार्यभटीय मेषसंक्रमणापूर्वीं सुमारें ५४ घटिका झालें, व कलियुगारंभीं मेषसंक्रमण होतें असा त्याचा पूर्व संप्रदायावरून समज असल्यामुळें व त्यास अयनगति माहित नसल्यामुळें त्यानें सायन तेंच निरयन मेषसंक्रमण समजून, ती ५४ घटिकांची चूक कलियुगारंभापासून आपल्या सिद्धांताच्या काळापर्यंत लोटिलेल्या ३७३० वर्षांवर विभागून टाकिली. वेधानें ग्रहस्थितींत दिसणारी चूक कलियुगारंभापासून सांचत आली असली पाहिजे या कल्पनेमुळें आपल्या ज्योतिषशास्त्रास वेधांचा तादृश उपयोग झाला नाहीं. आर्यभट हा स्वतः वेध घेऊन स्वतंत्र शोध करीत असे, असें दिसतें. याचे वेळीं विष्कंभादि योग नव्हते, असें एक अनुमान निघतें. याच्या पूर्वींच्या ग्रंथांत कोठेंही बीजगणित आढळत नाहीं, तें याच्या ग्रंथांत आढळतें. याच्या त्रिप्रश्नाधिकारांत पूर्व ग्रंथकारांपेक्षां अधिक कौशल्य दिसून येतें. तुरीययंत्राचा उत्पादक हाच असावा.

लल्ल.

हा ज्योतिषी शके ५६०च्या सुमारास झाला. यानें धीवृद्धिदतंत्र नांवाचा ग्रंथ केला आहे. याचीं भगणादि मानें पहिल्या आर्यभटाचीं असून त्यानें त्यांस बीजसंस्कार मात्र सांगितला आहे. या बीजसंस्कारानें आर्यपक्षतिथि २–३ घटिका उशीरानें येते. याच्याही ग्रंथांत अयनगतीचा विचार नाहीं. हा ज्योतिषीही शोधक व स्वतंत्र वेध घेणारा होता.

मुंजाल.

हा ज्योतिषी शकवर्ष ८५४ च्या सुमारास झाला. यानें वार्षिक अयनगति १ कला मानिली असून शकवर्ष ४४४ हें शून्यायनांशवर्ष मानिलें आहे; व संपाताचें पूर्ण भ्रमण मानिलें आहे. अयनगतीचा स्पष्ट उल्लेख त्याच्या पूर्वींच्या कोणत्याही पौरुष ग्रंथांत नाहीं. यांत इतर ग्रंथांत नसणारा स्पष्ट चंद्राचा च्युतिसंस्कारासारखा एक संस्कार व पाक्षिक संस्कार सांगितला आहे.

द्वितीय आर्यभट.

हा ज्योतिषी शके ८७५ च्या सुमारास झाला. पौरुष ग्रंथकारां-पैकीं याच्याच सिद्धांतांत प्रथमतः अयनगति दिसून येते. यानें अयनग्रहाचे भगण सांगितले असून त्या भगणांवरून इष्ट कालीं अयनग्रहाचा जो भुज येईल त्यापासून जी क्रांति निघेल तितकेच अयनांश असतात, असें त्यांचें साधन दिलें आहे. अर्थात् अयनां-शांचें परम मान २४ अंश मानिलें असून अयनगति क्रांतीप्रमाणेंच विषम मानिली आहे. यानेंही पहिल्या आर्यभटाप्रमाणेंच पण त्याच्या पद्धतीहून भिन्न अशी अक्षरसंज्ञापद्धति योजिली आहे. यानें सप्तर्षींस गति मानून त्यांचे कल्पभगण दिले आहेत. याचें वर्षमान ३६५-१५-३१-१७.६ हें आहे. याचीं भग-णादिमानें पहिल्या आर्यभटाच्या मानांच्या जवळजवळ आहेत.

राजमृगांक.

हा ब्रह्मपक्षाचा करणग्रंथ असून याचा कर्ता भोजराजा अस-ल्याबद्दल यांत उल्लेख आहे. याचा काल शके ९६४ हा होय. यांत अयनगति दर वर्षास १ कला याप्रमाणें नियमित धरिली आहे; व शकवर्ष ४४५ मध्यें अयनांश शून्य मानिले आहेत.

करणकमलमार्तंड.

हा करणग्रंथही ब्रह्मपक्षाचा असून एका राजानें केला आहे. या ग्रंथांत इतर मोठमोठ्या करणग्रंथांतल्याप्रमाणें अहर्गणावरून मध्यम ग्रह न साधतां वर्षगणावरून साधले आहेत. या ग्रंथांतही अयनगति वर्षास एक कला मानिली असून शके ४४४ मध्यें शून्य अयनांश मानिले आहेत.

भास्वतीकरण.

हा करणग्रंथ शकवर्ष १०२१ चा असून याचा कर्ता शतानंद होय. यांतही मध्यमग्रहसाधन अहर्गणावरून नसून वर्षगणावरून आहे; व आरंभ इतर ग्रंथांतल्याप्रमाणें मध्यम मेषसंक्रमणापासून नसून स्पष्ट मेषसंक्रमणापासून आहे. यांतील क्षेपक व ग्रहगतीचे गुणकभाजक शतांशपद्धतीनें दिले आहेत. यानें अयनगति वर्षास १ कलाच मानिली असून शके ४५० मध्यें अयनांश शून्य मानिले आहेत.

× × × ×

भास्कराचार्य.

हा प्रसिद्ध ज्योतिषी शके १०३६ मध्यें जन्मला. यानें वयाच्या ३१ व्या वर्षीं सिद्धांतशिरोमणि हा ग्रंथ लिहिला. या ग्रंथाचे चार खंड असून पहिले दोन खंड लीलावती व बीजगणित हे अनुक्रमें अंकगणितास व बीजगणितास वाहिलेले आहेत, व गणिताध्याय व गोलाध्याय या उरलेले खंडांत ज्योतिःशास्त्राचा विचार आहे. भगणादिमानें व परिध्यंशमानें भास्कराचार्यानें ब्रह्मसिद्धांतांतील घेतलीं आहेत. यानें सिद्धांतशिरोमणींत प्रत्येक साधनाची विशद उपपत्ति दिलेली आहे.

यास गोलाचें फारच उत्तम ज्ञान होतें. यानें त्रिप्रश्नाधिकारांत अनेक नवीन रीति दिल्या आहेत. यानें पूर्वग्रंथांत नाहीं असें इष्टदिक्-छायासाधन दिलें आहे, व पूर्वींचें पातसाधन सुधारलें आहे. शर हा क्रांतिवृत्तावर लंब असतो, हें यानें स्पष्ट केलें आहे. उदयांतर संस्कार हा याचा स्वतःचा शोध आहे. याच्या गोलाध्यायाचें इंग्रजींत भाषांतर पंडित बापूदेव यांनीं केलें आहे.

या कालानंतर मुसलमानांच्या स्वाऱ्या सुरू झाल्यामुळें देशांतील स्वस्थता मोडली. यामुळें ज्योतिःशास्त्राच्या वृद्धीस मोठा प्रतिबंध झाला.

केशव दैवज्ञ.

हा ज्योतिषी शके १४१८ च्या सुमारास झाला. यानें स्वतः वेध घेऊन तदनुसार ग्रहांचे क्षेपक व वर्षगति ठरविल्या. यानें आपण घेतलेल्या वेधांची हकीकत जशी दिली आहे, तशी इतर कोणत्याही ज्योतिष्यानें दिली नाहीं.

गणेश दैवज्ञ.

हा केशव दैवज्ञाचा मुलगा. याचा प्रसिद्ध ग्रंथ ग्रहलाघव हा होय. याच आरंभवर्ष शके १४४२ हें आहे. यानें अहर्गण वाढूं न देण्याकरितां ११ वर्षांचें एक चक्र कल्पिलें आहे; आणि या काळांतल्या चक्रशुद्ध ग्रहमध्यमगतीस ध्रुव ही संज्ञा दिली आहे. ती क्षेपकांत वजा केली व अहर्गणावरून आलेली गति मिळविली म्हणजे मध्यम ग्रह येतो. ग्रहलाघवांत सिद्धांतोक्त सर्व गणित ज्या व चाप यांच्या साहाय्यावांचूनच करितां येतें. यानें स्वतंत्र वेध घेऊन ग्रहशुद्धि केली. ग्रहलाघवाची उपपत्ति मल्लारि दैवज्ञानें त्यावरील टीकेंत दिली आहे.

कमलाकर.

हा सुमारें शकवर्ष १५३० च्या सुमारास झाला. यानें सिद्धांततत्त्वविवेक नांवाचा ग्रंथ केला आहे. पूर्वसिद्धांतांत नाहींत अशा पुष्कळ गोष्टी त्या ग्रंथांत आहेत. त्या अशाः—संपातगतीमुळें ध्रुवास चलन आहे, तसेंच सांप्रत जी ध्रुवतारा दिसते ती बरोबर ध्रुवस्थानीं नाहीं; पूर्वरात्रीं व उत्तररात्रीं ती पाहिली असतां तिचें स्थान बदलतें. सांप्रत ज्यांस रेखांश म्हणतात त्यांस त्यानें तुलांश असें नांव दिलें आहे; व वीस नगरांचे तुलांश दिले आहेत. त्रिप्रश्नाधिकार, ग्रहणाधिकार यांत त्यानें बरेच नवीन प्रकार सांगितले आहेत. सूर्यग्रहणाच्या वेळीं चंद्रबिंबस्थास पृथ्वीस ग्रहण लागलेलें दिसेल, असें त्यानें लिहिलें आहे. मेघ, गारा, भूकंप, उल्कापात यांचीं त्यानें सांगितलेलीं कारणें खऱ्यांच्या बरींच जवळ आहेत. इतर ग्रंथांत ३४३८ त्रिज्या मानून ३।।।—३।।। अंशांच्या भुजज्या दिल्या असतात. यान ६० त्रिज्या मानून प्रत्येक अंशाची भुजज्या दिली आहे. यानें ग्रहभोगावरून विषुवांश काढण्याची सारणी दिली आहे. पृथ्वीचा बहुतेक पृष्ठभाग जलानें व्याप्त आहे असें यवनांचें मत असल्याबद्दल व शुक्रकृत सूर्यबिंबभेद यवनांनीं पाहिल्याबद्दल यानें लिहिलें आहे. या सर्व प्रकारांत त्याचा स्वतःचा भाग किती हें सांगतां येत नाहीं.

नित्यानंदकृत सिद्धांतराज.

हा ग्रंथ शके १५६१ चा आहे. हा सायन पक्षाचा आहे. याचें वर्षमान ३६५–१४–३३–७·४०४४८ आहे. याची

कल्पगतभगणादि मानें ब्रह्मगुप्ताच्या मानांपेक्षां किती कमी किंवा अधिक आहेत, हें खालीं दिलें आहे.

ग्रह	भगणांतील अंतर	ग्रह	भगणांतील अंतर
रव्युच्च	+ १७१४६९	गुरु	+ १३०२४३
चंद्र	− २३३१०३९	शुक्र	− २०८९९४
चंद्रोच्च	+ २२१२४५	शनि	+ २६८६८२
मंगळ	+ १४०११७		
बुध	+ २५३९१३०		
सावनदिवस	− ६८७०१८९९	तिथि	− ६९९३१०९०
अधिमास	− २३३१०३९	क्षयाह	− १२२९१९१
चांद्रमास	− २३३१०३५		

यांत शुक्राचे भगण चुकीचे दिसतात.

या ज्योतिष्यानें स्वतः वेध घेऊन शिवाय दिल्लीदरबारांतील मुसलमान ज्योतिष्यांजवळ असलेल्या ज्योतिषग्रंथांचेंही अध्ययन केलें असावें असें दिसतें. स्पष्ट चंद्रास द्यावयाचा पाक्षिक संस्कार व पातसंस्कार यानें सांगितले आहेत.

जयसिंह.

हा जयपुरचा रजपुत राजा होता. यानें नव्या वेधशाला स्थापून व नवी वेधयंत्रें निर्मून चांगल्या ज्योतिष्यांकडून या देशांत व परदेशीं वेध घेवविले, व जगन्नाथनामक पंडिताकडून शके १६९० त सिद्धांतसम्राट् नांवाचा संस्कृत ग्रंथ लिहविला. त्यांतील ग्रहगत्यादिमानें त्यानें स्वतःच्या वेधांची उलुगबेग इत्यादिकांच्या प्राचीन वेधांशीं तुलना करून ठरविलीं. यूरोपांत त्या काळीं गति-

स्थिति जितकी सूक्ष्म काढितां येत होती, तिजपेक्षांही अधिक सूक्ष्मता जयसिंहानें साधिली. त्यानें आपल्या ग्रंथांत वर्षमान सायन घेतलें असून वर्षांतील अयनगति सुमारें ५१-४ विकळा मानिली आहे. कांहीं गोष्टींची उपपत्ति यानें स्वतः बसविली.

यानंतर लवकरच इंग्रजांचें राज्य सुरू होऊन पाश्चात्य ज्योतिषाचा अभ्यास चालू झाला. त्यामुळें साहजिकच भारतीय ज्योतिष मागें पडलें. या काळांतील प्रमुख ज्योतिषी खालीं दिले आहेत.

नृसिंह उर्फ बापूदेव (जन्मशक १७४३)

हे प्रसिद्ध ज्योतिषी भारतीय व यूरोपीय अशा दोन्ही प्रकारच्या ज्योतिःशास्त्रांत निपुण होते. यांनीं अनेक संस्कृत व इंग्रजी ग्रंथ लिहिले. त्यांपैकीं सूर्यसिद्धांताचें इंग्रजी भाषांतर होय. यांनीं विल्किन्सनसाहेबांनीं केलेल्या गोलाध्यायाच्या भाषांतरास इंग्रजी टीपा जोडिल्या आहेत.

विनायक उर्फ केरो लक्ष्मण छत्रे. (जन्मशक १७४६)

यांनीं फ्रेंच व इंग्रजी ज्योतिषग्रंथांच्या आधारें 'ग्रहसाधनाचीं कोष्टकें' या नांवाचा मराठी ग्रंथ लिहिला. यांत वर्षमान सूर्यसिद्धांतांतलें घेतलें असून ग्रहगतिस्थिति सायन घेतल्या आहेत. रेवतीयोगतारा झिटा पिशियम ही मानिली असून (या निबंधांतही त्याच तारेस रेवतीयोगतारा म्हटलें आहे.) ती मेषसंपातीं होती तेव्हांचे म्हणजे शके ४९६ चे अयनांश शून्य मानिले आहेत, व वर्षांतील अयनगति ५०-१ विकला घेतली आहे. यांत निरयन वर्षमान शुद्ध म्हणजे ३६५-१५-२१ घेतल्यासारखें होतें. या ग्रंथाप्रमाणें ग्रह काढण्यास त्रिकोणमितीचें व लाग्रथमचें ज्ञान पाहिजे. हे पटवर्धनी पंचांग काढीत असत.

विसाजी रघुनाथ लेले.

हे बुद्धिमान् ज्योतिषी शके १७४९ मध्यें जन्मले. हे सायन पंचांग काढीत असत; परंतु तें पंचांग ज्यावरून तयार करितां येईल असा यांनीं ग्रंथ केला नाहीं.

चिंतामणि रघुनाथ आचार्य (जन्मशक १७५०)

यांनीं नवीन दोन रूपविकारी तारा इ.स. १८६७ व १८७८ मध्यें शोधून काढिल्या.

कृष्णशास्त्री राजवाडे (जन्मशक १७५३)

यांनीं ग्रहलाघवावरील विश्वनाथी टीकेचें मराठी भाषांतर प्रसिद्ध केलें आहे. 'वेदांचें प्राचीनत्व' या नांवाचा एक निबंधही यांनीं लिहिला आहे. त्यांत 'मासानां मार्गशीर्षोऽहं' या गीतावाक्यावरून मार्गशीर्षांत वसंत येत असे असें घेऊन वेदकाल ३० हजार वर्षांहून प्राचीन, असें सिद्ध करण्याचा प्रयत्न केला आहे.

वेंकटेश बापूजी केतकर (जन्मशक १७७५)

यांनीं पाश्चात्य ग्रंथांच्या आधारें 'ज्योतिर्गणित' या नांवाचा एक उत्तम करणग्रंथ केला आहे. त्यावरून त्रिकोणमितीचें किंवा लाग्रथमचें ज्ञान नसतांही गणित करितां येतें, व ग्रहस्थानें फार झालें तर एका कलेच्या फरकानें येतात. हें साधण्याकरितां ग्रंथकर्त्यानें स्वतःच्या कल्पनेनें नव्या युक्त्या बसविल्या आहेत. या ग्रंथावरून रैवत व चैत्र अशा दोन्ही पक्षांचें गणित करितां येतें. यांत वर्ष शुद्ध नाक्षत्र व अयनगति वास्तव घेतली आहे. प्रत्येक प्रकरणाच्या शेवटीं कोष्टकांची त्रोटक उपपत्तिही दिली आहे.

बाळ गंगाधर टिळक (जन्मशक १७७८)

यानीं Orion व Arctic home in the Vedas हे दोन ग्रंथ इंग्रजींत लिहिले असून पहिल्यांत ऋग्वेदाच्या सूक्तांची रचना वसंतसंपात मृगनक्षत्रीं असतेवेळीं म्हणजे शकापूर्वीं ४००० वर्षें झाली असें सिद्ध केलें आहे, व दुसऱ्यांत वेदरचनाकालीं आपले पूर्वज उत्तरध्रुवाच्या जवळपास होते असें सिद्ध करण्याचा प्रयत्न केला आहे.

विनायक पांडुरंग खानापुरकर (जन्मशक १७८०)

यांनीं संस्कृतांत सिद्धांतसार या नांवाचा ग्रंथ केला असून त्यांतील विवेचन आधुनिक मतास अनुसरून केलें आहे. यांनीं सिद्धांतशिरोमणीचें मराठी भाषांतर केलें असून त्याचा गोलाध्याय हा पाद नुक्ताच प्रसिद्ध झाला आहे.

सुधाकर द्विवेदी (जन्मशक १७८२).

यांनीं पाश्चात्य ज्योतिःशास्त्रास अनुसरून अनेक संस्कृत ग्रंथ लिहिले आहेत, व 'गणकतरंगिणी' हा भारतीय गणकांचा इतिहास लिहिला आहे. उत्तरोक्त ग्रंथाचें रा. शंकर बाळकृष्ण दीक्षित यांस 'भारतीय ज्योतिःशास्त्र' लिहितांना बराच उपयोग झालेला दिसतो.

शंकर बाळकृष्ण दीक्षित (जन्मशक १७७५)

यांनीं 'भारतीय ज्योतिःशास्त्र' हा ग्रंथ लिहिला. त्यावरूनच बहुतांशीं वरील माहिती दिली आहे. आजपर्यंत या योग्यतेचा व विस्तृत ग्रंथ ज्योतिःशास्त्राच्या इतिहासावर झाला नव्हता. हा ग्रंथ भारतीयांच्या दृष्टीनें लिहिला आहे, हा त्यांतील विशेष आहे. ग्रीक व भारतीय ग्रहगतिस्थिति अगदीं भिन्न असल्यामुळें

भारतीयांनीं ग्रीकांपासून ज्योतिःशास्त्राचीं मूलतत्त्वें घेणें अशक्य आहे, हें ग्रंथकर्त्यांनीं सप्रमाण दाखविलें आहे. भारतीय ज्योतिषी स्वतः वेध घेत असत व त्यांचीं अनेक मानें ग्रीक ज्योतिष्यांच्या मानांपेक्षां सूक्ष्म आहेत, हेंही त्यांनीं चांगल्या रीतीनें सिद्ध केलें आहे. पाश्चात्यांनीं पुष्कळदां इकडच्या इतर ग्रंथकारांप्रमाणें ज्योतिषग्रंथकारांचेही काळ विनाकारण अलीकडे ओढिले आहेत; त्यांचे काळ वास्तविक किती प्राचीन आहेत हेंही रा. दीक्षित यांनीं सयुक्तिक रीतीनें दाखविलें आहे. तथापि फाजील पक्षाभिमानास न पेटतां, राशी व वार आपण पाश्चात्यांपासून घेतले, गत्यनुसारी ग्रहक्रमाचें ज्ञान आपल्यापूर्वीं परदेशांत झालें होतें, फलसंस्कार केंद्रानुसारी असतो हें ज्ञान आपणांस ग्रीकांकडून मिळालें, अशा तऱ्हेची कबुली त्यांनीं प्रसंगविशेषीं प्रांजलपणें दिली आहे. त्यांनीं काढिलेल्या कांहीं अनुमानांबद्दल मतभेद होणें स्वाभाविक आहे. उदाहरणार्थ, शनिमंगळकृत रोहिणीशकटभेदाच्या उल्लेखावरून त्या ग्रहांचें ज्ञान शकापूर्वीं ५००० वर्षें झालें असल्याचें रा. दीक्षित यांनीं सिद्ध केलें आहे; परंतु त्या ग्रहांच्या व रोहिणींतील तारांच्या शरांवरून शकानंतरच्या ज्योतिष्यांनीं भेदाचें अनुमान केलें असल्याचा संभव आहे असें कोणास वाटल्यास तें अगदीं चुकीचेंच म्हणतां येणार नाहीं. याप्रमाणें आणखीही कांहीं स्थळें दाखवितां येतील. या ग्रंथांत अमुक विधान किंवा प्रमाण अमुक स्थळींच निश्चयानें सांपडेल अशी व्यवस्था झालेली नाहीं; एखाद्या विषयासंबंधीं माहिती इतर विषयांच्या विवेचनप्रसंगींही सुचेल तशी दिली आहे. पण हाही दोष महत्त्वाचा नाहीं. उलट इष्ट माहिती शोधितांना ग्रंथांतील अनेक सुंदर स्थलें अवलोकनांत येऊन वाचकास त्या शोधापासून कंटाळा न येतां आनंद होतो. या ग्रंथातील तेरा दिवसांच्या

पक्षाविषयींचें विवेचन, भारतीय ग्रहस्थितीबद्दलच्या रा. लेले यांच्या विधानाचें खंडन, बेंटलीच्या ज्योतिषसिद्धांतकालनिर्णयाच्या रीतींवरील दोषारोप, भारतीय सिद्धांतकारांनीं उच्चपातादींची स्थिति स्वतंत्रपणें काढिल्याबद्दलची चर्चा, ग्रहलाघवावरील दोषारोपांचा विचार, सायनपद्धतीच्या ग्राह्यत्वाविषयींचे विचार, उपसंहार हे भाग अत्यंत मनोवेधक झाले आहेत.

या निबंधांत भारतीय ज्योतिषांतील म्हणून जे भाग दिले आहेत ते सिद्धांतशिरोमणींतील आहेत, हें वर सांगितलेंच आहे. कांहीं भाग सूर्यसिद्धांत, ग्रहलाघव इत्यादि इतर ग्रंथांतूनही घेतलेले आढळतील. सिद्धांतग्रंथांत यावयाचे सर्व विषय सिद्धांतशिरोमणीच्या गणिताध्यायांत त्याच क्रमानें दिलेले आहेत; पण या निबंधांत ते विषय भिन्न क्रमानें दिले आहेत. पहिल्या भागांत स्थान व काल मोजण्याचीं भारतीय परिमाणें व त्यांचें गणित दिलें आहे. दुसऱ्या भागांत ज्योतींच्या क्रांतिवृत्तीय गतिस्थितींचें साधन दिलें आहे. तिसऱ्या भागांत अंतरिक्षांत दिसणारे चमत्कार आणि पहिल्या व दुसऱ्या भागांतील साधनांच्या साहाय्यानें त्यांचें गणित यांचा विचार आहे. चवथ्या भागांत भारतीय ज्योतिषी ज्योतिषविषयक प्रश्न सोडविण्याकरितां ज्या गणिताचा उपयोग करितात तें दिलें असून अखेरीस या निबंधांतील कांहीं भाग समजण्यास आवश्यक असें पाश्चात्य गणित दिलें आहे. निबंधवाचनास आरंभ करण्यापूर्वी वाचकांनीं चवथा भाग प्रस्तावनेदाखल वाचल्यास त्यांस पहिल्या तीन भागांतील विवेचन समजण्यास बरीच मदत होईल असा भरंवसा आहे. पहिल्या व तिसऱ्या भागांतील विषयांचें वर्गीकरण भगोल व खगोल या गोलप्रकारांवर उभारलेलें आहे; व विषयांची मांडणी त्याच्या धोरणानें केली असल्यामुळें मूळ ग्रंथांतील व या निबंधांतील विषयक्रमांतही

वर लिहिल्याप्रमाणें अंतर उत्पन्न झालें आहे. उदाहरणार्थ, गणिताध्यायामध्यें अहर्गणसाधन मध्यमाधिकारांत, चर व क्रांति यांचें साधन ग्रहस्पष्टीकरणप्रसंगीं, आयन व आक्ष वलनें व दृक्कर्मे यांचा विचार ग्रहणच्छायास्तोदयाधिकारांत आलेला आहे, तो या निबंधांत पहिल्या भागांत आणिला आहे. गणिताध्यायामध्यें लंबनविचार सूर्यग्रहणसाधनांत व शर, पात यांचा विचार युत्यधिकारांत आलेला आहे, तो या निबंधाच्या दुसऱ्या भागांत आणिला आहे. चंद्र-सूर्यग्रहणें, युति, दर्शनादर्शनें, अस्तोदय, शृंगोन्नति, महापात हे भिन्न भिन्न अधिकारांचे विषय या निबंधाच्या तिसऱ्या भागांत विवेचिले आहेत; ज्यासाधन गणिताध्यायामध्यें ग्रहस्पष्टीकरण-प्रसंगीं व गोलाध्यायाचे अखेरीस स्वतंत्रपणें दिलेलें आहे, तें व लीलावतीबीजगणितांत दिलेलें कुट्टकवर्गप्रकृतिगणित या निबंधाच्या चवथ्या भागांत दिलें आहे. मूळांत प्रयोजनानुरोधानें आलेले विषय या निबंधांत वर्गीकरणानुरोधानें दिलेले आहेत, हा या निबंधाचा एक विशेष होय. ही योजना विषयाचें ग्रहण व स्मरण अशा दुहेरी दृष्टीनें वाचकांस मान्य होईल, अशी आशा आहे.

या निबंधांत वर्गीकरणाचें जें धोरण स्वीकारिलें असल्याचें वर सांगितलें, तें तर्कशास्त्रदृष्ट्या तंतोतंत अमलांत आणिलें नाहीं हें येथें कबूल केलें पाहिजे. उदाहरणार्थ, ग्रहणें सामान्यतः भोगांतील व शरांतील अंतरांवर अवलंबून असल्यामुळें भगोलसंबंधीं चमत्कारांखालीं दिलीं आहेत. सूर्यग्रहणांत लंबनाचा विचार कर्तव्य असल्यामुळें तो चमत्कार वास्तविकपणें मिश्र या निराळ्या सदराखालींच घातला पाहिजे, तसें न करितां त्याचा विचार सोईसाठीं चंद्रग्रहणानंतर केला आहे. दर्शनादर्शनें भारतीय ज्योतिषाच्या मतें ग्रहांच्या विषुवांशांमधील अंत-

रावर अवलंबून असतात, म्हणून त्यांचा अंतर्भाव भगोलीय चमत्कारांत केला आहे, व तो करितांना ग्रह या शब्दांत दृग्ग्रहाचा समावेश केला आहे. परंतु दृग्ग्रहाचा संबंध ग्रहाच्या उदयाशीं म्हणजे खगोलीय स्थितीशीं असल्यामुळें दर्शनादर्शनविचारही मिश्र सदराखालींच करावयास पाहिजे होता, तसा तो केला नाहीं.

या निबंधांत आपल्याकडील ज्योतिःशास्त्रीय नियमांची व सारण्यांची उपपत्ति दिलेली असून त्यांची पाश्चात्य नियमांशीं व सारण्यांशीं तुलनाही केली आहे. अहर्गण, त्रिप्रश्नाधिकारांतर्गत साधनें, आक्ष वलन व दृक्कर्म, महापात इत्यादिकांची उपपत्ति किती अवघड आहे, हें तज्ज्ञांस सांगावयास नकोच. ही उपपत्ति शक्य तितक्या सोप्या रीतीनें या निबंधांत देण्याचा प्रयत्न केला आहे. रा. व्यंकटेश बापूजी केतकर यांच्या ज्योतिर्गणितांतील व पंचांगांतील आणि केरोपंती ग्रहसाधनाच्या कोष्टकांतील बऱ्याच साधनांची उपपत्तिही मुख्य निबंधांत किंवा परिशिष्टांत आढळून येईल. भारतीय ज्योतिषास उतरती कळा लागण्याचें एक मोठें कारण उपपत्तीबद्दलची उदासीनता होय, ही गोष्ट लक्ष्यांत बाळगल्यास या निबंधांतील या अंगाचें महत्त्व वाचकांस कळून येईल. भारतीय सारण्यांहून भिन्न अशा पाश्चात्य सारण्यांची उपपत्ति या निबंधांत देणें शक्य नसल्यामुळें दिली नाहीं.

पहिल्या व दुसऱ्या भागांतील नियमांची उपपत्ति तिसऱ्या भागांतल्यापेक्षां विशेष विस्तारानें दिली आहे. या दोन भागांतील विषयांचें मार्मिक ज्ञान झालें म्हणजे तिसऱ्या भागांतील विषयांची उपपत्ति मुळींच कठिण जात नाहीं, सबब ती बरीच संक्षिप्त दिली आहे; व कांहीं स्थळीं ती मुळींच दिली नाहीं. उदाहरणार्थ, सूर्यग्रहणसंभवाचा विचार करितांना सूर्यभुज मेषादि षट्कांत असल्यास तो उत्तर समजावा, अन्यथा दक्षिण समजावा, हा नियम.

भुजानुसारी शराच्या दिशेवरून दिला आहे; पण ही गोष्ट स्पष्ट केली नाहीं. तसेंच पाश्चात्य व भारतीय ग्रहस्थितींमध्यें भेद असल्यास ग्रहस्थितीवर अवलंबून असणाऱ्या चमत्कारांतही भेद असावयाचेच; हे भेदही तिसऱ्या भागांत विस्तारभयास्तव दिले नाहींत. उपपत्ति देतांना अनेकदां पृथ्वीच्या उत्तर गोलार्धापुरताच विचार केलेला आहे. एखादा सिद्धांत भारतीय किंवा पाश्चात्य ज्योतिषांतील आहे हें जेथें पूर्वापरसंदर्भावरून उघड होण्यासारखें आहे, तेथें तें स्पष्ट केलें नाहीं. ज्या विषयांचें सांप्रत काळीं फारसें महत्त्व नाहीं, त्यांचा विस्तार न करितां तात्पुरताच विचार केला आहे. उदाहरणार्थ, ग्रहांच्या कक्षांचीं योजनें पृथक्पणें दिलीं नाहींत; भुवनसंस्थेचें वर्णन ज्योतिःशास्त्रास आवश्यक तितकेंच दिलें आहे; यंत्रांच्या प्रकारांचें वर्णन मुळींच दिलें नाहीं.

या निबंधांत जे भारतीय व पाश्चात्य नियम दिले आहेत, ते पाश्चात्य चिन्हांनीं व संकेतांनीं दिले आहेत. जेथें इंग्रजी पारिभाषिक शब्दांस संस्कृत किंवा मराठी योग्य प्रतिशब्द आढळले नाहींत, तेथें नवीन शब्दांची योजना केली आहे. विस्तार, तारतम्य, परंपरित, संकरात्मक व संसृष्टिरूप राशि, असे नवे शब्द या निबंधांत आढळून येतील. त्यांची योजना किती अनुरूप आहे, याचा निर्णय वाचकांवरच सोंपविणें बरें. राशि, ज्योति, तारा अशा कांहीं शब्दांचीं त्यांच्या मूळ लिंगांहून भिन्न परंतु मराठी संप्रदायास अनुरूप दिसेल अशा लिंगीं योजना केली आहे; तीही वाचकांस मानवेल अशी आशा आहे.

शेवटीं जोडिलेल्या परिशिष्टांपैकीं कांहींत पाश्चात्य ज्योतिषांतील कांहीं मनोरंजक व उपयुक्त साधनें उपपत्तीसह दिलीं आहेत; व एकांत पाश्चात्य ज्योतिषांत प्रविष्ट झालेल्या जिज्ञासूंच्या सोईसाठीं संस्कृत व मराठी पारिभाषिक शब्दांचे इंग्रजी पर्याय दिले आहेत.

इष्ट विवेचन सौकर्यानें सांपडावें म्हणून विषयानुक्रमणिका व वर्णानुक्रमें सूचि दिल्या आहेत.

हा निबंध विश्वविद्यालयाच्या प्रवेशपरीक्षेपर्यंत शिकलेल्या कोणत्याही विद्यार्थ्यास समजावा, अशी शक्य तितकी योजना केली आहे. वाचकांस बीजगणिताचें वर्गसमीकरणापर्यंत ज्ञान असलें तरी चालेल. सरलरेषीय व गोलीय त्रिकोणमितींवरून निघालेल्या पाश्चात्य सारण्यांची उपपत्ति त्यांच्या जोडीच्या भारतीय सारण्यांच्या उपपत्तीवरून ध्यानांत येईल. विपरीत राशि (Inverse Functions) व शून्यलब्धि यांचें जें गणित पहिल्या तीन भागांत केलेलें आढळेल तें लक्ष्यांत येण्यासाठीं चवथ्या भागांत त्या गणिताचे प्रमुख नियम दिले आहेत. चवथा भाग प्रथम काळजीपूर्वक वाचून नंतर पहिले तीन भाग वाचल्यास प्रवेशपरीक्षेपर्यंत शिकलेल्या कोणत्याही विद्यार्थ्यास ते कळण्यास अडचण पडणार नाहीं अशी उमेद आहे.

भारतीय ज्योतिर्गणित.

भाग पहिला

स्थानकालगणना.

ज्योतिश्चक्रांत ज्योतीचें कोणतें स्थान आहे याचा निश्चय करण्याकरितां स्थानकालमापनाचें ज्ञान आवश्यक आहे. स्थान-विचाराखालीं ज्योतीचें स्थान गोलाच्या कोणत्या वर्तुलावर मोजावयाचें, त्या वर्तुलावर आरंभस्थान कोणतें घ्यावयाचें, अंतरें मोजण्यास परिमाण कोणतें घ्यावयाचें, व तीं अंतरें त्या वर्तुलावर उजवीकडे किंवा डावीकडे मोजावयाचीं या गोष्टींचा विचार येतो. कालविचाराखालींही आरंभस्थान, कालविभाग इत्यादि सदृश गोष्टींचा विचार येतो.

स्थानगणना.

गोलाचा पृष्ठभाग अनेक वृत्तांनीं म्हणजे वर्तुलांनीं बनलेला असतो. यांपैकीं कांहीं वृत्तांचे व्यासार्ध गोलाच्या त्रिज्येपेक्षां कमी असतात, व कांहीं वृत्तांचे त्रिज्यातुल्य असतात. उत्तरोक्त वृत्तांस त्रिज्यावृत्तें म्हणतात. त्रिज्यावृत्ताच्या पातळीशीं ९० अंशांचा कोण साधणाऱ्या पातळीच्या सर्व त्रिज्यावृत्तांस त्या त्रिज्यावृत्ताचीं याम्योत्तरवृत्तें म्हणतात. हीं याम्योत्तरवृत्तें परस्परांस ज्या गोलपृष्ठीय दोन बिंदूंत छेदितात त्यांस त्या त्रिज्यावृत्ताचे उत्तर व दक्षिण बिंदु म्हणतात; व त्रिज्यावृत्ताच्या कोणत्याही बिंदू-

पासून सर्व बाजूंनीं ९० अंशांवर असणारें याम्योत्तरवृत्त त्या त्रिज्यावृत्तास ज्या दोन बिंदूंत छेदितें त्यांस त्या बिंदूंचे पूर्व पश्चिम बिंदु म्हणतात.

ज्याप्रमाणें पृथ्वीवरील कोणत्याही स्थानाचे अक्षांश व रेखांश माहित असले म्हणजे तें निश्चित करितां येतें त्याप्रमाणें आकाशस्थ ज्योतींचें स्थान निश्चित करण्यास त्या स्थानामधून जाणारें एखाद्या त्रिज्यावृत्ताचें याम्योत्तरवृत्त त्या त्रिज्यावृत्तास त्या त्रिज्यावृत्तावरील एखाद्या बिंदूपासून किती अंतरावर छेदितें, व त्या त्रिज्यावृत्ताच्या व याम्योत्तरवृत्ताच्या एखाद्या छेदनबिंदूपासून तें स्थान त्या याम्योत्तरवृत्तावर किती अंशांच्या अंतरावर आहे या गोष्टींचें ज्ञान आवश्यक आहे. तन्निमित्त वर निर्दिष्ट केलेल्या इतर वस्तूंचेंही ज्ञान जरूर आहे. याचें विशेष विवरण करण्याची आवश्यकता नाहीं.

आकाशांत असे दोन बिंदु आहेत कीं पृथ्वीच्या दैनिक स्वप्रदक्षिणेमुळें सर्व ज्योतींस वर्तुलाकार गति मिळत असतां हे बिंदु मात्र अचल असतात. त्यांस उत्तर व दक्षिण ध्रुव म्हणतात. हे अचल असण्याचें कारण पृथ्वी ज्या आंसावर फिरते त्याचे हे बिंदु शेवट होत. या दोन बिंदूंस जोडणाऱ्या रेषेंतील कोणत्या तरी बिंदूभोंवतीं प्रत्येक आकाशस्थ ज्योति रोज पूर्वेकडून पश्चिमेकडे प्रदक्षिणा करितांना दिसते. उत्तर ध्रुव हा पृथ्वीवरील उत्तर ध्रुवाच्या खस्वस्तिकस्थानीं असतो; व दक्षिणध्रुव हा पृथ्वीवरील दक्षिणध्रुवाचा खस्वस्तिक असतो. खस्वस्तिक म्हणजे क्षितिजावरील दृश्य आकाशाचा मध्यबिंदु.

उत्तर व दक्षिण ध्रुव हे ज्या त्रिज्यावृत्ताचे उत्तर व दक्षिण बिंदु असतात त्या त्रिज्यावृत्तास विषुववृत्त म्हणतात. भूमध्यरेषा वाढविली असतां आकाशांत जें वृत्त निर्माण करील तेंच विषुववृत्त होय. या वृत्तावरील प्रत्येक बिंदूपासून ध्रुवबिंदु ९० अंशांवर असतात. पृथ्वीच्या उत्तर गोलार्धांत राहणाऱ्या लोकांस उत्तर ध्रुव स्वस्थानाच्या अक्षांशांच्या मानानें क्षितिजाच्या कमी अधिक वर दिसून येतो; व खस्वस्तिकापासून तितक्याच अंतरावर दक्षिणेकडे विषुववृत्तही कललेलें दिसून येतें. विषुववृत्ताच्या दक्षिणेस व उत्तरेस त्याशीं समांतर अशी जीं त्यापेक्षां लहान गोलीय वृत्तें असतात त्यांस द्युज्यावृत्तें म्हणतात.

पृथ्वीवरील कोणत्याही स्थानाचें खस्वस्तिक व ध्रुव यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तास त्या स्थानाचें याम्योत्तरवृत्त म्हणतात. या वृत्ताचे जे दोन बिंदु अनुक्रमें उत्तर व दक्षिण ध्रुवांच्या जवळ असून क्षितिजस्थ असतात त्यांस समबिंदु म्हणतात. त्यांच्या दिशांस आपण व्यवहारांत अनुक्रमें उत्तर व दक्षिण म्हणतो. पृथ्वीवरील इष्ट स्थलाच्या याम्योत्तरवृत्ताच्या उत्तर व दक्षिण बिंदूंस त्या स्थलाचे पूर्व व पश्चिम बिंदु म्हणतात; ते बिंदु व ध्रुव यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तास उन्मंडल म्हणतात; व ते बिंदु व खस्वस्तिक यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तास समवृत्त म्हणतात. या वृत्तावर ग्रहाचे जे नतांश मोजतात ते याम्योत्तरवृत्तापासून मोजतात.

विषुववृत्त व समवृत्त यांचा वर लिहिल्याप्रमाणें नित्यसंबंध असतो; व त्यांचे परस्परसापेक्ष अंतर कधीं बदलत नाहीं;

म्हणून हीं वृत्तें व यांशीं तसाच संबंध असलेलीं उन्मंडलक्षिति-जयाम्योत्तरादि इतर त्रिज्यावृत्तें मिळून खगोल नांवाचा एक गोल कल्पिला आहे. खगोलीय वृत्त म्हणून जेव्हां विषुववृत्ताचा विचार कर्तव्य असतो तेव्हां त्यावरील ग्रहस्थानें याम्योत्तरवृत्तापासून मोजतात. परंतु विषुववृत्त हें दुसऱ्याही एका गोलावरील त्रिज्यावृत्त असतें. त्या गोलास भगोल म्हणजे नक्षत्रगोल म्हणतात. भगोलीय वृत्त म्हणून जेव्हां विषुववृत्ताचा विचार करावयाचा असतो तेव्हां त्यावरील ग्रहस्थानें संपातसंज्ञक बिंदूपासून मोजतात.

विषुववृत्तास दोन बिंदूंत छेदणारें व त्याच्याशीं सुमारें २४ अंशांचा कोण साधणारें त्रिज्यावृत्त हें क्रांतिवृत्त होय. त्याच्या उत्तर दक्षिण बिंदूंस कदंब म्हणतात; व त्या छेदनबिंदूंस संपात किंवा क्रांतिपात म्हणतात. सूर्याचें वार्षिक भ्रमण याच वृत्तांत झालेलें दिसतें. हे दोन संपातबिंदु एकमेकांपासून १८० अंशांवर असून त्यांचीं नांवें अनुक्रमें वसंत व शारद संपात अशीं आहेत. या संपातांवर सूर्य असतो तेव्हां दिवस व रात्र सारखीं असतात. वसंतसंपात शके ४९६ मध्यें नक्षत्रचक्रांतील रेवती नक्षत्राच्या योगताऱ्यापाशीं (योगतारा म्हणजे ज्या ठळक ताऱ्याशीं चंद्राचा योग होतो तो) होता. परंतु पृथ्वीच्या मध्यरेषेपाशीं जो फुगवटा आहे त्यावर सूर्याचें आकर्षण घडल्यामुळें पृथ्वीला भोंवऱ्यासारखी गति मिळून ध्रुवाची कदंबाभोंवतीं सुमारें २६००० वर्षांत जी एक डुलकी होते तिच्यामुळें संपातासही गति (मुंजालादि अपवाद वर्ज्य करून बाकीचे भारतीय ज्योतिषी या गतीस प्रदक्षिणारूप न समजतां आंदोलनरूप

समजतात.) मिळून तो प्रतिवर्षास ५० विकला या गतीनें नक्षत्रचक्रांत मागें मागें हटत चालला आहे. ४९६ या शकानंतर ही गति सांचत सांचत हल्लीं संपात रेवतीयोगतारेच्या पश्चिमेस सुमारें १८ अंश गेला आहे. या गतीस अयनचलन म्हणतात.

तीन पक्ष.

सूर्य वर्षांतून एकदां क्रांतिवृत्ताची प्रदक्षिणा करितांना दिसतो; व इतर ग्रह—उपग्रहही त्याच वृत्तांच्या सुमारास वर्तुलाकार भ्रमण करितात. म्हणून सूर्य आणि इतर ग्रह—उपग्रह यांची गति आणि अंतरें काढण्यास हें वृत्त फार उपयोगी पडतें. ग्रहांची गति या वृत्तावर पश्चिमेकडून पूर्वेकडे असते. म्हणून ज्योतींचीं स्थानें या वृत्तावर त्या दिशेनें मोजण्याचा ज्योतिष्यांचा प्रघात आहे. परंतु या वृत्तावरील कोणत्या बिंदूपासून स्थान मोजावयाचें याबद्दल मात्र त्यांचें मतैक्य नाहीं. कांहीं ज्योतिष्यांस वसंतसंपात हें आरंभस्थान मानणें सोइस्कर वाटतें. हे अयनगति हिशेबांत धरीत असल्यामुळें यांस सायनवादी म्हणतात. या पक्षाप्रमाणें संपातच मेषारंभ असल्यामुळें व संपाताचा ऋतूंशीं व मेषादि राशींचा महिन्यांशीं संबंध असल्यामुळें विशिष्ट महिन्यांची विशिष्ट ऋतूंशीं जी हल्लीं सांगड आहे ती बिघडण्याचा कालांतरानेंही संभव नसतो. या पक्षाप्रमाणें येणाऱ्या ग्रहस्थानास सायन ग्रह म्हणतात.

अयनगति नसती तर दुसरा पक्ष निघण्यास अवकाश राहिला नसता. परंतु रेवतीयोगतारा व संपात यांचें अनेक वर्षें

साहचर्य राहून नंतर अयनचलनामुळें दोघांचा वियोग होतांच अदृश्य संपातबिंदूपेक्षां दृश्य रेवतीताराच आरंभस्थान होण्यास योग्य आहे असा आग्रह धरणारा पक्ष उत्पन्न झाला. या पक्षास निरयनवादी म्हणतात.

निरयनवाद्यांमध्यें दोन तट होण्याचें प्रथम कारण नव्हतें. पण वास्तविक अयनगति ५० विकला असून भारतीय ज्योतिष्यांनीं ती ५८(ही गति वास्तव संपातगति ५० विकला, व भारतीय नाक्षत्र सौर वर्ष वास्तव नाक्षत्र सौर वर्षापेक्षां ८ पळांनीं मोठें असल्यामुळें तितक्या अवकाशांत सूर्य रेवतीयोगतारेच्या पुढें ज्या ८ विकला जातो त्या मिळून झाली आहे.) किंवा ६० विकला मानिली असल्यामुळें खरा संपात व या अधिक गतीमुळें येणारा संपात यांमध्यें दर वर्षास ८–१० विकलांचें अंतर पडत जाऊन हल्लीं तर दोहोंमध्यें जवळ जवळ ४ अंशांचें अंतर पडलें आहे. आतां खऱ्या संपाताचें स्थान अनुभवसिद्ध असल्यामुळें वादग्रस्त असण्याचा मुळींच संभव नाहीं. तेव्हां खऱ्या संपातस्थानाच्या पूर्वेस अनुक्रमें १८ व २२ अंशांवर नक्षत्रचक्राचें आरंभस्थान मानणारे दोन तट उपस्थित झाले. पहिल्या पक्षाचे अलीकडील अभिमानी कै० केरोपंत छत्रे व दुसऱ्याचे अभिमानी बहुतेक जुने ज्योतिषी व रा. केतकर हे होत. पहिला पक्ष पुरातन आरंभस्थानास महत्त्व देऊन त्याच्या धोरणानें अयनगतींतील चूक सुधारण्यास तयार असतो. दुसरा पक्ष अयनगतींत सांचलेली चूक सोडून देण्यास तयार नसून तिजकरितां आरंभस्थान रेवतीयोगतारेच्या पूर्वेस ४ अंश ढकलण्यास सिद्ध असतो. पहिल्या पक्षास रैवत व दुसऱ्यास चैत्र

अशा संज्ञा आहेत. रैवत हा शब्द उघड 'रेवती' या शब्दापासून निघाला आहे, व रेवती तारा आरंभस्थान धरण्याचा आग्रह त्यावरून व्यक्त होतो. चैत्र शब्द पडण्याचें कारण असें कीं, हल्लींच्या संपातापासून पूर्वेस २२ अंशांवर जें आरंभस्थान या पक्षाकडून मानण्यांत येतें त्याच्यापासून बरोबर १८० अंशांवर चित्रा हें तेजस्वि नक्षत्र असतें.

याप्रमाणें आरंभस्थानासंबंधानें हल्लीं सायन, चैत्र व रैवत असे तीन पक्ष आपणांत पडले आहेत.

निरयनवादी ज्याप्रमाणें आपापल्या आरंभस्थानांपासून ज्योतिश्चक्राचे १२ राश्यात्मक व प्रत्येक राशीचे २$\frac{1}{4}$ याप्रमाणें २७ नक्षत्रात्मक सारखे विभाग करितात त्याचप्रमाणें सायनवादीही संपातापासून आरंभ करून १२ विभागात्मक राशि व २७ विभागात्मक नक्षत्रें असे तुल्य विभाग करितात. सायन व निरयन-रैवतपक्षीय नक्षत्रारंभ किंवा राश्यारंभ यांमध्यें १८ अंश अंतर असतें; व निरयन—चैत्रपक्षीय व निरयन—रैवतपक्षीय नक्षत्र-राश्यारंभ यांमध्यें ४ अंशांचें अंतर असतें.

सूर्याचा एखाद्या राशींत प्रवेश झाला म्हणजे त्या प्रवेशास संक्रांत म्हणतात. सूर्याची दिनगति सुमारानें १ अंश असल्यामुळें या तिन्ही पक्षांच्या संक्रांतींतही अनुक्रमें १८ व ४ दिवसांचें अंतर पडतें.

भारतीय महिन्यांचीं नांवें नक्षत्रांवरून पडलीं आहेत. ज्या चांद्र महिन्याच्या पौर्णिमेस चंद्र चित्रा नक्षत्रावर किंवा त्याच्या जवळ

असतो तो चैत्र महिना; ज्या महिन्याच्या पौर्णिमेस तो विशाखा नक्षत्रास किंवा जवळपास असतो त्याचें नांव वैशाख; याप्रमाणें इतर महिन्यांविषयींही समजावें. चंद्र पौर्णिमेस चित्रा किंवा विशाखा नक्षत्रावर असला म्हणजे सूर्यही त्यापासून १८० अंशांवर असणारच; कारण चंद्रसूर्यांमध्यें १२ अंश अंतर पडलें म्हणजे एक तिथि होते, व त्यामुळें पौर्णिमेस या अंतराच्या पंधरापट अंतर त्या दोघांमध्यें असावयाचें. याप्रमाणें महिन्यांचा व सूर्याचाही संबंध असतोच. या संबंधास अनुसरून म्हणावयाचें म्हणजे ज्या महिन्यांत सूर्य चित्रानक्षत्रापासून १८० अंशांवर म्हणजे मेषराशींत प्रवेश करील तो चैत्र, विशाखांपासून १८० अंशांवर म्हणजे वृषभराशींत प्रवेश करील तो वैशाख इ० इ०.

वर वर्णिलेल्या तीन पक्षांच्या संक्रांतींत अंतर असल्यामुळें त्यांच्या महिन्यांच्या नांवांतही अनेकदां अंतर पडतें. कधीं कधीं असें होतें कीं सौर मासापेक्षां म्हणजे दोन संक्रांतींमधील दिवसांपेक्षां चांद्र-मास म्हणजे एका अमावास्येपासून दुसऱ्या अमावास्येपर्यंत जे दिवस होतात ते संख्येनें कमी असल्यामुळें सौर मासांत संबंध चांद्र मास पडून दोन्ही संक्रांती चांद्र मासाच्या बाहेर पडतात; म्हणजे चांद्र मासांत एकही संक्रांत पडत नाहीं. अशा चांद्र मासास अधिमास अथवा अधिकमास म्हणतात, व त्या मासापुढील मासाचेंच नांव त्यास देण्याचा संप्रदाय आहे. या नांवासंबंधानें सुद्धां सायन व दोन्ही निरयन पक्षांमध्यें अंतर पडतें. त्याचा प्रकार असाः—

असें समजा कीं अमावास्या संपल्यानंतर चैत्र पक्षाची संक्रांत लागलीच घडून आली आहे, व अमावास्येंत अंत होणारा महिना चैत्रमानानें अधिकमास आहे. अर्थातच रैवत पक्षाची संक्रांत चैत्रपक्षीय संक्रांतीच्या अगोदर ४ दिवस झाली आहे. आतां दर महिन्यास चांद्र व सौर मासांमध्यें मध्यम मानानें एक दिवस अंतर पडत जातें; म्हणजे अमावास्या चैत्रपक्षीय सूर्यसंक्रांतीच्या मागें दर महिन्यास एक दिवस हटत जाते. परंतु रैवत संक्रांत अमावास्येच्या अंतापूर्वी ४ दिवस आहे, म्हणून रैवतपक्षीय सौर संक्रांतीस अमावास्या अगदीं पूर्वी लागून येण्यास व त्यामुळें त्या पक्षाचा अधिकमहिना घडून येण्यास मध्यम मानानें ४ महिने लागतात; व त्यामुळें अधिक महिन्याच्या नांवांतही अंतर पडतें. स्पष्ट मानानें पाहिल्यास या दोन पक्षांच्या अधिकमासांमध्यें सौर मासाच्या न्यूनाधिक्याच्या मानानें कमी अधिक अंतर पडतें; म्हणजे चैत्रपक्षीय अधिक महिना झाल्या-नंतरचे महिने ज्येष्ठ आषाढ यांपैकीं असल्यास रैवत पक्षाचा अधिकमास दोन महिन्यांतच येतो; व मार्गशीर्ष पौष हे महिने असल्यास तसें होण्यास ८—९ महिनेही लागतात. कारण पूर्वोक्त चांद्र महिन्यांचे सुमारास सौर मासांचें मान अधिक असल्यामुळें चांद्रसौरमासांतील अंतरही अधिक असतें; त्याच्या उलट प्रकार उत्तरोक्त मासांसंबंधानें असतो. चांद्रसौरमासांतलि अंतर कमी अधिक होण्यास चांद्र मासाचें मानही अंशतः कारण होतें.

हें अंतर चैत्रपक्षीय व रैवतपक्षीय अधिकमासांमधील झालें. सायन व रैवतपक्षीय संक्रांतींमध्यें १८ दिवसांचें अंतर असल्यामुळें

रैवतपक्षयि अधिकमासापूर्वी बरेच महिने सायनपक्षीय अधिक मास घडून येतो, हें स्पष्ट करण्याची आवश्यकता नाहीं. या तिन्ही पक्षांच्या मतें अमावास्या एकच असून संक्रांती मात्र निराळ्या असल्यामुळें हा फरक पडतो.

चांद्र मासाचे मध्यम मान सुमारानें २९$\frac{१}{२}$ दिवस असतें; व सौर मासाचें ३०$\frac{२}{३}$ असतें. या मानानें क्षयमासाचा कधीं संभव नसतो; कारण क्षयमास ह्मणजे ज्या चांद्र मासांत सबंध एक सौर मास ह्मणजे दोन सूर्यसंक्रांती पडतात तो; व मध्यम मानानें सौर मास चांद्र मासापेक्षां नेहमीं मोठा असतो. परंतु स्पष्ट मानानें चांद्र मासाचें महत्तम मान सुमारानें २९$\frac{३}{४}$ दिवस (लघुतम मान २९$\frac{३}{१०}$ असतें) आणि सौरमासाचें लघुतम मान सुमारानें २९$\frac{९}{२०}$ दिवस (महत्तममान ३१ $\frac{९}{२०}$ दिवस असतें.) असल्यामुळें स्पष्ट सौर मासापेक्षां स्पष्ट चांद्र मास मोठा असण्याचा कधीं कधीं संभव असतो; कारण सौर लघुतम मासापेक्षां चांद्र महत्तम मास $\frac{३}{१०}$ नें मोठा असतो. मात्र चांद्र मासाचें सौर मासापेक्षां आधिक्य $\frac{३}{१०}$ पर्यंत असण्याचा योग फारच क्वचित् म्हणजे १००–२०० वर्षांत एखादे दुसरे वेळीं घडून येतो. अशा योगाचे सुमारास दोन संक्रांती दोन अमावास्यांच्या बाहेर पडण्याचाही योग येत असल्यामुळें क्षयमासास लागूनच किंवा एक दोन महिन्यांचे अंतरानें अधिक मासाचाही योग असतो. सायन, रैवत व चैत्र या पक्षांच्या संक्रांती भिन्न भिन्न असल्यामुळें त्यांच्या क्षयमासांत सुद्धां अनेक वर्षांचें अंतर असतें.

याप्रमाणें आरंभस्थान निरनिराळें मानिल्यामुळें नक्षत्रें, संक्रांती चांद्र महिने, अधिक व क्षयमास यांमध्यें फेर पडतो. रविचंद्रांच्या स्थानयोगास योग ही संज्ञा आहे; त्यांतही साहजिकपणें असाच फरक पडतो.

भोगशर व विषुवांशक्रांति.

ग्रहांच्या वास्तव गतीसंबंधानें क्रांतिवृत्त उपयोगांत आणितात हें येथवर सांगितलें. पृथ्वीच्या दैनंदिन गतीमुळें ज्योतींस जी पश्चिमोन्मुख गति असलेली आपणांस भासते (भारतीय ज्योतिष्यांच्या मतें ही गति त्या ज्योतींची वास्तव गतिच असते.) ती नेहमीं विषुववृत्तास समांतर असते, व म्हणून तिचा विचार करितांना विषुववृत्ताचा उपयोग करितात; आणि ज्याप्रमाणें क्रांतिवृत्ताच्या मानानें ग्रहाचें स्थान काढावयाचें असल्यास क्रांतिवृत्तास शरसूत्र (शरसूत्र म्हणजे कदंब व ग्रह यांवरून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्ताचा चाप) ज्या बिंदूंत छेदितें त्या बिंदूचें आरंभस्थानापासून अंतर मोजितात त्याप्रमाणें विषुववृसंबंधि स्थान काढावयाचें असल्यास विषुववृत्तास ध्रुव व ग्रह यांवरून जाणारें त्रिज्यावृत्त ज्या बिंदूंत छेदितें त्याचें वसंतसंपातापासून अंतर काढितात. क्रांतिवृत्तसंबंधि अंतरास भोग व विषुववृत्तसंबंधि अंतरास विषुवांश ह्मणतात; व ग्रहाचीं त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानापर्यंत व विषुववृत्तीय स्थानापर्यंत जीं अंतरें दिसून येतात त्यांस अनुक्रमें शर व क्रांति या संज्ञा आहेत. ग्रहाचे भोगशर किंवा विषुवांशक्रांति माहित असल्यास त्याचें भगोलांतील स्थान बिनचूक काढितां येतें.

नक्षत्रचक्रास एक प्रदक्षिणा करण्यास (किंवा पाश्चात्य दृष्टीनें म्हणावयाचें झाल्यास पृथ्वीस स्वतःच्या आंसाभोंवतीं पूर्ण प्रदक्षिणा करण्यास) ६० घटिका (यांस नाक्षत्र किंवा नक्षत्रसावन घटिका म्हणतात. नक्षत्राचा एक उदय झाल्यापासून दुसरा उदय होईपर्यंत जो काल जातो त्यास नाक्षत्र दिवस म्हणतात. सूर्याचा एक उदय झाल्यापासून दुसरा उदय होईपर्यंत जो काल जातो त्यास सूर्यसावन किंवा नुस्ता सावन दिवस म्हणतात. सूर्य रोज क्रांतिवृत्तावर पूर्वेकडे जात असल्यामुळें हा दिवस नाक्षत्र दिवसापेक्षां मोठा असतो. तसेंच सूर्यगति अनियमित असल्यामुळें याचे मध्यम व स्पष्ट असे दोन प्रकार आहेत.)लागतात; म्हणजे भगोलस्थ ज्योतींची ही पश्चिमोन्मुख गति एका दिवसांत ३६० अंश म्हणजे एका नाक्षत्र घटिकेस ६ अंश असते. कारण एक असल्यामुळें ही गति सर्व ज्योतींस सारखी असते. ही गति विषुववृत्तावर प्रत्ययास येते हें वर सांगितलेंच आहे. विषुववृत्ताच्या खंडांचे अंशांस कालांश म्हणतात.

भोगशरांपासून विषुवांशक्रांति व विषुवांशक्रांतींपासून भोगशर काढण्याची ज्योतिष्यांस नेहमीं आवश्यकता असते. सबब त्याचें साधन देतों. प्रथम तें सूर्यासंबंधानें देतों. सूर्य क्रांतिवृत्तावरच असल्यामुळें त्यास शर नसतो.

क्रांतिवृत्त व विषुववृत्त यांच्या पातळ्यांमध्यें जो कोण असतो तो परमक्रांतितुल्य असतो. तो कोण ज्या त्रिकोणांत आहे असा इष्टकालिक सायनभोग, त्याचे विषुवांश व इष्टकालिक क्रांति यांचा

एक गोलीय काटकोन त्रिकोण होतो. या तीन राशींच्या कोटिज्यांमधील परस्परसंबंध पाश्चात्य गोलीय त्रिकोणमितीप्रमाणें असा असतो:—

सायनग्रहकोटिज्या=विषुवांशकोटिज्या × क्रांतिकोटिज्या.

याच सारणीचीं दोन रूपांतरें भारतीय ज्योतिषी खालील रीतीनें सिद्ध करितातः-ज्यांचे कर्ण व कोटि अनुक्रमें क्रांतिवृत्त व विषुववृत्त यांच्या पातळ्यांत लीन असून त्या वृत्तांस वसंतसंपातबिंदूपाशीं काढिलेल्या स्पर्शरेषांस समांतर आहेत अशीं अनेक परमक्रांतिक्षेत्रें (ज्यांच्या कोणांपैकीं एक कोण परमक्रांतितुल्य आहे असे सरलरेषीय काटकोन त्रिकोण)आपणांस कल्पितां येतील. त्यांपैकींच एक असें क्षेत्र आढळून येईल कीं ज्याचा कर्ण इष्टकालिकसायनभोगांशज्यातुल्य, भुज (परमक्रांतीसमोरील बाजू) इष्टकालिकक्रांतिज्यातुल्य व कोटि (उरलेली बाजू) अहोरात्रवृत्ताच्या (म्हणजे सूर्य एका दिवसांत विषुववृत्ताशीं समांतर अशा ज्या वर्तुलांत फिरल्यासारखा दिसतो त्या वर्तुलाच्या) पातळींतील विषुवांशतुल्य कोणाच्या द्युज्याकर्णीय (द्युज्या म्हणजे अहोरात्रवृत्ताचा व्यासार्ध) भुजज्येशीं तुल्य आहे. आतां कर्णाच्या वर्गांतून भुजज्येचा वर्ग वजा केला असतां कोटिज्येचा वर्ग अवशिष्ट राहतो. तेव्हां—

द्युज्याकर्णीय विषुवांशभुजज्या

$$=\sqrt{\text{सायनभोगांशज्या}^2 - \text{क्रांतिज्या}^2};$$ परंतु

$$\text{द्युज्या}=\sqrt{\text{त्रिज्या}^2 - \text{क्रांतिज्या}^2}=\text{क्रांतिकोटिज्या};$$

∴ त्रिज्याकर्णीय विषुवांशभुजज्या

$$= \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}} \times \sqrt{\text{सायनभोगांशज्या}^{२} - \text{क्रांतिज्या}^{२}}$$

पाश्चात्य गणिती १ या अंकासच त्रिज्या मानीत असल्यामुळें वरील सारणीचें पाश्चात्य रूप हें होतें:—

$$\text{विषुवांशज्या} = \frac{\sqrt{\text{सायनभोगांशज्या}^{२} - \text{क्रांतिज्या}^{२}}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

$$\therefore \text{विषुवांशज्या}^{२} \times \text{क्रांतिकोटिज्या}^{२} = \text{सायनभोगांशज्या}^{२} - \text{क्रांतिज्या}^{२}$$

$$\therefore \text{क्रांतिकोटिज्या}^{२} \times (१ - \text{विषुवांशकोटिज्या}^{२}) = (१ - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२}) - (१ - \text{क्रांतिकोटिज्या}^{२})$$

$$\therefore \text{क्रांतिकोटिज्या}^{२} - \text{क्रांतिकोटिज्या}^{२} \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^{२} = \text{क्रांतिकोटिज्या}^{२} - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२}$$

$$\therefore \text{क्रांतिकोटिज्या}^{२} \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^{२} = \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२}$$

ही सारणी वर दिलेल्या पाश्चात्य सारणीचा वर्ग आहे.

वर जें परमक्रांतिक्षेत्र वर्णिलें आहे त्यास समांतर व सायन मिथुनांतामधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्ताच्या पातळींत असें दुसरें एक परमक्रांतिक्षेत्र कल्पितां येईल कीं ज्याचा कर्ण त्रिज्यातुल्य, भुज परमक्रांतिज्यातुल्य व कोटि परमक्रांतिकोटिज्यातुल्य आहे.

हीं दोन्हीं क्षेत्रें समकोण असल्यामुळें त्यांच्या बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत आहेत. म्हणून—

$$\text{द्युज्यावृत्तीय विषुवांशज्या} = \frac{\text{परमक्रांतिकोटिज्या} \times \text{सायनभोगांशज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

या सारणींतील प्रत्येक बाजूच्या राशीस $\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$ नें गुणिल्यास—

त्रिज्यावृत्तीय विषुवांशज्या

$$= \frac{\text{परमक्रांतिकोटिज्या} \times \text{सायनभोगांशज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

ही दुसरी सारणीही युरोपीय सारणीशीं तुल्य आहे. कारण दोन्ही बाजूंस क्रांतिकोटिज्येनें गुणिल्यास—

विषुवांशज्या × क्रांतिकोटिज्या=परमक्रांतिकोटिज्या × सायन-भोगांशज्या

$\therefore$ विषुवांशज्या^{2} × क्रांतिकोटिज्या^{2}=परमक्रांतिकोटिज्या^{2} × सायनभोगांशज्या^{2}.

$\therefore$ (त्रिज्या^{2}–विषुवांशकोटिज्या^{2}) × क्रांतिकोटिज्या^{2}=परमक्रांतिकोटिज्या^{2} × (त्रिज्या^{2}–सायनभोगांशकोटिज्या^{2})

$\therefore$ त्रिज्या^{2} × क्रांतिकोटिज्या^{2}–क्रांतिकोटिज्या^{2} × विषुवांशकोटिज्या^{2}=त्रिज्या^{2} × परमक्रांतिकोटिज्या^{2}–सायनभोगांशकोटिज्या^{2} × परमक्रांतिकोटिज्या^{2}

परंतु यापुढें सिद्ध करून दाखविल्याप्रमाणें.—

$$\text{क्रांतिज्या}=\frac{\text{सायनभोगांशज्या} \times \text{परमक्रांतिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

आणि —

$$\text{क्रांतिकोटिज्या}^{२}=\text{त्रिज्या}^{२}-\frac{\text{सायनभोगांशज्या}^{२} \times \text{परमक्रांतिज्या}^{२}}{\text{त्रिज्या}^{२}}$$

$$=\frac{\text{त्रिज्या}^{४}-(\text{त्रिज्या}^{२}-\text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२}) \times (\text{त्रिज्या}^{२}-\text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२})}{\text{त्रिज्या}^{२}}$$

$$=\frac{\text{त्रिज्या}^{४}-(\text{त्रिज्या}^{४}-\text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२} \times \text{त्रिज्या}^{२}-\text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२} \times \text{त्रिज्या}^{२}+\text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२}}{\text{त्रिज्या}^{२}}$$

$$=\frac{\text{त्रिज्या}^{२} \times \text{सायनभोगशकोटिज्या}^{२}+\text{त्रिज्या}^{२} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२}-\text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२}}{\text{त्रिज्या}^{२}}$$

हें क्रांतिकोटिज्येच्या वर्गाचें रूप वरील सारणींत घातलें असतां—

$$\text{त्रिज्या}^{२} \times \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२}+\text{त्रिज्या}^{२} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२}-\text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२}-\text{क्रांतिकोटिज्या}^{२} \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^{२}=\text{त्रिज्या}^{२} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२}-\text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^{२}$$

$$\therefore \text{त्रिज्या}^{२} \times \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^{२}=\text{क्रांतिकोटिज्या}^{२} \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^{२}$$

∴ त्रिज्या × सायनभोगांशकोटिज्या = क्रांतिकोटिज्या × विषुवांशकोटिज्या; व हेंच पाश्चात्य सारणीचें भारतीय रूप होय. विषुवांशज्येपासून विषुवांश काढण्याची रीत येथें देण्याची जरूर नाहीं.

सायनभोगांश व विषुवांश यांतील अंतरास कालांशात्मक उदयांतर म्हणण्यास हरकत नाहीं. उदयांतर हें नांव पडण्याचें कारण असें कीं, या अंशात्मक अंतरास ६ नें भागिलें असतां (६ नें भागण्याचें कारण नक्षत्रचक्राची पश्चिमोन्मुख गति एका घटकेस ६ अंश असते.) ज्या घटिका येतात, तितक्या घटिका मध्यम सूर्योदयापूर्वीं किंवा नंतर सायन मध्यम सूर्याचा उदय होतो. या घटिकांत ग्रहाची जी गति होते, तिला वास्तविकपणें उदयांतर हें नांव आहे; पण तेंच नांव इतर योग्य शब्दाच्या अभावीं उपरिनिर्दिष्ट कालांशांस व त्यांपासून होणाऱ्या कालास येथें लाविलें आहे.

भुजज्येच्या वाढीचें प्रमाण कोटिज्येवर अवलंबून असल्यामुळें,

$$\frac{\text{सायनभोगांश}-\text{विषुवांश}}{५७\cdot३}=\frac{\text{सायनभोगांशज्या}-\text{विषुवांशज्या}}{\text{विषुवांशकोटिज्या}}$$

$$=\frac{\text{सायनभोगांशज्या}}{\text{विषुवांशकोटिज्या}}\times\frac{\text{क्रांतिकोटिज्या}-\text{परमक्रांतिकोटिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

$$=\text{सायनभोगांशस्पर्शरेषा}\times(\text{क्रांतिकोटिज्या}-\text{परमक्रांतिकोटिज्या})$$

ही उदयांतराची साधारण सारणी झाली. कालांशात्मक उदयांतराचें परम मान, सायनभोग पदमध्याइतका म्हणजे ४५°, १३५°, २२५° किंवा ३१५° असतां होतें. पदांतीं म्हणजे सायनभोग ०, ९०, १८०, २७० अंश असतां तें शून्य असतें. पदांच्या मध्यें कालांशात्मक उदयांतर सुमारें अडीच अंश असून कालात्मक उदयांतर सुमारें २९ पळें असतें.

वरील साधारण सारणीस ४५ अंशांयेवढ्या सायन भोगाच्या विशिष्ट सारणीनें भागिल्यास व भागाकारामुळें नवीन उत्पन्न झालेल्या समीकरणाच्या उजव्या पक्षाच्या राशीच्या अंशांतून व छेदांतून (क्रांतिकोटिज्या – परमक्रांतिकोटिज्या) हा राशि काढिल्यानें समीकरणांत अंतर पडत नाहीं असें समजल्यास—

$$\frac{\text{इष्टसायनभोग असतेवेळचें कालांशात्मक उदयांतर}}{\text{सायन भोग } ४५^\circ \text{ असतेवेळचें कालांशात्मक उदयांतर}} = \frac{\text{इष्टसायनभोगस्पर्शरेषा}}{\text{स्पर्शरेषा } ४५^\circ}$$

(म्हणजे सुमारानें)=भुजज्या $_{\text{२ सायनभोगांश}}$.

यावरून पलात्मक उदयांतर काढण्याचा असा नियम निघतो:– सायन मध्यम सूर्याची दुप्पट करून तिची भुजज्या काढावी. तिला २९ नें गुणून त्रिज्येनें भागावें, म्हणजे पलात्मक उदयांतर येतें.

सायन मध्यम सूर्य विषम पदांत असतां उदयांतर ऋण असतें; व तो सम पदांत असतां तें धन असतें.

प्रत्येक सायन राशीच्या अंताचे विषुवांश काढिले, त्यांतून पूर्वपूर्वराश्यंताचे विषुवांश वजा केले, व आलेल्या कालांशांस १० नें गुणिलें म्हणजे त्या त्या राशीचे लंकोदय येतात. लंकोदय म्हणजे शून्य अक्षांशाचे ठिकाणीं (यास निरक्ष देशही म्हणतात; व या प्रदेशाच्या उत्तरेकडील किंवा दक्षिणेकडील प्रदेशास स्वदेश म्हणतात. या निबंधांत स्वदेशास साक्ष देशही म्हटलें आहे.) प्रत्येक सायन राशीस आरंभापासून अंतापर्यंत क्षितिजाच्या वर येण्यास जो पलात्मक काळ लागतो तो. निरक्ष देशांत उन्मंडल हेंच क्षितिज असतें, व विषुववृत्त हेंच समवृत्त असतें. त्या वृत्ताशीं क्रांतिवृत्त तिरपें असल्यामुळें क्षितिजावर उदय पावणाऱ्या विषुवांशांपेक्षां क्रांतिवृत्ताचे वर येणारे अंश अर्थात् कमीअधिक असतात; व त्यांचा उदय होण्यास त्यामुळें अधिककमी काळ लागतो. विषुवांशांस १० नें गुणण्याचें कारण १० पळांस विषुववृत्ताचा एक अंश उदय पावतो

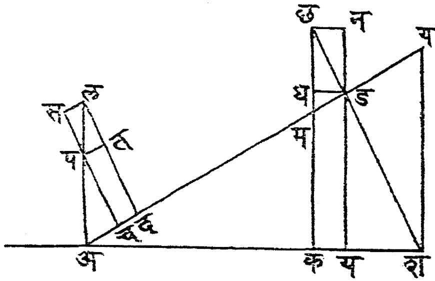
हें आहे. या रीतीनें पहिल्या सहा राशींचे लंकोदय काढिले असतां ते अनुक्रमें २७८, २९९, ३२३, ३२३, २९९ व २७८ असे येतात. हेच पलात्मक लंकोदय पुढील सहा राशींचेही असतात.

वरील रीतींत विषुवांशांचीं पळें करण्यास १० नें गुणावें लागतें. अंश व पळें यांबद्दल कला व असु हीं मानें घेतल्यास तसें करावें लागत नाहीं. कारण एका असूस विषुववृत्ताची एक कला उदय पावत असल्यामुळें, जितकी विषुवकलांची संख्या तितकीच असूंचीही असते. क्रांतिवृत्ताच्या प्रथम किंवा द्वितीय राशिषट्काचे अस्वात्मक उदयकाल १६७०, १७९३, १९३७, १९३७, १७९३ व १६७० हे आहेत. हे अर्थातच पूर्वोक्त उदयकालांच्या सुमारें ६ पट आहेत.

वरील सारण्यांनीं विषुवांशांपासून सायन भोगही काढितां येतो. सूर्योदयानंतर गेलेल्या पलात्मक कालापासून (म्हणजे पर्यायानें त्यानंतर उदय पावलेल्या विषुवांशांपासूनच) निरक्षदेशांत सूर्योदयानंतर उदय पावलेला क्रांतिवृत्ताचा भाग काढणें व त्यापासून तेथील क्षितिजाशीं लागलेला क्रांतिवृत्तीय भाग काढणें, यासच निरक्षदेशीय लग्नसाधन म्हणतात. याची रीत अशी आहे:-इष्टकालचा सायन सूर्य व सूर्योदयापासून इष्ट कालापर्यंत जितका पलात्मक काल लोटला असेल तो काढून, इष्टकालिक सायन सूर्य ज्या राशीवर असतो त्या राशीच्या भोग्य अंशांच्या वांट्यास त्या राशीच्या जोडीच्या लंकोदयापैकीं जितकीं पळें येतील तितकीं पळें व त्या राशीच्या पुढील जितक्या राशींचे लंकोदय त्या पलात्मक कालामधून वजा जातील तितके त्यांतून वजा करितात. अवशिष्ट पळांच्या वांट्यास पुढील राशीच्या अंशांपैकीं जितके अंश येतील तितके अंश मेषापासून जितक्या राशींचे उदय गेले असतील तितक्या राशींत मिळवितात; म्हणजे निरक्षदेशीय सायन लग्न येतें. त्यांतून अय-

म्हणजेच पाश्चात्य तऱ्हेची भुजज्या हें लक्ष्यांत ठेविलें म्हणजे वरील सारणी व युरोपीय सारणी (क्रांतिज्या=सायनभोगांशज्या× परमक्रांतिज्या) दोन नाहींत हें उघड होईल. सूर्य उत्तर गोलार्धांत असतां क्रांति उत्तर, अन्यथा दक्षिण असते.

हें सूर्याच्या भोगविषुवांशक्रांतींसंबंधानें झालें. सूर्य नेहमीं क्रांतिवृत्तावरच असल्यामुळें, त्याचा शर शून्य असतो. परंतु जे ग्रह किंवा ज्या तारा क्रांतिवृत्ताच्या उत्तरेस किंवा दक्षिणेस असतात, त्यांस उत्तर किंवा दक्षिण शर असतात; व त्यामुळें त्यांच्या भोगशरांपासून विषुवांशक्रांति काढणें जरा कठिण असतें.



या आकृतींत अ क हा विषुववृत्ताचा व अ ड हा क्रांतिवृत्ताचा भाग आहे. छ हें ग्रहाचें वास्तविक स्थान असून ड हें त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान आहे. छ ड हा त्याचा उत्तर शर असून छ क ही त्याची स्फुट क्रांति आहे. क्रांतिवृत्तीय स्थानाची क्रांति ड य हिला ग्रहाची अस्फुट क्रांति व ड ध या लंबावरील क्रांतिखंड छ ध यास स्फुट शर म्हणतात. छ क हा चाप विषुववृत्तास व छ ड हा क्रांतिवृत्तास लंबरूप असल्यामुळें, व येथें सोईसाठीं आकृतींतील सर्व रेषांस सरल रेषा मानिलें असल्यामुळें, त्यांजमधील कोण घ छ ड हा ड पासून ध्रुवावर व कदंबावर जाणाऱ्या चापांमधील

कोणाबरोबर आहे. या उत्तरोक्त कोणास (म्हणजे क्रांतिवृत्तीय स्थानापासून ध्रुव व कदंब यांवर जाणाऱ्या सूत्रांमधील छ ड न या कोणास) अयनवलन म्हणतात. हा कोण काढण्याची रीत अशीः—

कदंब हा मध्यबिंदु धरून त्याभोंवतीं परमक्रांत्यंशांइतक्या अंतरावर व परमक्रांतिज्येइतक्या व्यासार्धाचें एक वर्तुळ काढावें. हें वर्तुळ क्रांतिवृत्तास समांतर असणारच. आपण क्रांतिवृत्तीय ग्रहस्थानावर उभे राहून पाहिलें असतां आपणांस ध्रुव त्या वर्तुळावर असून, अयनसूत्र (कदंब व ध्रुव यांमधून व अर्थात् अयनांमधून म्हणजे सायन कर्कमकरादींमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृताचा चाप) क्रांतिवृत्तास क्रांतिवृत्तीय ग्रहस्थानापासून जितक्या अंशांवर छेदितांना आढळेल तितक्याच अंशांनीं अस्फुटशरसूत्रापासून त्या वर्तुळावर कललेला दिसून येईल. अर्थात् अस्फुटशरसूत्र व अयनसूत्र यांच्या पातळ्यांच्या मध्यें परमक्रांतिज्या व त्रिज्या अशा दोन कर्णांचीं दोन सायनग्रहकोटिक्षेत्रें कल्पितां येतील. तीं दोन्हीं समकोण व सरूप असल्यामुळें त्यांच्या बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत असावयाच्याच. म्हणून—

$$\text{परमक्रांतिज्याकर्णीय सायनग्रहकोटिज्या} = \frac{\text{त्रिज्याकर्णीय सायनग्रहकोटिज्या} \times \text{परमक्रांतिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \text{सायनग्रहकोटिक्रांतिज्या.}$$

आतां अस्फुटशरसूत्र व अस्फुटक्रांतिसूत्र यांच्या पातळ्यांच्या मध्येंही क्रांतिकोटिज्या व त्रिज्या या दोन कर्णांचीं दोन अयनवलनक्षेत्रें परस्परांशीं समांतर अशीं कल्पितां येतील. त्यांच्याही बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत असल्यामुळें—

$$\text{अयनवलनज्या} = \text{परमक्रांतिज्याकर्णीय सायनग्रहकोटिज्या} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

(वरील दोन्ही समीकरणांचें एकीकरण केलें असतां)

$$=\frac{\text{सायनग्रहकोटिक्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

यास पाश्चात्य रूप दिलें असतां—

$$\text{अयनवलनज्या} = \frac{\text{सायनग्रहकोटिक्रांतिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

पाश्चात्य गोलीय त्रिकोणमितीप्रमाणें अयनवलनज्या=

$$\frac{\text{परमक्रांतिज्या} \times \text{सायनग्रहकोटिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}} = \frac{\text{सायनग्रहकोटिक्रांतिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

अर्थात् भारतीय व पाश्चात्य सारण्या एकच आहेत.

याप्रमाणें अयनवलनज्या व तिजपासून चापसाधनाच्या रीतीनें अयनवलन काढितां येतें.

वरील सारणीवरून अयनवलन काढण्याचा असा नियम निघतो:—ज्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाचें अयनवलन साधावयाचें असतें, त्यांत तीन राशी मिळवून जें स्थान येईल त्याची क्रांतिज्या काढावी; व तिला त्रिज्येनें गुणून क्रांतिकोटिज्येनें भागावें; म्हणजे अयनवलनज्या येते. वरील आकृतींत ड या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या मागें तीन राशींच्या अंतरावर जें क्रांतिवृत्तीय स्थान आहे, त्यापासून कदंब व ध्रुव यांवर जाणाऱ्या सूत्रांमधील कोण (अर्थात् त्या स्थानाचें अयनवलन) त्या स्थानापासून ९० अंशांच्या अंतरावर चापरूपानें प्रत्ययास येतो. या चापाचें एक अग्र अर्थात् कदंब आहे. तो चाप ज्या त्रिज्यावृत्ताचा भाग आहे, त्याचेंच ड श हेंहीं एक खंड असून तें त्या चापाशीं तुल्य आहे. अर्थात् तें सायन वित्रिभ ग्रहाच्या (म्हणजे सायन ग्रहांतून तीन राशी वजा करून येणाऱ्या स्थानाच्या) अयन-

वलनाशीं तुल्य आहे; व त्याची भुजज्या ड य या अस्फुट क्रांतीच्या भुजज्येस $\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{भुजज्या ड श य}}$ नें गुणून साधितां येतें. परंतु ड श य हा कोण त्या सायन वित्रिभ ग्रहाच्या क्रांतिकोटीशीं तुल्य आहे; कारण त्याचा पूरक ड श या हा कोण श पासून ९० अंशांच्या अंतरावर चापरूपानें प्रत्ययास येत असल्यामुळें (या चापाचें एक अग्र ध्रुव असतो.) व तो चाप सायन वित्रिभ ग्रहाच्या क्रांतीशीं तुल्य असल्यामुळें तो पूरकही त्या क्रांतीबरोबर आहे. म्हणून—

$$\text{सायनवित्रिभग्रहायनवलनज्या} = \text{ड श} = \text{ड य} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{भुजज्या ड श य}}$$

$$= \frac{\text{अस्फुटक्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{सायनवित्रिभग्रहक्रांतिकोटिज्या}};$$

म्हणून कोणत्याही क्रांतिवृत्तीय स्थानाची अयनवलनज्या $\frac{\text{सायनसत्रिभग्रहक्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$ या राशीशीं तुल्य असते; व सायन सत्रिभ ग्रह म्हणजेच सायनग्रहकोटि. (येथें चाप व त्यांच्या भुजज्या एकाच अक्षरांनीं दर्शविल्या आहेत.)

आतां वर दिलेल्या आकृतींत ध ड ही रेषा छ ध ड या अयनवलनक्षेत्रांत अयनवलनाचा भुज असून स्फुट शर छ ध हा कोटि व अस्फुट शर छ ड हा कर्ण आहे, हें उघड आहे. हे राशि अल्पप्रमाण असल्यामुळें त्यांसंबंधानें चापांबद्दल सरल रेषा धरिल्यास फलांत फारशी चूक पडणार नाहीं; असो. आतां—

$$\text{स्फुट शर} = \frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{अयनवलनकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

स्फुट क्रांति=छ ध+ ध क=छ ध + ड य=स्फुट शर+अस्फुट क्रांति.

ग्रहविषुवांश अथवा अ क हे अ म चेच विषुवांश होत. यांसच पुढें स्फुट विषुवांश व क्रांतिवृत्तीय स्थानाचे विषुवांशांस अस्फुट विषुवांश म्हटलें आहे. अ म यास अस्फुट-भोग म्हणतात.

अ म=अ ड-म ड (म ड यास अयनकला म्हणतात.)

$$=\text{सायन ग्रह}-\frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{अयनवलनज्या}}{\text{अयनवलनकोटिज्या}}.$$

अयनकलांची $\frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{अयनवलनज्या}}{\text{अयनवलनकोटिज्या}}$ ही किंमत छ म ड या काटकोन त्रिकोणावरून साधिली आहे. तेंच साधन छ ध ड या अयनवलनक्षेत्रावरूनही करितां येतें. या त्रिकोणाच्याही तिन्ही बाजू त्रिज्याकर्णीय अयनवलनक्षेत्राच्या बाजूंशीं प्रमाणांत असल्या-

मुळें $\text{ध ड}=\frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{अयनवलनज्या}}{\text{त्रिज्या}}$

आतां ध ड हा द्युज्यावृत्तावरील भाग आहे. त्यास विषुववृत्तावरील रूप दिलें असतां तें क य शीं तुल्य होईल. अर्थात्

$$\text{क य}=\frac{\text{ध ड} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

ध ड ची वर दिलेली किंमत या सारणींत घातल्यास—

$$\text{क य}=\text{अस्फट शर} \times \frac{\text{अयनवलनज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

परंतु क य हें ग्रहाच्या व त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या विषुवांशांमधील अंतर आहे. याच्याच जोडीचे क्रांतिवृत्तावरील अंश

आपणांस काढावयाचे आहेत; सबब वरील सारणीपासून आलेल्या क य या विषुववृत्तीय खंडापासून निरक्षदेशीय लग्नसाधनाच्या रीतीनें त्याच्या जोडीचें क्रांतिवृत्तीय खंड काढावें; म्हणजे म ड या अयनकला निघतात.

छ डँ न हा त्रिकोण छ ध ड या त्रिकोणाशीं तुल्य आहे. पुढें आयन व आक्ष दृक्कर्मांची मिळून जी एक आकृति दिली आहे, तिच्यांत याच त्रिकोणाचा उपयोग केला आहे.

म ड या अयनकलांचा ग्रहभोगास संस्कार करून येणाऱ्या अ म या चापास कृतायनदृक्कर्मक सायन ग्रह म्हणतात. त्यास अयनांशांचा ऋण संस्कार केल्यास तो निरयन कृतायनदृक्कर्मक होतो. दृक् या शब्दाचें या ठिकाणीं प्रयोजन असें कीं, शून्य अक्षांशाच्या स्थानीं उभा असलेल्या मनुष्यास ज्या वेळीं ग्रह उदयास्त पावताना दिसेल, त्याच वेळीं कृतायनदृक्कर्मक ग्रहाचें स्थान म हेंही क्षितिजाशीं संलग्न असें आढळून येईल; व ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान हें ग्रहाच्या पुढें मागें उदयास्त पावतांना दिसेल. सायन कर्कारंभीं व मकरारंभीं मात्र अयनवलन शून्य असल्यामुळें व त्यामुळें आयन दृक्कर्माचेंही कारण नसल्यामुळें, क्रांतिवृत्तीय स्थान व ग्रह हीं बरोबर क्षितिजाच्या वर येतांना किंवा खालीं जातांना त्याच्या दृष्टोत्पत्तीस येतील.

ग्रहाचें स्थान ज्या अयनांत असेल, त्याची व शराची दिशा एकच असल्यास आयनदृक्कर्मसंस्कार ऋण असतो; तसें नसल्यास तो धन असतो.

हा संस्कार ऋण असण्याकरितां एक तर कदंब निरक्षदेशीय क्षितिजाच्या म्हणजे उन्मंडलाच्या वर असून ग्रहाचा शर उत्तर पाहिजे, किंवा कदंब त्या क्षितिजाच्या खालीं असून शर दक्षिण असला पाहिजे. पृथ्वीच्या दैनिक स्वप्रदक्षिणेमुळें नक्षत्रचक्राप्रमाणें

कदंबासही पूर्वेकडून पश्चिमेकडे गति मिळते. ज्या वेळीं निरक्ष देशांत कदंब समबिंदूच्या किंचित् पूर्वेस संलग्न झालेला असतो, त्या वेळीं त्याच्यापासून ९० अंशांवर व पूर्वदिशेच्या किंचित् दक्षिणेस सायनमकरराश्यारंभ हें लग्न असतें. उदयोन्मुख सायन ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान जेव्हां सायन मकरराशीपासन कर्कराशीपर्यंतच्या राशिषट्कापैकीं असतें तेव्हां कदंब निरक्ष देशांत क्षितिजाच्या वर असतो; उलट तें कर्कापासून मकरापर्यंतच्या राशिषट्कांत असतें तेव्हां कदंब क्षितिजाच्या खालीं असतो. तो वर असल्यास उत्तरशराग्रस्थ ग्रहही त्याबरोबर निरक्षदेशीय क्षितिजाच्या वर उचलला जातो. कारण तो ग्रह ज्या शरावर असतो तो शर कदंबावरून क्रांतिवृत्तीय स्थानावर जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तावर असल्यामुळें, त्याचें एक अग्र जरी क्रांतिवृत्तीय स्थानापाशीं व त्यामुळें क्षितिजापाशीं असतें तरी दुसरें अग्र शराच्या कमी अधिक मानाप्रमाणें वर असतें; व त्यामुळें त्या अग्रापाशीं असणाऱ्या ग्रहाचा उदयही त्या स्थानापूर्वीं होतो. कदंब उन्मंडलाच्या खालीं असल्यास उत्तरशराग्रस्थ ग्रह त्याच कारणामुळें कदंबाकडे आकर्षिला जाऊन क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या मागाहून उगवतो.

खगोलीय मापनप्रकार.

येथपर्यंत स्थानमापनाचे भोगशर व विषुवांशक्रांति हे दोन प्रकार सांगितले. हे दोन्ही प्रकार भगोलसंबंधी म्हणजे भूगोलनिरपेक्ष अशा ज्योतिश्चक्रासंबंधानें झाले. यांशिवाय खगोलसंबंधीं म्हणजे विशिष्ट भूभागीं आकाशाचीं क्षितिजाच्या वरील व खालील अर्धें मिळून होणाऱ्या गोलासंबंधानेंही मापनप्रकार आहेत. त्यांपैकीं उन्नतांशदिगंश हा एक प्रकार आहे. उन्नतांश म्हणजे खस्वस्तिक व ग्रह यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तावर त्या ग्रहाचें क्षितिजा-

पासून जें अंशात्मक अंतर असतें तें. त्या त्रिज्यावृत्तास दृङ्मंडल म्हणतात. उन्नतांशाचा कोटि (म्हणजे ९०°—उन्नतांश) यासच नतांश म्हणतात. दृङ्मंडल व समवृत्त यांमधील कोणास दिगंश म्हणतात. याचा चाप अर्थात् क्षितिजवृत्तावर मोजतात. समवृत्तीय नतांश व भुज हाही एक खगोलीय मापनप्रकार आहे. समवृत्तीय नतांश म्हणजे पृथ्वीवरील इष्ट स्थलाचें याम्योत्तरवृत्त व ग्रहामधून जाणारें समवृत्ताचें याम्योत्तरवृत्त यांमधील कोण; याचा चाप समवृत्तावर प्रत्ययास येतो. भुज म्हणजे ग्रहाचें समवृत्तापासून जें अंतर असतें तें. हें समवृत्ताच्या उपरिनिर्दिष्ट याम्योत्तरवृत्तावर प्रत्ययास येतें. या अंशात्मक अंतराच्या भुजज्येस भारतीय ज्योतिषग्रंथांत भुज म्हटलें आहे. तोच शब्द येथें योग्यतर शब्दाच्या अभावीं त्या अंतरास लाविला आहे.

यांशिवाय नतकालांश व क्रांति यांचाही एक खगोलभगोलसंबंधी मिश्र मापनप्रकार आहे. नतकालांश म्हणजे भूगोलावरील एखाद्या स्थानाचें याम्योत्तरवृत्त व ग्रहाचें स्फुटक्रांतिसूत्र यांमधील कोण. उन्नतकालांश म्हणजे ग्रहाच्या उदयकालिक व इष्टकालिक खगोलीय स्थानांवरून ध्रुवावर जाणाऱ्या चापांमधील कोण. यांचे चाप विषुववृत्तावर असतात. नतकालांश व उन्नतकालांश यांची बेरीज ग्रहाची क्रांति उत्तर किंवा दक्षिण असेल त्याप्रमाणें ९० अंशांहून अधिक किंवा कमी असते.

हा प्रकार विषुवांशक्रांतींसारखाच आहे. फरक इतकाच कीं, विषुवांशांचे आरंभस्थानीं संपात असतो, व नतकालांशांचे आरंभस्थानीं विषुववृत्त व भूस्थानीय याम्योत्तरवृत्त यांचा छेदनबिंदु असतो.

खगोलीय प्रकारांचें महत्त्व बहुधा ग्रहांच्या, विशेषेंकरून सूर्याच्या, उदयासंबंधानें असतें. निरक्ष देशांत क्षितिज हेंच उन्मंडल

असल्यामुळें सूर्य उन्मंडलावर येणें व त्याचा उदय होणं या दोन्हीं गोष्टी एकच असतात; व म्हणून वर दिलेल्या साधनांनीं तेथें निर्वाह होण्यासारखा असतो. परंतु साक्ष देशांत उन्मंडल व क्षितिज यांमध्यें खगोलाचा कांहीं भाग असतो. तो काढण्याकरितां भगोलीय स्थितीवरून खगोलीय स्थिति काढण्याचीं साधनें माहित करून घेतलीं पाहिजेत.

भोगशर व विषुवांशक्रांति हे भगोलीय प्रकार आणि अक्षांश, दिगंश, उन्नतांश, नतांश, उन्नतकालांश, नतकालांश, हे खगोलीय प्रकार यांपैकीं कांहीं राशि दिले असतां इतर राशि काढणें यास भारतीय ज्योतिषग्रंथांतील त्रिपश्नाधिकारांत फार महत्त्व आहे. या साधनप्रकारांपैकीं कांहीं खालीं देतों. प्रथम, ग्रहाचे समवृत्तीय नतांश व त्याच्या स्थानापासून समवृत्तावर पडणारा लंब यांपासून त्याचे नतकालांश कसे काढितात तें पाहूं. भारतीय ज्योतिषांत याचें प्रयोजन बहुधा समवृत्तीय नतांश ९० असतांना म्हणजे ग्रह क्षितिजीं असतांनाच पडतें; म्हणून येथें तेवढ्यापुरताच विचार केला आहे. क्षितिजस्थ ग्रहापासून समवृत्तावर पडणाऱ्या लंबास अग्रा म्हणतात.

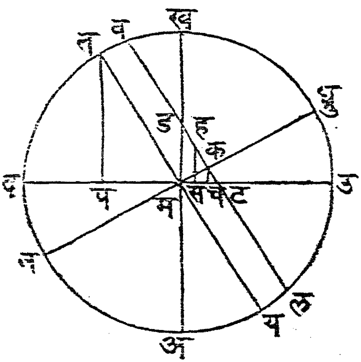
हा विचार करितांना द्वादशांगुल शंकु व त्यापासून होणारीं क्षेत्रें फार महत्त्वाचीं आहेत. एक द्वादशांगुलप्रमाणाचा शंकु घेऊन तो सूर्यप्रकाशांत समभूमीवर उभा केला असतां सूर्य ज्या बाजूस असेल तिच्या उलट दिशेस व सूर्याच्या नतांशांच्या न्यूनाधिक्याच्या मानानें कमी अधिक दीर्घ अशी त्या शंकूची सांवली पडते. सूर्याचें दैनिक भ्रमण विषुववृत्ताशीं समांतर असणाऱ्या अहोरात्रवृत्तांत होत असल्यामुळें आणि विषुववृत्त व क्षितिजवृत्त हीं एकमेकांस समवृत्ताच्या पूर्व व पश्चिम बिंदूंमध्यें छेदीत

असल्यामुळें, तो शंकु क्षितिजाशीं समांतर अशा कोणत्याही लघु वर्तुलाच्या मध्यभागीं ठेविल्यास त्या शंकूच्या छायेचें अग्र मध्याह्नापूर्वीं व नंतर त्या वर्तुलाच्या परिघास ज्या दोन बिंदूंत स्पर्श करील, ते दोन बिंदु जोडणारी रेषा पूर्वपश्चिमरेषा होते. मात्र हें दिक्साधन करितांना सूर्याच्या उभयकालिक अग्रांमध्यें पडणारें अंतर काढून व त्यास लघु गोलावर आणून पूर्व बिंदूस चालन दिलें पाहिजे; म्हणजे प्रथम उभयकालिक क्रांति आणून त्यांमधील

अंतरास $\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$ नें गुणून जें अग्रांतर येतें, त्यास $\frac{\text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}}$

नें गुणिलें पाहिजे; (याचें कारण दिगंशसाधनप्रसंगीं येईल.) व अंगुलात्मक गुणनफलाइतकें पूर्वबिंदूस उत्तरायणांत उत्तरेस व दक्षिणायनांत दक्षिणेस चाळविलें पाहिजे, म्हणजे सूक्ष्म पूर्वबिंदु येतो. (छायाकर्णादि शास्त्रीय शब्दांच्या व्याख्या लवकरच देण्यांत येतील.) असो. सूर्य, शंकूचें वरील अग्र व शंकुच्छायेचें सूर्यापासून अत्यंत दूर असलेलें अग्र हीं जोडणारी रेषा व शंकु यांमध्यें जो कोण असतो तो नतांशापेक्षां म्हणजे भमध्यापासून सूर्यापर्यंत व खस्वस्तिकापर्यंत काढिलेल्या रेषांमधील कोणापेक्षां जरी किंचित् मोठा असतो तरी सूर्याचें पृथ्वीपासूनचें अंतर भूगोलाच्या त्रिज्येपेक्षां फारच मोठें असल्यामुळें त्या दोन कोणांमधील अंतर हिशेबांत धरण्यासारखें नसतें; व म्हणून शंकूच्या वरील अग्राजवळील कोण सूर्याच्या नतांशांबरोबर आहे असें मानण्यास फारशी हरकत नसते. त्या कोणाच्या समोरील छाया ही त्याचा भुज व शंकु त्याचा कोटि होय; व या नतांशक्षेत्रांतील उरलेली बाजू कर्ण होय;

यास छायाकर्ण म्हणतात. या क्षेत्रांत विशेष असा असतो कीं, यांतील कोटि स्थिर असून भुज व कर्ण चल असतात. या क्षेत्रा-शिवाय दुसऱ्या एका क्षेत्राची माहिती यासंबंधानें आवश्यक असते. तें क्षेत्र अक्षक्षेत्र होय. अक्षक्षेत्र म्हणजे ज्यांतील एक कोण अक्षांश-तुल्य आहे असा काटकोन त्रिकोण. यांतील कर्णरेषेस अक्षकर्ण म्हणतात. सूर्य क्षितिजाच्या वर असतां आपण पूर्वबिंदूकडून खगोलाकडे पाहिल्यास त्यांतील वृत्तें आपणास सरल रेषांप्रमाणें दिसून त्या सरल रेषांचीं आपणांस अनेक अक्षक्षेत्रें बनवितां येतात. तीं अशीं:—



उ ख द अः—याम्योत्तरवृत्त. द म उः—क्षितिजाचा व्यास. ध्रु, नः—उत्तर व दक्षिण ध्रुव. त यः—विषुववृत्ताचा व्यास. व लः—अहोरात्रवृत्ताचा व्यास. ध्रु म नः—उन्मंडलाची पातळी.

म टः—अग्रा (म्हणजे उदयकालिक सूर्याची दिगंशज्या).

क चः—उन्मंडलशंकु म्हणजे उन्मंडलस्थ सूर्यापासून क्षितिजाच्या पातळीवर काढिलेला लंब.

अक्षक्षेत्रें.

अनुक्रम.	आकृतीमधील वर्ण	भुज.	कोटि.	कर्ण.
१	मतप	पमः—त्रिज्याकर्णीय अक्षज्या.	तपः—त्रिज्याकर्णीय अक्षकोटिज्या.	तमः—त्रिज्या.
२	मकट	कटः—कुज्या किंवा क्षितिज्या.	मकः—क्रांतिज्या.	मटः—अग्रा.
३	मडट	मटः—अग्रा.	मडः—समशंकु.	टडः—तद्धृति.
४	मडक	मकः—क्रांतिज्या.	कडः (तदधृति-कुज्या)	डमः—समशंकु.
५	मकच	कचः—उन्मंडलशंकु.	मचः—अग्रादिखंड.	मकः—क्रांतिज्या.
६	चकट	चटः—अग्राप्रखंड.	कचः—उन्मंडलशंकु.	कटः—कुज्या.
७	हसट	सटः—शंकुतल.	हसः—शंकु.	हटः—तद्धृति.

यांशिवाय ज्या दिवशीं दिवसरात्र सारखीं असतात, अर्थात् सूर्य विषुववृत्तावर असतो, त्या दिवशीं सूर्य याम्योत्तरवृत्तावर आला असतां व त्यामुळें नतांश अक्षांशतुल्य असतां द्वादशांगुल शंकूपासूनही एक अक्षक्षेत्र उत्पन्न होतें. तेव्हां जी भुजरूप दक्षिणोत्तर शंकुच्छाया पडते तिला पलभा म्हणतात, व या अक्षक्षेत्राच्या कर्णास अक्षकर्ण म्हणतात.

सूर्य थेट पूर्वेस वर्षांतून दोन दिवस काय तो उगवतो; इतर दिवशीं तो पूर्व बिंदूच्या उत्तरेस किंवा दक्षिणेस उगवत असतो. त्याचें क्षितिजावरील उदयस्थान व पूर्वबिंदु यांच्या अंतरांशांच्या भुजज्येस अग्रा म्हणतात हें वर आलेंच आहे. तो उन्मंडलावर येतो तेव्हां त्याच्या स्थानापासून क्षितिजाच्या पातळीवर लंब काढिला

असतां त्या लंबास उन्मंडलशंकु, व तो शंकु व उदयकालिक स्थान यांमधील अग्राखंडास अग्राग्रखंड म्हणतात; व अग्रेच्या अवशिष्ट भागास अग्रादिखंड म्हणतात सूर्य ज्या वर्तुलांत दैनिक प्रदक्षिणा करितो त्यास अहोरात्रवृत्त म्हणतात हें मागें आलेंच आहे. त्या वृत्ताचे व विषुववृत्ताचे उन्मंडलामुळें दोन दोन तुल्य विभाग होतात. उदयापासून उन्मंडलापर्यंत पोहोंचे तोंवर सूर्यास अहोरात्रवृत्ताचे जे अंश आक्रमावे लागतात, त्यांच्या त्या वृत्तावरील अर्थात् द्युज्याकर्णीय भुजज्येस कुज्या (कु म्हणजे पृथ्वी) किंवा क्षितिज्या म्हणतात; व अहोरात्रवृत्ताच्या व्यासार्धापेक्षां म्हणजे द्युज्येपेक्षां त्रिज्या ज्या मानानें मोठी त्या मानानें कुज्येस रूप दिलें असतां तिलाच चरज्या म्हणतात; व चरज्येच्या चापास चरांश म्हणतात.

सूर्य उन्मंडल सोडून वर गेल्यावर व समवृत्तास पोंहोंचण्यापूर्वीं त्याचें एखादें स्थान घेऊन त्याजपासून क्षितिजाच्या पातळीवर लंब काढिल्यास त्या शंकूच्या व उदयस्थानाच्या मधील सरल रेषात्मक अंतरास (ही रेषा वाढविली असतां समवृत्ताच्या पातळीस लंबरूप असते.) शंकुतल म्हणतात; व अग्रेच्या अवशिष्ट भागास भुज किंवा बाहु म्हणतात (सूर्य दक्षिणगोलस्थ असल्यास अग्रा व शंकुतल यांच्या योगानें भुज तयार होतो.) सूर्य समवृत्तीं येतांच तत्स्थानापासून क्षितिजाच्या पातळीवर लंब काढिला असतां त्या लंबास समशंकु म्हणतात.

इष्ट कालीं सूर्यानें अहोरात्रवृत्ताचे जितके अंश उदयापासून आक्रमिले असतील, त्यांच्या द्युज्याकर्णीय भुजज्येस इष्ट हृति म्हणतात; व तिला त्रिज्याकर्णीय रूप दिलें असतां इष्टांत्या म्हणतात. इष्ट हृतीचा उन्मंडलाखालील भाग कुज्या असतो, व वरील भागास कला म्हणतात. इष्टांत्येचा उन्मंडलाखालील भाग म्हणजे चरज्याच, व वरील भागास सूत्र म्हणतात. (येथें सूर्य विषुववृत्ताच्या उत्तरेस आहे असें कल्पिलें आहे.)

कला ही भूपृष्ठाशीं अक्षकोटयंशांनीं कललेली असते. तिच्या वरच्या अग्रापासून भूपृष्ठावर लंब काढून त्यांतून उन्मंडल-शंकु वजा केला असतां अवशेषास इष्ट यष्टि म्हणतात.

चरसाधन.

वर दिलेलीं क्षेत्रें समकोण असल्यामुळें त्यांचे भुजकोटिकर्ण परस्परांशीं प्रमाणांत असतात.

म्हणून द्वादशांगुल शंकचें अक्षक्षेत्र व वरील आकृतींतील म ट क हें क्षेत्र यांत खालीं दिलेला संबंध असतोः—

१२ : पलभा : : क्रांतिज्या : क्षितिज्या

$$\therefore \text{ क्षितिज्या} = \frac{\text{पलभा} \times \text{क्रांतिज्या}}{१२}$$

परंतु आपणांस सूर्यास उन्मंडल व क्षितिज यांच्यामधील भाग आक्रमिण्यास किती वेळ लागतो हें काढावयाचें असल्यामुळें व त्याकरितां विषुववृत्तावरील अंशांचें प्रयोजन असल्यामुळें क्षितिज्येस चरज्येचें रूप दिलें पाहिजे. कारण ध्रुवापाशीं जे कालांश असतात ते अहोरात्रवृत्तावर चापरूपानें प्रत्ययास येत नसून विषुववृत्तावर येतात. म्हणून—

द्युज्या : क्षितिज्या : : त्रिज्या : चरज्या. परंतु—

$$\text{द्युज्या} = \sqrt{\text{त्रिज्या}^{२} - \text{क्रांतिज्या}^{२}}$$

$$\therefore \text{ चरज्या} = \frac{\text{पलभा} \times \text{क्रांतिज्या}}{१२} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\sqrt{\text{त्रिज्या}^{२} - \text{क्रांतिज्या}^{२}}}$$

ही सारणी व पाश्चात्य त्रिज्याछेदीय पद्धतीची (चरज्या= अक्षांशस्पर्शरेषा × क्रांतिस्पर्शरेषा) ही सारणी या दोन्ही

एकच आहेत. कारण भारतीय सारणीच्या दोन्ही पक्षांस त्रिज्येनें भागिलें असत। खालील समीकरण येतें:—

$$\frac{\text{चरज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{पलभा}}{\text{१२}} \times \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

∴ चरज्या = अक्षांशस्पर्शरेषा × क्रांतिस्पर्शरेषा

वर चरज्येचें जें साधन दिलें आहे त्यांत अग्रेचा उपयोग न करितां अक्षज्या व क्रांतिज्या यांचाच केला आहे. यापूर्वी सशर ग्रहांच्या भगोलीय स्थितीची जी आकृति दिली आहे, तिच्यांत अ म ड हें विषुववृत्ताचें व अ क य हें समवृत्ताचें खंड आहे अशी कल्पना केल्यास व ग्रह छ येथें नसून त्यावरून अ क य या रेषेवर पडणारा लंब अ या पूर्व बिंदूवर नेमका पडेल अशा प या क्रांतिवृत्तीय स्थानीं आहे अशी कल्पना केल्यास अ प ही अग्रा, प च ही क्रांति व अ प च हें अक्षवलन (अक्षवलन म्हणजे क्रांतिवृत्तीय स्थानावरून ध्रुव व समबिंदु यांवर जाणाऱ्या चापांमधील कोण.) होऊन त्या अक्षवलनावरून अ च हे भुजरूप चरांश काढितां येतील. हें साधन अर्थात् अग्रेच्या साहाय्यानें झालें.

क्षितिजस्थ रवीचे नतकालांश.

याप्रमाणें क्षितिजस्थ सूर्याच्या समवृत्तीय स्थितीपासून उन्मंडलाखालील नतांश आणून त्याचा ९० अंशांस संस्कार दिला म्हणजे त्याचे नतकालांश येतात. चरज्येचा चाप काढून त्याच्या अंशांस ६ नें भागिलें असतां, सूर्य क्षितिजापासून उन्मंडलीं येईपर्यंतचा घटिकात्मक काळ समजतो. साक्ष देशांत निरक्ष देशांपेक्षां उन्मंडल वर आल्यामुळें किंवा क्षितिज खालीं गेल्यामुळें त्या दोन स्थानींच्या उदयांमध्यें याप्रमाणें अंतर पडतें.

वरील सारणीप्रमाणें गणित केल्यास असें दिसून येतें कीं, ज्या

स्थलीं एकांगुल पलभा आहे तेथें सायन सूर्याचा (किंवा क्रांतिवृत्तस्थ इतर ज्योतीचा) भोग एक राशि असल्यास १० पळें, दोन राशि असल्यास १८ पळें व तीन राशि असल्यास २१ पळें, १० विपळें कालात्मक चर असतें. या तीन संख्यांतील उत्तरोत्तर संख्यांमधून पूर्वपूर्व संख्या वजा केल्यास १०, ८, ३⅓, या संख्या (चरखंड-संज्ञक) शेष राहतात. याचा अर्थ इतकाच कीं, जेथें एक अंगुल पलभा आहे तेथें सायन भोग एक राशि असल्यास ज्योतीचा उदय त्याच रेखांशांवरील निरक्षस्थानापेक्षां १० पळें लवकर होतो, दोन राशि असल्यास त्या पळांत ८ पळें मिळून सूर्योदय एकंदरींत १८ पळें लवकर होतो, व तीन राशि असल्यास २१⅓ पळें लवकर होतो. पलभा एकांगुलापेक्षां अधिक असल्यास वरील तीन संख्यांस पलभेच्या अंगुलसंख्येनें गुणावें, म्हणजे इष्टस्थानींचीं सुमाराचीं चरखंडें तयार होतात. क्षितिजाशीं नक्षत्र किंवा ग्रह असेल त्याप्रमाणें हीं खंडें नाक्षत्र किंवा सावन असतात.

उत्तर अक्षांशांच्या स्थलीं सूर्य उत्तर गोलीं असतां कालात्मक चर १५ घटिकांत मिळवावें, व तो दक्षिण गोलीं असतां तें त्यांत वजा करावें, म्हणजे दिनार्धमान येतें. त्याच्या दुप्पट अर्थात् दिनमान; व ते ६० घटिकांतून वजा केलें असतां रात्रिमान रहातें. दक्षिण अक्षांशांच्या स्थलीं उन्मंडल क्षितिजाच्या खालीं असतें; व त्यामुळें सूर्य प्रथम उन्मंडलास लागून नंतर क्षितिजास लागतो; म्हणून सूर्य उत्तर गोलीं असतां चर ऋण असतें;व तो दक्षिण गोलीं असतां तें धन असतें.

वर जे राशींचे निरक्षदेशीय लंकोदय दिले आहेत त्यांत साक्ष देशांत फरक कां पडतो हें आतां चांगलें कळून येईल. निरक्ष-देशांत सायन मेषारंभ क्षितिजाच्या वर आल्यानंतर सायन मेष-राशीच्या लंकोदयाइतक्या अवकाशानें सायन मेषांत क्षितिजावर येतो; परंतु उत्तराक्षांशीय स्थानीं सायन मेषारंभाचा उदय मात्र

निरक्ष देशांतल्याप्रमाणेंच होऊन सायन मेषांत निरक्षदेशापेक्षां चरकालाइतक्या अवकाशानें लवकर दिसतो; म्हणजे सबंध सायन मेषराशीचा उदय (लंकोदय–चर) इतक्या वेळांत होतो. सायन वृषभ व मिथुन याही राशींच्या आरंभापेक्षां अंतांची क्रांति अधिक असल्यामुळें त्यांचे आरंभ चरबलानें त्यांच्या निरक्षोदयकालाच्या जितके मागें ओढिले जातात, त्यापेक्षां त्यांचे अंत अधिक ओढिले जातात. म्हणून चर त्या राशींच्या निरक्षोदयांस मेषाप्रमाणेंच ऋण असतें. परंतु सायन कर्क, सिंह व कन्या या राशींच्या आरंभांपेक्षां अंतांची क्रांति कमी असल्यामुळें, व आरंभापेक्षां अंत कमी मागें हटत असल्यामुळें चर त्या राशींच्या निरक्षोदयांस धन असतें. त्यांच्या पुढील तीन राशींच्या आरंभापेक्षां अंतांची क्रांति जरी अधिक असते तरी त्या राशी उन्मंडलास क्षितिजाच्या पूर्वीं लागत असल्यामुळें चर धन असतें. शेवटच्या राशित्रयाच्या निरक्षोदयांस तें ऋण असतें, हें स्पष्ट करून दाखविण्याची जरूर नाहीं. याप्रमाणें मकरादि षट्कांत चराचें चिन्ह ऋण असतें, व कर्क्यादि षट्कांत तें धन असतें. इष्ट स्थान निरक्षदेशाच्या दक्षिणेस असल्यास हा कालात्मक चरसंस्कार विपरीत चिन्हांचा असतो.

वर लिहिल्याप्रमाणें जें कालांशात्मक चर तयार होतें, तें क्षितिजस्थ सूर्याचें स्थान व उन्मंडल यांमधील कालांशात्मक अंतर होय. यास स्वदेशोदयाच्या साह्यानें क्रांतिवृत्तीय रूप दिलें, म्हणजे क्षेत्रांशात्मक अंतर येतें.

सूर्याच्या भोगापासून विषुवांश काढावयाच्या रीतीपेक्षां इतर ग्रहांच्या भोगापासून विषुवांश काढण्याची रीत ज्याप्रमाणें निराळी आहे, त्याप्रमाणें क्षितिजस्थ सूर्याच्या समवृत्तीय स्थितीवरून चर काढण्याच्या रीतीपेक्षां इतर क्षितिजस्थ ग्रहांच्या समवृत्तीय स्थितीवरून त्यांचीं चरें काढण्याची रीत निराळी आहे. त्यांस शर अस-

त्यामुळें त्यांचीं चरें काढण्याकरितां त्यांच्या शरांच्या कमी अधिक प्रमाणाच्या मानानें त्यांच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या चरास एक निराळाच संस्कार करावा लागतो. यास आक्षदृक्कर्मसंस्कार म्हणतात. क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या विषुवांशांस कालांशात्मक आयन दृक्कर्माचा संस्कार दिला म्हणजे ज्याप्रमाणें सशर ग्रहांचे विषुवांश निघतात, त्याप्रमाणें क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या चरास कालांशात्मक आक्ष दृक्कर्माचा संस्कार केला म्हणजे सशर ग्रहाचें चर निघतें. ग्रहाच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या विषुवांशचरांस त्या ग्रहाचीं मध्यम, व संस्कार देऊन येणाऱ्या विषुवांशचरांस त्या ग्रहाचीं स्पष्ट विषुवांशचरें म्हणण्यास हरकत नाहीं.

विवक्षित क्रांतिवृत्तीय स्थान संपातानंतर किती वेळानें उदयास येतें हें निरक्ष देशांत उदयांतर संस्काराच्या साह्यानें व साक्ष देशांत उदयांतर व चर या दोन संस्कारांच्या साह्यानें काढितां येतें. सशर ग्रहाचा उदय संपातोदयानंतर किती वेळानें होतो हें निरक्ष देशांत काढण्यास उदयांतर व आयन दृक्कर्म हीं आवश्यक असतात, व साक्ष देशांत काढावयाचें झाल्यास उदयांतर, आयन दृक्कर्म, चर व आक्ष दृक्कर्म हीं सर्व ज्ञात असावीं लागतात.

ग्रहाच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानास क्षेत्रांशात्मक आयन दृक्कर्माचा संस्कार दिला म्हणजे ज्याचे विषुवांश ग्रहाइतकेच आहेत असें क्रांतिवृत्तीय स्थान येतें; व या रीतीनें आलेल्या स्थानास क्षेत्रांशात्मक आक्ष दृक्कर्माचा संस्कार दिला म्हणजे ज्याचे उदयकालिक समवृत्तीय नतांश ग्रहाइतकेच आहेत असें क्रांतिवृत्तीय स्थान येतें. ज्या अर्थी ग्रहाचा व त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाचा उदय यांमधील निरक्ष देशांतील अंतर त्याच्या आयन दृक्कर्माइतकें व साक्ष देशांतील अंतर आयन व आक्ष दृक्कर्मांच्या बेरजेइतकें असतें, त्या अर्थी ग्रहोदयकालीं निरक्ष देशांत त्या ग्रहाच्या

कृतायनदृक्कर्मक क्रांतिवृत्तीय स्थानाचा व साक्ष देशांत आयन व आक्ष दृक्कर्मे दिलेल्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाचा उदय होतो.

आक्ष दृक्कर्माचें मान अक्षवलन व स्फुट शर यांवर अवलंबून असतें. अक्षवलन म्हणजे क्रांतिवृत्तीय स्थानापासून ध्रुव व समबिंदु यांजवर जाणाऱ्या चापांमधील कोण, हें पूर्वीं सांगितलेंच आहे. क्रांतिवृत्तीय स्थान जेव्हां इष्ट स्थलाच्या याम्योत्तरवृत्तीं असते तेव्हां अर्थात् अक्षवलन शून्य असतें; व तें स्थान क्षितिजवृत्तीं असतां त्याचें मान महत्तम असतें. ग्रहाच्या उदयाचा विचार कर्तव्य असतां अर्थात् या महत्तम मानाचीच जरूर लागते, व आक्ष दृक्कर्म या महत्तम मानापासूनच उत्पन्न होतें. अक्षवलनाचें साधन येणेंप्रमाणें आहे:—

समबिंदूभोंवतीं अक्षांशांइतक्या अंतरावर व अक्षज्येइतक्या व्यासार्धाचें एक वर्तुल काढावें. या वर्तुलाचें नांव अक्षवलय. या वर्तुलाच्या वरच्या भागास ध्रुव असलेला दिसून येईल. नंतर क्रांतिवृत्तीय स्थानामधून जाणारें समसूत्र (समसूत्र म्हणजे समबिंदूतून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्ताचा चाप.) अक्षवलयास ज्या बिंदूंत छेदितें, त्याचें ध्रुवापासून जें अंशात्मक अंतर अक्षवलयावर दिसून येतें त्याची भुजज्या काढावी. त्याचप्रमाणें तें समसूत्र समवृत्तास ज्या बिंदूंत छेदितें, त्याचें व खस्वस्तिकाचें जें अंशात्मक अंतर समवृत्तावर दिसून येतें त्याचीही भुजज्या काढावी. या दोन ज्या अंशांच्या भुजज्या आहेत ते अक्षवलय व समवृत्त यांजवरील नतांश हे उपरिनिर्दिष्ट समसूत्र व याम्योत्तरवृत्त यांच्या पातळ्यांच्या सांध्यांत असून परस्परतुल्य असल्यामुळें त्या भुजज्यांचें एकमेकींशीं प्रमाण उभयवृत्तांच्या व्यासार्धांच्या परस्परप्रमाणाशीं तुल्य असतें. असो. आतां क्रांतिवृत्तीय स्थान व खस्वस्तिकापासून त्या स्थानाच्या बाहूइतक्या (बाहु किंवा भुज म्हणजे त्या

स्थानापासून समवृत्ताच्या पातळीवर काढलेला लंब हें पू आलेंच आहे.) अंतरावर व त्याच बाजूस असलेला याम्योत्तरवृत्तांतील बिंदु, यांमधून जाणारें व क्षितिजाच्या पातळीशीं ९० अंशांचा कोण साधणारें असें वर्तुळ, अर्थात् $\sqrt{\text{त्रिज्या}^{2} - \text{बाहु}^{2}}$ इतक्या व्यासार्धाचें काढावें. या वृत्ताचें नांव उपवृत्त. हें वृत्त समवृत्ताशीं समांतर असतें. क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या या वृत्तावरील नतांशांच्या भुजज्येचें पूर्वोक्त भुजज्यांशीं प्रमाण, उपवृत्तव्यासार्धाचें पूर्वोक्त व्यासार्धाशीं जें प्रमाण असतें तत्तुल्य असतें; कारण हे नतांशही पूर्वोक्त नतांशांशीं तुल्य असतात.

क्रांतिवृत्तीय स्थान ज्या अहोरात्रवृत्तावर असतें त्याचे व उपवृत्ताचे जे दोन पूर्व पश्चिम छेदनबिंदु, त्यांस सांधणाऱ्या रेषेचें अर्ध केलें तर तें उपवृत्तावरील नतांशांच्या उपवृत्तव्यासार्धकर्णीय भुजज्येबरोबर होईल. त्याचप्रमाणें तें अर्ध अहोरात्रवृत्तावरील नतांशांच्या द्युज्याकर्णीय भुजज्येबरोबरही असेल. आतां—

त्रिज्या : नतकालांशज्या : : द्युज्या : द्युज्याकर्णीय अहोरात्रवृत्तस्थनतांशज्या (किंवा उपवृत्तव्यासार्धकर्णीय उपवृत्तस्थनतांशज्या)

उपवृत्तव्यासार्थ : तत्स्थनतांशज्या : : अक्षवलयव्यासार्ध : तत्स्थनतांशज्या.

या दोन अनुपातांपासून अक्षवलयस्थनतांशज्या येते.

आतां क्रांतिवृत्तीय स्थानावरून जाणाऱ्या समसूत्राच्या व ध्रुवसूत्राच्या (येथें ध्रुवांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तीय चापास ध्रुवसूत्र म्हटलें आहे.) पातळ्यांच्या सांध्यांत असणाऱ्या दोन अक्षवलनक्षेत्रांच्या अनुक्रमें अक्षवलयस्थनतांशज्या व क्रांतिकोटिज्या आणि अक्षवलनज्या व त्रिज्या या बाजू परस्परांशीं समांतर असून प्रमाणांत आहेत. म्हणून—

कृतार्थ

$$\text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{अक्षवलयस्थनतांशज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

याप्रमाणें अक्षवलनज्या निघाल्यावर तिजपासून अक्षवलन काढितां येतें.

ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान उदय पावत असतें, तेव्हां त्याचें अक्षवलन महत्तम असतें. कारण त्या वेळीं अक्षवलयस्थ नतांश ९० असून त्यांची तद्व्यासार्धकर्णीय भुजज्या अक्षज्यातुल्य असते.

वर दिलेल्या समीकरणांत बाव्हादि राशींच्या किंमती घातल्यास अक्षवलनाची अक्षक्रांतिनतकालांशात्मक सारणी येते. (येथें सूर्य समवृत्ताच्या उत्तरेस आहे असें कल्पिलें आहे.) ती अशी:— बाहु=अग्रा−शंकुतल. परंतु एका पक्षीं म त प, व दुसऱ्या पक्षीं म ट क आणि ह स ट या अक्षवलनक्षेत्रांतील बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत असल्यामुळें—

$$\text{अग्रा} = \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

$$\text{व शंकुतल} = \frac{\text{शंकु} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} = \frac{\text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

$$\therefore \text{बाहु} = \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} - \frac{\text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

आतां—

$$\text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{अक्षवलयव्यासार्धकर्णीय तत्स्थनतांशज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

परंतु—

$$\text{अक्षवलयस्थनतांशज्या} = \frac{\text{उपवृत्तस्थनतांशज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{त्रिज्या}^2 - \text{बाहु}^2}}$$

३—

$$\text{उपवृत्तस्थनतांशज्या} = \text{नतकालांशज्या} \times \frac{\text{क्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

(कारण क्रांतिकोटिज्या = द्युज्या.)

$$\therefore \text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}} \times \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{नतकालांशज्या} \times \dfrac{\text{क्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}}{\sqrt{\text{त्रिज्या}^{२} - \left\{ \dfrac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या} - \text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \right\}^{२}}}$$

$$= \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{नतकालांशज्या}}{\text{त्रिज्या} \sqrt{१ - \left\{ \dfrac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} - \dfrac{\text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या} \times \text{त्रिज्या}} \right\}^{२}}}$$

या सारणीस पाश्चात्य रूप दिल्यास—

$$\text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{नतकालांशज्या}}{\sqrt{१ - \left\{ \dfrac{\text{क्रांतिज्या} - \text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \right\}^{२}}}$$

उजवेकडील राशींतील नतांशकोटिज्येबद्दल तिची अक्षांश, क्रांति व नतकालांश यांच्या रूपांतील किंमत घातली असतां—

$$\text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{नतकालांशज्या}}{\sqrt{१ - \left\{ \dfrac{\text{क्रांतिज्या} - \text{अक्षज्या} \, (\text{नतकालांशकोटिज्या} \times \text{क्रांतिकोटिज्या} \times \text{अक्षकोटिज्या} + \text{अक्षज्या} \times \text{क्रांतिज्या})}{\text{अक्षकोटिज्या}} \right\}^{२}}}$$

अक्षांश, क्रांतिकोटि, अक्षवलन व (१८०°—नतकालांश) यां बद्दल अनुक्रमें अ, ब, आ, का हीं अक्षरें घातलीं असतां—

$$\text{भुजज्या अ} = \frac{\text{भुजज्या अ} \times \text{भुजज्या का}}{\sqrt{1 - \left\{ \dfrac{\text{कोटिज्या ब} - \text{भुजज्या अ} \left(\text{भुजज्या अ कोटिज्या ब} - \text{भुजज्या ब कोटिज्या अ कोटिज्या का} \right)}{\text{कोटिज्या अ}} \right\}^2}}$$

उजव्या बाजूच्या राशीच्या छेदांतील वर्गमूलचिन्हाच्या आंतील राशि=

$$1 - \left\{ \frac{\text{कोटिज्या ब} - \text{भुजज्या अ} \left(\text{भुजज्या अ कोटिज्या ब} - \text{भुजज्या ब कोटिज्या अ कोटिज्या का} \right)}{\text{कोटिज्या अ}} \right\}^2$$

$$= 1 - \left\{ \frac{\text{कोटिज्या ब}}{\text{कोटिज्या अ}} \left(1 - \text{भुजज्या}^2_{\text{अ}}\right) + \text{भुजज्या अ भुजज्या ब कोटिज्या का} \right\}^2$$

$$= 1 - \left(\text{कोटिज्या ब कोटिज्या अ} + \text{भुजज्या अ भुजज्या ब कोटिज्या का} \right)^2$$

$$= 1 - \text{कोटिज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}^2_{\text{ब}} - \text{भुजज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}^2_{\text{ब}}\ \text{कोटिज्या}^2_{\text{का}} - 2\ \text{भुजज्या}_{\text{ब}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{ब}}\ \text{भुजज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{का}}.$$

(कोटिज्या$^2_{\text{ब}}$ व भुजज्या$^2_{\text{ब}}$ यांबद्दल अनुक्रमें $1 -$ भुजज्या$^2_{\text{ब}}$ व $1 -$ कोटिज्या$^2_{\text{ब}}$ घातले असतां)

$$= 1 - \text{कोटिज्या}^2_{\text{अ}} + \text{कोटिज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}^2_{\text{ब}} - \text{भुजज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}^2_{\text{का}} + \text{भुजज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}^2_{\text{ब}}\ \text{कोटिज्या}^2_{\text{का}} - 2\ \text{भुजज्या}_{\text{ब}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{ब}}\ \text{भुजज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{का}}.$$

(यांपैकीं पहिले दोन राशि मिळून भुजज्या$^2_{\text{अ}}$ होत असल्यामुळें)

$$= \text{भुजज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}^2_{\text{का}} + \text{कोटिज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}^2_{\text{ब}} + \text{भुजज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}^2_{\text{ब}}\ \text{कोटिज्या}^2_{\text{का}} - 2\ \text{भुजज्या}_{\text{ब}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{ब}}\ \text{भुजज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{का}}.$$

$$= \text{भुजज्या}^2_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}^2_{\text{का}} + \left(\text{कोटिज्या}_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}_{\text{ब}} - \text{भुजज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{ब}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{का}} \right)^2$$

$$\therefore \text{भुजज्या आ} = \frac{\text{भुजज्या}_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}_{\text{का}}}{\sqrt{\text{भुजज्या}^{2}_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}^{2}_{\text{का}} + (\text{कोटिज्या}_{\text{अ}}\ \text{भुजज्या}_{\text{व}} - \text{भुजज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}\ \ \text{कोटिज्या}_{\text{का}})^{2}}}$$

व हीच किंमत पाश्चात्य गणिताप्रमाणें अक्षवलनज्येची येते.

वरील सारणीचे साधनांत नतांशकोटिज्येची जी किंमत घातली आहे तिचें साधन लवकरच देण्यांत येईल.

अक्षवलनज्येचें यापेक्षां सोपें पण जरा स्थूल असें एक साधन आहे. तें येणेंप्रमाणें:—

दिनार्धतुल्यस्वाहोरात्रनत : ९० अंश : : इष्टस्वाहोरात्रनत : सममंडलनतांश.

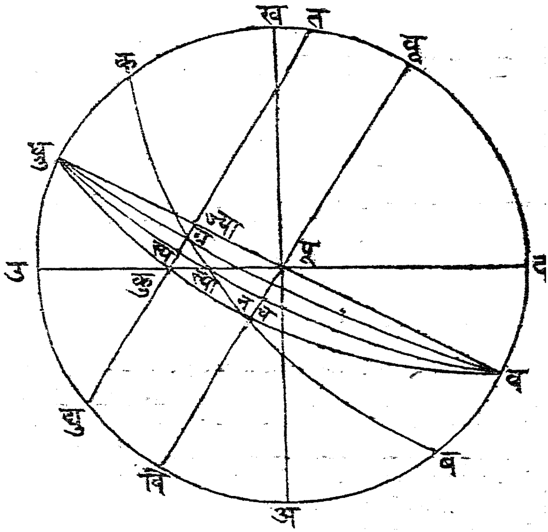
त्रिज्या : सममंडलनतांश : : अक्षज्या : द्युज्याग्रस्थ (म्हणजे अर्थात् अक्षवलयव्यासार्धकर्णीय तत्स्थ) नतांशज्या.

द्युज्या : द्युज्याग्रस्थअक्षवलयस्थनतांशज्या : : त्रिज्या : अक्षवलनज्या.

या तीन अनुपातांपासून स्थूल अक्षवलनज्या निघते. असो.

पूर्वी आयन दृक्कर्माची जी आकृति दिली आहे तिच्यांत अ म ड यास विषुववृत्तखंड, अ क य यास समवृत्तखंड, अ यास पूर्वबिंदु, अ ल यास ग्रहाची व प ल यास त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाची अग्रा व स प यास स्फुट शर समजल्यास च द हें कालांशात्मक आक्ष दृक्कर्म होईल; व तें प ल त या अक्षवलनाच्या भुजस्थानीं असलेल्या प त यास (अग्रांतर कर्णस्थानीं आहे.) $\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$ नें गुणून साधितां येतें.

खालील आकृतींत अयनवलन व अक्षवलन यांपासून शात्मक आयन व आक्ष दृक्कर्में कशीं काढतात हें एका दिसून येईल. प्रथम आक्ष दृक्कर्म कसें काढितात तें सांग त्यांत व आयनदृक्कर्मसाधनांत जें अंतर आहे तें सांगतों; म्हणजे हा विषय विशेष स्पष्ट होईल.



ही आकृति आपण खगोलाकडे पश्चिमेकडून पाहिलें तो जसा दिसेल तशी आहे.

ख द अ उः—याम्योत्तरवृत्त; उ पू दः—क्षितिज;

खः—खस्वस्तिक; पूः—पूर्वबिंदु ;

वि पू वृः—विषुववृत्त; ध्रु, वः—उत्तर व दक्षिण ध्रुव

कः—कदंब; ग्रः—ग्रह;

स्थाः—ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान; ग्र स्थाः—अस्फुट

स्प स्थाः—स्पष्ट शर; स्था नः—अस्फुट क्रांति;

स्प नः—स्पष्ट क्रांति.

आतां ज्याअर्थी सरलरेषीय त्रिकोणांतील कोणांच्या भुजज्या त्या कोणांसमोरील भुजांशीं प्रमाणांत असतात त्याअर्थीं–

भुजज्या स्प स्था : द्युज्याकर्णीय भुजज्या कु स्प : : अक्षवलन-कोटिज्या : अक्षवलनज्या.

परंतु अक्षवलनकोटिज्या अक्षकोटिज्येशीं जवळ जवळ तुल्य आहे; व स्प स्था हा स्पष्ट शर आहे. म्हणून—

स्पष्टशरज्या : द्युज्याकर्णीय भुजज्या कु स्प : : अक्षकोटिज्या : अक्षवलनज्या.

$$\therefore \text{द्युज्याकर्णीय भुजज्या कु स्प} = \frac{\text{स्पष्टशरज्या} \times \text{अक्षवलनज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}};$$

आतां भुजज्या ध्रु कु : द्युज्याकर्णीय भुजज्या कु स्प : : भुजज्या ध्रु च : भुजज्या च न. परंतु भुजज्या ध्रु च म्हणजे त्रिज्या व भुजज्या ध्रु कु म्हणजे द्युज्या आहे; म्हणून—

$$\text{भुजज्या च न} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{भुजज्या कु स्प}}{\text{द्युज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{द्युज्या}} \times \frac{\text{स्पष्टशरज्या} \times \text{अक्षवलनज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}.$$

याप्रमाणें अक्षवलनावरून कु स्प हा कोण व त्यावरून च न हें कालांशात्मक दृक्कर्म निघतें. त्यास ६ नें भागिलें असतां घटिकात्मक आक्ष दृक्कर्म निघतें. येथें अक्षवलनकोटिज्येस अक्षकोटिज्यातुल्य मानिलें आहे. याचें कारण असें कीं हिंदुस्थानांत अक्षवलन बरेंच अल्प असतें, व तें ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान क्षितिजस्थ असतेवेळचें असल्यामुळें अक्षांशांशीं जवळ जवळ तुल्य असतें;

आणि अल्पप्रमाण व जवळजवळच्या कोणांच्या कोटिज्यांमध्यें फारच कमी अंतर असतें. परंतु यामुळें आक्ष दृक्कर्म कांहींसें स्थूल झालें आहे. सूक्ष्म दृक्कर्म काढण्याची रीत अशी:—

आपणांस च न हा कोण काढावयाचा आहे. चन=च पू—न पू. परंतु च पू=स्फुटक्रांत्युत्थचरांश व न पू=अस्फुटक्रांत्युत्थचरांश. म्हणून स्फुट व अस्फुट क्रांतींपासून चरें काढून तीं एका दिशेचीं असल्यास त्यांची वजाबाकी व भिन्न दिशांचीं असल्यास त्यांची बेरीज करावी; म्हणजे सूक्ष्म आक्ष दृक्कर्म येतें. पूर्वीं दिलेल्या आयन दृक्कर्म व चर यांच्या आकृतींत ल हें ग्रहस्थान व प च ही अस्फुट क्रांति असून तिजपासून अ च हें चर उत्पन्न झालें आहे; व ल द ही स्फुट क्रांति असून तिजपासून अ द हें चर उत्पन्न झालें आहे. च द हें कालांशात्मक आक्ष दृक्कर्म आहे; व तें अर्थात् पूर्वोक्त दोन चरांच्या अंतराइतकें आहे.

वरील आकृतींत ग्र स्था स्प हें अयनवलन आहे, व त्याच्या कर्णस्थानीं असलेल्या ग्र स्था या अस्फुट शरापासून ग्र स्प हें द्युज्यावृत्तीय आयन दृक्कर्म काढितात. स्प कु हें द्युज्यावृत्तीय आक्ष दृक्कर्म काढण्यास अक्षवलनकोटिस्थानीं असलेल्या स्प स्था या स्फुट शराचा उपयोग करावा लागतो हें वर आलेंच आहे.

ग्रहाचा शर दक्षिण असल्यास आक्ष दृक्कर्म धन व उत्तर असल्यास तें ऋण असतें. परंतु हें ऋणधनत्व ग्रहांच्या उदयाविषयीं झालें. अस्ताविषयीं विचार कर्तव्य असल्यास आयन व आक्ष दृक्कर्मांचें ऋणधनत्व उदयाच्या अगदीं उलट असतें. क्रांतिवृत्तीय स्थान उदय पावत असतां ज्या अस्फुट किंवा स्फुट शरानें ग्रह उचलिला किंवा नमविला जाऊन त्याचा उदय अनुक्रमें त्या स्थानापूर्वीं किंवा नंतर घडविला जातो तोच शर त्या स्थानाच्या

अस्तकालीं पूर्ववत् ग्रहास उचलून किंवा नमवून त्याचा अस्त मात्र अनुक्रमें मागाहून किंवा पूर्वी घडवितो.

आक्ष दृक्कर्म कालांशात्मक असल्यास त्यास क्रांतिवृत्तोपयोगार्ह करणें किंवा तें क्रांतिवृत्तस्थ असतां त्याचे कालांश करणें स्वदेशोदय-खंडांपासून राशिखंडें व राशिखंडांपासून उदयखंडें साधण्यासारखेंच आहे. म्हणजे कालास्वात्मक दृक्कर्मास एका राशीच्या कलांनीं म्हणजे १८०० नें गुणून सायन ग्रह ज्या राशींत असेल तिच्या स्वदेशो-दयासूंनीं भागावें, म्हणजे कलात्मक क्रांतिवृत्तीय दृक्कर्म येतें; व कलात्मक क्रांतिवृत्तीय दृक्कर्मास सायनग्रहराशीच्या स्वदेशोदयासूंनीं गुणून १८०० नें भागावें, म्हणजे कालासुरूप दृक्कर्म येतें; त्यापासून पळें घटिका काढितां येतात. आयन दृक्कर्माच्या क्षेत्रांशात्मक किंवा कालांशात्मक रूपापासून अनुक्रमें कालांशात्मक किंवा क्षेत्रांशात्मक रूप काढण्याकरितां स्वदेशोदयांचा उपयोग न करितां निरक्षोदयांचा करावा लागतो हें लक्षांत ठेवण्यासारखें आहे.

कृतायनदृक्कर्मक स्थानास सूर्य समजून त्याजपासून अस्वात्मक आक्ष दृक्कर्माच्या साह्यानें शर दक्षिण असल्यास स्वदेशीय लग्न व शर उत्तर असल्यास स्वदेशीय विलोम लग्न साधावें; म्हणजे दोन्ही दृक्कर्मसंस्कार दिल्याचें श्रेय येतें.

ग्रहाबरोबर उदय पावणाऱ्या क्रांतिवृत्तीय स्थानास त्या ग्रहाचें उदयलग्न म्हणतात; व तो अस्तास जात असतां जें क्रांतिवृत्तीय स्थान उदय पावत असतें त्यास त्याचें अस्तलग्न म्हणतात. अस्त-लग्न साधण्यास ग्रहाच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानांत ६ राशि मिळवून नंतर त्यास दृक्कर्मकलांचा (सहा राशींच्या अंतरानें शराची दिशा बदलत असल्यामुळें) विलोम (उलट) संस्कार करावा लागतो. इष्टकाळचा ग्रह पूर्वक्षितिजाशीं आहे अशी कल्पना करून व त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानास अर्थात् आयन व आक्ष दृक्कर्मसंस्कार देऊन जें

उदयलग्न येतें त्यास प्राग्दृग्ग्रह म्हणतात; व इष्टकालिक ग्रहांत ६ राशि मिळवून व विलोम दृक्कर्मसंस्कार देऊन जें अस्तलग्न येतें त्यास पश्चिमदृग्ग्रह ही संज्ञा आहे. प्राग्दृग्ग्रह व पश्चिमदृग्ग्रह यांस दृग्ग्रह ही सामान्य संज्ञा आहे.

कालांशात्मक आयन व आक्ष दृक्कर्मांपासून पळें काढून त्यांचा संस्कार ग्रहाच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या उदयकालास दिला म्हणजे ग्रहाचा उदयकाल येतो.

चर व आक्ष दृक्कर्म यांच्या कालांशात्मक रूपांची बेरीज वजा-बाकी केली म्हणजे स्फुटक्रांत्युत्पन्न चर होतें; व हेंच सशर ग्रहाचें स्पष्ट चर होय. सशर ग्रहाच्या अहोरात्रवृत्ताचे जे अंश उन्मंडल व क्षितिज यांमध्यें असतात ते त्यावरून कळून येतात.

सूर्येतर क्षितिजस्थ ग्रहांचे नतकालांश.

औदयिक किंवा अस्तकालिक सूर्येतर ग्रहांचें स्फुटक्रांत्युत्पन्न कालांशात्मक चर ९० अंशांत (कारण याम्योत्तरवृत्त व उन्मं-डल यांमधील कालांश ९० असतात.) मिळविलें (किंवा वजा केलें) म्हणजे त्या ग्रहांच्या उदयींचे किंवा अस्तींचे (म्हणजे समवृत्तीय नतांश ९० असतात तेव्हांचे) नतकालांश येतात.

समवृत्तीय नतांश ९० असले म्हणजे दृङ्मंडलीय नतांशही ९० असतात. म्हणून तितके दृङ्मंडलीय नतांश असतेवेळचे नतकालांश काढण्याचें निराळें साधन देण्याची जरूर नाहीं.

उन्नतनतांशसाधन.

सूर्याचे नतकालांश किंवा समवृत्तीय नतांश शून्य असतां, अर्थात् तो याम्योत्तरवृत्तीं असतां, त्याच्या दृङ्मंडलीय नतांशांची व क्रांतीची समचिन्ह असल्यास वजाबाकी व नसल्यास बेरीज घेतली म्हणजे ती अक्षांशतुल्य होते हें उघड आहे. याच्या उलट मध्याह्न-

कालिक सूर्याच्या क्रांतीवरून व अक्षांशांवरून तत्कालिक नतांशही काढितां येतात.

आतां सूर्य क्षितिजवृत्तस्थ किंवा याम्योत्तरवृत्तस्थ नसतां त्याचे जे उन्नतकालांश असतात त्यांपासून उन्नतांशनतांशसाधन कसें करितात तें पाहूं.

उत्तराक्षांशीय स्थलीं सूर्य उत्तरगोलस्थ म्हणजे उत्तरक्रांतिक असतां उन्नतकालांतून चर वजा केलें व तो दक्षिणगोलस्थ असतां तें त्यांत मिळविलें म्हणजे जो काल येतो त्यापासून १० पळांस १ अंश या मानानें येणाऱ्या कालांशांच्या भुजज्येस सूत्र म्हणतात, त्या सूत्रास द्युज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागिलें असतां कला होते, व कलेस अक्षकोटिज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागिलें असतां इष्टयष्टि होते हें यापूर्वीं सुचविण्यांत आलेंच आहे. तसेंच पूर्वीं जी अक्षक्षेत्रांची आकृति दिली आहे तिच्यांतील म च क व म त प या तुल्यकोण क्षेत्रांवरून दिसून येईल कीं क्रांतिज्येस अक्षज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागिलें असतां उन्मंडलशंकु येतो.

सूर्याची क्रांति उत्तर असतां उन्मंडलशंकूनें युक्त व ती दक्षिण असतां त्या शंकूनें विरहित अशी इष्टयष्टि केली म्हणजे इष्ट-शंकु येतो; व इष्टशंकु म्हणजेच उन्नतांशज्या. उन्नतांश ९० अंशां-तून वजा केले असतां नतांश येतात हें पूर्वीं आलेंच आहे. नतांश दृङ्मंडलावर असल्यामुळें त्यांच्या भुजज्येस दृग्ज्या म्हणतात.

इष्टशंकु द्वादशांगुल शंकूशीं समांतर असल्यामुळें त्याजपासून छाया व छायाकर्णही साधितां येतात:—

$$\frac{\text{इष्टशंकु}}{\text{दृग्ज्या}} = \frac{१२}{\text{छाया}}; \quad \frac{\sqrt{\text{इष्टशंकु}^2 + \text{दृग्ज्या}^2}}{\text{इष्टशंकु}} = \frac{\text{छायाकर्ण}}{१२}$$

आतां नतकालापासून नतोन्नतांशसाधन सांगतों.

इष्टकालिक नतकालांशांच्या उत्क्रमज्येस (उत्क्रमज्या म्हणजे त्रिज्या—कोटिज्या.) शर म्हणतात.

सूर्यक्रांति उत्तर असतां त्रिज्येंत चरज्या मिळवावी व दक्षिण असतां तिजमधून ती वजा करावी, म्हणजे अंत्या येते. अंत्या म्हणजे मध्यान्हकालिक सूर्याच्या उन्नतकालांशांची भुजज्या.

अंत्येंतून शर वजा केला म्हणजे इष्टांत्यका राहते. तिला द्युज्या-कर्णीय रूप दिलें असतां इष्टहृति होते.

$$\text{इष्टशंकु} = \frac{\text{इष्टहृति} \times \text{अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \text{उन्नतांशज्या}$$

$$= \text{नतांशकोटिज्या.}$$

इष्टशंकूपासून छाया व छायाकर्ण हीं वरप्रमाणेंच साधावीत.

ही इष्टशंकूची सारणी पाश्चात्य सारणीहून भिन्न नाहीं. कारण-

$$\text{इष्टशंकु} = (\text{अंत्या} - \text{शर}) \times \frac{\text{क्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\text{परंतु अंत्या} = \text{त्रिज्या} \pm \text{चरज्या, व चरज्या} = \frac{\text{पलभा}}{१२} \times \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

$$\therefore \text{इष्टशंकु} = \left\{ \text{त्रिज्या} \pm \frac{\text{पलभा}}{१२} \times \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}} - (\text{त्रिज्या} - \text{नतकालांशकोटिज्या}) \right\}$$

$$\times \frac{\text{क्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

वरील समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंस त्रिज्येनें भागून तें पाश्चात्य पद्धतीनें मांडिलें असतां——

नतांशकोटिज्या= (नतकालांशकोटिज्या $\pm$ अक्षस्पर्शरेषा × क्रांतिस्पर्शरेषा)
× क्रांतिकोटिज्या × अक्षकोटिज्या
=नतकालांशकोटिज्या × अक्षकोटिज्या × क्रांतिकोटिज्या $\pm$ अक्षज्या × क्रांतिज्या.

हीच पाश्चात्य सारणी होय.

याप्रमाणें उन्नतनतकालांशांपासून उन्नतनतांशांचें व त्यांपासून छाया व छायाकर्ण यांचें साधन झालें. याच्या उलट प्रकार म्हणजे उत्तरोक्त राशींपासून पूर्वोक्त राशींचें साधन वरील रीतीच्या विपरीत रीतीनें होतें.

दिगंशसाधन.

आतां छायेवरून किंवा पर्यायानें सूर्याच्या नतांशांवरून दिगंश काढण्याची रीत देतों:—

प्रथम नतांश ९० असतां दिगंश किती येतील तें काढावयाचें; म्हणजे पर्यायानें अग्राच काढावयाची. (हें साधन यापूर्वीं इतर प्रसंगीं संक्षेपानें दिलें आहे.)

अक्षवृत्तांच्या आकृतींतील म क ट हें क्षेत्र व लघुशंकूत्थ अक्षक्षेत्र हीं समकोण असल्यामुळें त्यांच्या बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत आहेत. म्हणून—

अग्रा : क्रांतिज्या : : अक्षकर्ण : १२ : : त्रिज्या : अक्षकोटिज्या

$$\therefore \text{अग्रा} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

सूर्य क्षितिजाच्या वर आल्यानंतर त्यापासून भूपृष्ठावर एक लंब काढिला, तर त्या लंबरूप शंकूचें समवृत्ताच्या पातळीपासून जें

अंतर त्यास भुज म्हणतात (तें अंतर दिगंशांच्या समोर असल्यामुळें त्यास भुज ही संज्ञा आहे.), व अग्रेंतून भुज वजा केला असतां शंकुतल राहतें हें वर सांगितलेंच आहे. आतां द्वादशांगुल शंकूस कोटि व त्या शंकूच्या छायेस भुज धरून जो छायाकर्ण येतो तो ज्याचा व्यासार्ध आहे असा द्वादशांगुल शंकूपासून दूर असलेल्या छायाग्राभोंवतीं एक लघु गोल काढावा. त्या गोलांत महागोलांतल्याप्रमाणेंच पण लघु प्रमाणावर अग्रा, शंकुतल व भुज हीं काढिलीं असतां असें आढळून येईल कीं, अक्षक्षेत्रांच्या आकृतींतील ह स ट हें क्षेत्र व लघु गोलांतील त्याशीं सदृश असणारें क्षेत्र हीं समकोण असून महाशंकु व लघुशंकु यांच्या उपरितन अग्रांजवळील कोण अक्षांशतुल्य आहेत; व म्हणन लघु गोलांतील पलभा महागोलांतील शंकुतलाचे स्थानीं आहे. आतां—

त्रिज्या : अग्रा : : छायाकर्ण : लघुगोलस्थ अग्रा.

$$\therefore \text{लघुगोलस्थ अग्रा} = \frac{\text{महागोलस्थ अग्रा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}}.$$

लघुगोलस्थ अग्रा–पलभा=लघुगोलस्थ भुज

$$= \frac{\text{महागोलस्थ अग्रा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}} - \text{पलभा}.$$

छाया : लघुगोलस्थ भुज : : त्रिज्या : दिगंशज्या

$$\therefore \text{दिगंशज्या} = \frac{\text{लघुगोलस्थ भुज} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छाया}}$$

$$= \frac{\left\{ \frac{\text{महागोलस्थ अग्रा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}} - \text{पलभा} \right\} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छाया}}$$

परंतु $\text{अग्रा}=\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$, $\text{छाया}=\frac{१२ \times \text{नतांशज्या}}{\text{उन्नतांशज्या}}$,

$\text{छायाकर्ण}=\frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{उन्नतांशज्या}}$ व $\text{पलभा}=\frac{१२ \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$

$$\therefore \text{दिगंशज्या} = \left\{ \frac{\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \times \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{उन्नतांशज्या}}}{\text{त्रिज्या}} - \frac{१२ \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \right\} \times \text{त्रिज्या} \div \frac{१२ \times \text{नतांशज्या}}{\text{उन्नतांशज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रिज्या}^{२} \times \text{क्रांतिज्या} - \text{त्रिज्या} \times \text{अक्षज्या} \times \text{उन्नतांशज्या}}{\text{नतांशज्या} \times \text{अक्षकोटिज्या}}$$

दोन्ही पक्षांस त्रिज्या^{२} नें भागिलें असतां व उजवीकडील छेदस्थानींचा राशि डावीकडच्या अंशस्थानीं नेला असतां—

$$\frac{\text{दिगंशज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{नतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{त्रिज्या}} - \frac{\text{अक्षज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{उन्नतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

ही सारणी पाश्चात्य पद्धतीनें मांडून दिगंशज्येची किंमत काढिल्यास—

$$\text{दिगंशज्या}=\frac{\text{क्रांतिज्या} - \text{अक्षज्या} \times \text{उन्नतांशज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या} \times \text{नतांशज्या}}$$

हीच दिगंशज्येची पाश्चात्य सारणी होय.

दिगंशांवरून रविनतोन्नतांश.

आतां दिगंशांवरून छाया व सूर्याचे नतांश आणावयाचे; समजा कीं या=छायाकर्ण, त्रि=त्रिज्या, अ=महागोलस्थ अग्रा, प=पलभा व दि=दिगंशज्या अथवा दिग्ज्या.

(वरील विवेचनावरून)

$$\text{दि} = \frac{\text{या} \times \text{अ} - \text{प} \times \text{त्रि}}{\sqrt{\text{या}^{२} - १२^{२}}}$$

$$\therefore \text{दि}^{२} = \frac{\text{अ}^{२} \times \text{या}^{२} + \text{प}^{२} \times \text{त्रि}^{२} - २\ \text{या} \times \text{अ} \times \text{प} \times \text{त्रि}}{\text{या}^{२} - १२^{२}}$$

$$\therefore \text{या}^{२}\,(\text{दि}^{२} - \text{अ}^{२}) + २\ \text{या अ प त्रि} = \text{त्रि}^{२}\ \text{प}^{२} + १२^{२} \times \text{दि}^{२}$$

$$\therefore \text{या}^{२} + २\ \text{या} \times \frac{\text{अ प त्रि}}{\text{दि}^{२} - \text{अ}^{२}} = \frac{\text{त्रि}^{२}\ \text{प}^{२} + १२^{२} \times \text{दि}^{२}}{\text{दि}^{२} - \text{अ}^{२}}$$

दोन्ही बाजूंस $\left(\frac{\text{अ प त्रि}}{\text{दि}^{२} - \text{अ}^{२}}\right)^{२}$ हा राशि मिळवून वर्गमूळ काढिलें असतां—

$$\text{या} + \frac{\text{अ प त्रि}}{\text{दि}^{२} - \text{अ}^{२}} = \sqrt{\left\{\frac{\text{त्रि}^{२}\ \text{प}^{२} + १२^{२}\ \text{दि}^{२}}{\text{दि}^{२} - \text{अ}^{२}} + \left(\frac{\text{अ प त्रि}}{\text{दि}^{२} - \text{अ}^{२}}\right)^{२}\right\}}$$

या समकिरणावरून 'या' ची म्हणजे छायाकर्णाची किंमत येते; व तिजवरून छाया, नतांश, उन्नतांश हीं कळतात. हें समीकरण सिद्धांतशिरोमणींतून जसेंच्या तसेंच घेतलें आहे.

याप्रमाणें दिगंशांवरून छायाकर्ण व त्यावरून नतांश काढण्यापेक्षां एकदम दिगंशांवरून नतांश काढण्याची एक खुबीदार रीत सिद्धांतशिरोमणींत दिली आहे. सूर्य याम्योत्तरवृत्तावर असतां अक्षांश व त्याची क्रांति यांच्या योगांतरांपासून तत्कालिक नतांश काढण्याची जी रीत यापूर्वी दर्शविली आहे, तिच्यासारखीच हीही रीत आहे. फरक इतकाच कीं पूर्वोक्त रीतींत अक्षांश व क्रांति विषुववृत्तास लंबरूप असतात, व प्रस्तुत रीतींत त्यांस दृङ्मंडलाच्या

पातळींतील व अतएव किंचित् विस्तृत रूप दिलें असून तीं विषुववृत्ताशीं तिरपीं असतात. सूर्य विषुववृत्तावर व इष्ट दृङ्मंडलावर असतां अक्षांशांस त्या दृङ्मंडलाच्या पातळींत आणिलें तर ते तत्कालिकनतांशतुल्य आढळून येतील. विषुवदिनीं छायाकर्ण ज्याचा व्यासार्ध आहे अशा लघु गोलांत पलभा इष्टदृङ्मंडलस्थ सूर्याचे भुजस्थानीं (विषुवदिनीं अग्रा नसल्यामुळें शंकुतलाच्या जोडीची पलभाच भुज असते.) व छाया नतांशज्यास्थानीं आढळून येईल. या छायेस इच्छादिक्छाया म्हणतात; व दृङ्मंडलाच्या पातळींतील अक्षज्येस इष्टाक्षज्या म्हणतात. आतां—

(महागोलांतील) दिग्ज्या (म्हणजे दिगंशज्या) : त्रिज्या : : (लघुगोलांतील) पलभा : इच्छादिक्छाया.

$$\therefore \text{ इच्छादिक्छाया} = \frac{\text{पलभा} \times \text{त्रिज्या}}{\text{दिग्ज्या}}.$$ हें इष्टाक्षज्येचें छायाकर्णव्यासार्धीय रूप झालें. यास त्रिज्याकर्णीय रूप दिलें पाहिजे. म्हणून— छायाकर्ण : इच्छादिक्छाया : : त्रिज्या : इष्टाक्षज्या $\therefore$ इष्टाक्षज्या

$$= \frac{\text{इच्छादिक्छाया} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छायाकर्ण}} = \frac{\frac{\text{पलभा} \times \text{त्रिज्या}}{\text{दिग्ज्या}} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छायाकर्ण}}$$

(परंतु $\text{पलभा} = \frac{१२ \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$ व

$\text{छायाकर्ण} = \sqrt{१२^२ + \frac{\text{पलभा}^२ \times \text{त्रिज्या}^२}{\text{दिग्ज्या}^२}}$; म्हणून—)

$$\frac{\frac{१२ \times \text{अक्षज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{दिग्ज्या}}}{\sqrt{\left\{\frac{\frac{१२^{२} \times \text{अक्षज्या}^{२} \times \text{त्रिज्या}^{२}}{\text{अक्षकोटिज्या}^{२}}}{\text{दिग्ज्या}^{२}} + १२^{२}\right\}}}$$

$$= \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{त्रिज्या}^{२}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} \times \text{त्रिज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}}$$

यानंतर अक्षज्येप्रमाणें क्रांतिज्येसही दृङ्मंडलाच्या पातळींत आणावयाचें:—

अक्षज्या : इष्टाक्षज्या : : क्रांतिज्या : इष्टक्रांतिज्या ∴ इष्ट-

$$\text{क्रांतिज्या} = \frac{\text{इष्टाक्षज्या} \times \text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षज्या}}$$

$$= \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{त्रिज्या}^{२}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} \times \text{त्रिज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}} \times \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षज्या}}$$

$$= \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}^{२}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} \times \text{त्रिज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}}$$

इष्टाक्षज्या व इष्टक्रांतिज्या यांपासून दृङ्मंडलगत अक्षांश व क्रांति आणून दक्षिण गोलीं त्यांची बेरीज व उत्तर गोलीं त्यांची वजाबाकी केल्यास नतांश येतात.

इष्टाक्षज्या व इष्टक्रांतिज्या यांस पाश्चात्य रूप दिलें असतां त्यांच्या किंमती

$$\frac{\text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}} \text{ व}$$

$$\frac{\text{क्रांतिज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}} \text{ या येतात.}$$

यांच्या चापांची बेरीज किंवा वजाबाकी

$$= \text{भुजज्या}^{-१} \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}} \pm$$

$$\text{भुजज्या}^{-१} \frac{\text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}}$$

$$= \text{भुजज्या}^{-१} \left\{ \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}} \right.$$

$$\times \sqrt{\left[१ - \left(\frac{\text{अक्षज्या}}{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}} \right)^{२} \right]}$$

$$\pm \frac{\text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}}}$$

$$\left. \times \sqrt{\left[१ - \left(\frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}} \right)^{२} \right]} \right\}$$

$$= \text{भुजज्या}^{-१} \left\{ \frac{\text{अक्षकोटिज्या} \times \text{क्रांतिज्या} \times \text{दिग्ज्या} \pm \text{अक्षज्या} \times \sqrt{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२} - \text{क्रांतिज्या}^{२}}}{\text{अक्षज्या}^{२} + \text{अक्षकोटिज्या}^{२} \times \text{दिग्ज्या}^{२}} \right\}$$

मोठ्या कंसाच्या आंतील राशि हा नतांशज्यातुल्य आहे; व

$$\text{दिगंशज्या} = \frac{\text{क्रांतिज्या} - \text{अक्षज्या} \times \text{उन्नतांशज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या} \times \text{नतांशज्या}}$$

या सारणीवरून नतांशज्येची तीच किंमत निघते.

नतकालांशांवरून नतांश काढितां येतात, व नतांशांवरून दिगंश काढितां येतात. म्हणून नतकालांश व दिगंश हीं परस्परांपासून काढण्याचीं निराळीं साधनें देण्याची आवश्यकता नाहीं. या सर्व साधनांस अक्षांश व क्रांति यांचें ज्ञान आवश्यक आहे, हें निराळें सांगण्याची जरूर नाहीं.

वर जीं साधनें दिलीं आहेत तीं थोड्याशा फरकानें सूर्याप्रमाणें इतर ग्रहांसही लागू आहेत. फरक पडण्याचें कारण हें कीं सूर्यास शर नसून इतर ग्रहांस तो असतो; व त्यामुळें सूर्य व त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान यांचा जसा एकदम उदय होतो तसा ते ग्रह व त्यांचीं क्रांतिवृत्तीय स्थानें यांचा होत नाहीं; व म्हणून त्यांच्या उदयानंतरच्या घटिका उदयलग्नापासून काढाव्या लागतात, व अस्पष्ट क्रांतीबद्दल स्पष्ट क्रांति घ्यावी लागते. उदयलग्न व इष्टकालिक लग्न (म्हणजे पूर्वक्षितिजाशीं लागलेला क्रांतिवृत्ताचा भाग) यांमधील अंतरघटिका काढाव्या. या घटिका अहोरात्रवृत्तावर उदयलग्न व क्षितिज यांमध्यें जें अंशात्मक अंतर असतें त्यापासून काढितां येत असल्यामुळें त्यांस क्षेत्रात्मिका म्हणतात. ग्रहाच्या उदयकालापासून इष्ट कालापर्यंत गेलेल्या घटिका कोणत्याही वर्तुलखंडापासून काढितां येत नाहींत; म्हणून त्यांस कालात्मिका म्हणतात. क्षेत्रात्मक व कालात्मक घटिकांत अंतर पडण्याचें कारण असें कीं ग्रहाचें उदयलग्न उदयकालाच्या व इष्टकालाच्या दरम्यान क्रांतिवृत्तावर स्थानांतर करीत नाहीं; उलट ग्रहाच्या

स्थानांत या दोन कालांमध्यें त्याच्या मध्यंतरींच्या गतीच्या मानानें फरक पडतो. कालात्मक घटिका काढण्याकरितां प्रथम क्षेत्रात्मक-घटिकासाधनांतल्याप्रमाणेंच ग्रहापासून उदयलग्न काढावें; यास प्राग्दृग्ग्रह म्हणतात हें मागें आलेंच आहे. नंतर प्राग्दृग्ग्रह व इष्टलग्न यांमधील कालांश व त्यांपासून अंतरघटिका काढाव्या. नंतर या घटिकांत ग्रहाची जी गति झाली असेल तिचा दृग्ग्रहास संस्कार केला म्हणजे निजोदयकालिक स्थूल ग्रह (म्हणजे ग्रहाबरोबर उदय पावणारें सरासरींचें क्रांतिवृत्तीय स्थान) येतो. नंतर त्याजमधील व इष्टलग्नामधील घटिकात्मक अंतर काढावें, म्हणजे स्थूल घटिका येतात. त्या सूक्ष्म करण्याकरितां असकृत्कर्म करावें लागतें; त्याचा प्रकार विषयानुरोधानें तिसऱ्या भागांत दिला आहे. असो. नतांशसाधनार्थ क्षेत्रात्मक घटिकांचीच आवश्यकता असते. कारण त्या साधनाकरितां कोणत्याही एका क्षणीं उदयलग्न-संज्ञक ग्रह व क्षितिज यांमध्यें किंवा तो ग्रह व याम्योत्तरवृत्त यांमध्यें असलेल्या अहोरात्रवृत्तखंडाचें (म्हणजे पर्यायानें उन्नत व नतकालांशांचेंच) ज्ञान आवश्यक असतें. असो. क्षेत्रात्मक घटिका व ग्रहाची स्फुट क्रांति इत्यादिकांपासून सूर्यसंबंधि साधनांतल्याप्रमाणेंच कुज्या, चरज्या, शंकु, उन्नतांशनतांश हीं काढितां येतात. चंद्रासारख्या जवळच्या व मोठ्या ग्रहाच्या शंकूस त्याच्या कलात्मक गतीच्या $\frac{1}{25}$ इतका ऋण लंबनसंस्कारही देतात; म्हणजे दृश्य क्षितिजावरील शंकु येतो.

उलट पक्षीं सशर ग्रहाचे नतांश किंवा उन्नतांश दिले असतां त्यांपासून सूर्यसंबंधि साधनांतल्याप्रमाणेंच नतोन्नतकालांश काढावे.

स्थानमापनाचें परिमाण.

स्थानमापनाचें परिमाण दोन प्रकारचें असतें. पहिल्या प्रकारानें मोजलेलीं खगोलस्थ अंतरें बरोबर आहेत कीं नाहींत हें

सामान्य द्रष्ट्यास साधारणपणें अजमावून पाहतां येतें; तसें दुसऱ्या प्रकारांत करितां येत नाहीं. पहिल्या प्रकारांत अंशात्मक (यांतच चापात्मक, भुजज्यात्मक वगैरे सदृश पद्धतींचा समावेश होतो.) व अंगुलात्मक मानांचा अन्तर्भाव होतो. अंशात्मक पद्धति प्रसिद्धच आहे. तिजबद्दल विवेचन चवथ्या भागांत आढळून येईल. ही सूर्याच्या क्रांतिवृत्तीय गतिमापनास फार अनुकूल असते; कारण सूर्य त्या वृत्तावर ३६५ दिवसांत ३६० अंश फिरल्यासारखा दिसतो; म्हणजे त्याच्या मध्यम गतीचें मान एक दिवसास सुमारानें एक अंश हें पडतें. ज्या द्रष्ट्यांस अंशादिकांचें ज्ञान नसतें त्यांस अंगुलात्मक पद्धति सोईची असते. आकाशस्थ ज्योति गगनमध्यभागीं दिसतात त्यापेक्षां क्षितिजापाशीं मोठ्या दिसत असल्यामुळें पूर्वोक्त स्थानीं ३॥ कलांनीं व उत्तरोक्त स्थानीं २॥ कलांनीं एक अंगुल होतें असें मानितात. दोहोंच्या मधील कोणत्याही स्थानीं अंगुलाच्या कलांची संख्या शंकूच्या दीर्घत्वावरून ठरवितात; अर्थात्

$$\text{अंगुल} = \left(२\tfrac{१}{२} + \frac{\text{शंकु}}{\text{त्रिज्या}} \right) \text{कला.}$$

दुसरा प्रकार योजनात्मक. हा पाश्चात्य ज्योतिषांत उपयोगांत आणितात त्याहून निराळ्या रीतीनें भारतीय ज्योतिषांत दिसून येतो. पाश्चात्य ज्योतिषी गुरुत्वाकर्षणाचे नियम, प्रकाशाची गति इत्यादि साधनांच्या साह्यानें ज्योतींची योजनात्मक वास्तव गतिस्थिति काढूं शकतात. उलट भारतीय ज्योतिष्यांचा असा सिद्धांत आहे कीं, सर्व ग्रह सारख्या कालांत तेवढींच योजनें भ्रमण करितात, परंतु त्यांच्या पृथ्वीपासूनच्या अंतराच्या कमी अधिक मानानें अधिक कमी चालल्याप्रमाणें भासतात. खकक्षा म्हणजे आकाशाचा परिधि त्यांनीं १८७१२०६९२०००००००० योजनें मानिला आहे; इतकीं योजनें प्रत्येक ग्रहाचें एका कल्पांत

भ्रमण होतें. या संख्येस कल्पांतील ग्रहभगणसंख्येनें (भगण म्हणजे एक नक्षत्रप्रदक्षिणा.) भागिलें असतां त्या ग्रहाच्या कक्षायोजनांची संख्या येते. या रीतीनें ग्रहांप्रमाणें उच्च व पात यांच्याही कक्षा ठरविण्यांत येतात. परंतु या ज्या कक्षा येतात त्यांचा उपयोग केवळ त्यांचीं स्थानें ठरविण्यापुरताच करावयाचा. कारण उच्च व पात हे स्वतंत्र ग्रह नसून ग्रहांच्या कक्षांतील बिंदु होत; व त्यांच्या कक्षा अर्थात् ग्रहांच्या कक्षांहून भिन्न नसावयाच्या. त्याचप्रमाणें वरील रीतीनें रवि, बुध व शुक्र यांची कक्षा एकच येते. परंतु ही एकत्वाची कल्पना ते ते ग्रह आणण्यापुरतीच करावयाची. वास्तविकपणें बुध व शुक्र सूर्याच्या कक्षेवर फिरत नसून त्यांच्या शीघ्रोच्चांच्या कक्षांवर रविगतीनें फिरत असतात, अर्थात् भूमध्यापासून मध्यम रवीवर जाणारें सूत्र वाढविलें असतां तें शीघ्रोच्चकक्षांस ज्या बिंदूंत छेदील तेथें ते ग्रह असतात असें भारतीय ज्योतिष्यांचें मत आहे.

कालमापन.

स्थानमापनाचें प्रकरण बरेंच लांबलें. आतां कालमापनाकडे वळूं. स्थानमापनासंबंधानें जसें आपणांस आरंभस्थान मानावें लागतें तसें कालमापनासंबंधानेंही मानिलें पाहिजे; म्हणजे त्या आरंभकालीं ग्रहांची स्थिति दाखविणाऱ्या क्षेपकांकांत त्यानंतरची इष्ट कालापर्यंतची ग्रहगति मिळवून इष्टकालिक ग्रहस्थिति काढितां येईल. भारतीय ज्योतिष्यांच्या मतें कल्पारंभीं सर्व ग्रह एके ठिकाणीं येत असल्यामुळें व प्रत्येक ग्रहाचा कल्पारंभींचा क्षेपक शून्य असल्यामुळें भारतीय ज्योतिषांत कल्पारंभासच आरंभकाल मानिलें आहे. त्यामुळें ग्रहगणित करितांना आरंभकालींचे क्षेपक मिळवावे लागत नाहींत. कांहीं ज्योतिष्यांनीं महायुगारंभीं क्षेपक शून्य असतात

असें मानिलें आहे; व कित्येक ग्रंथकारांच्या मतें कलियुगारंभींही सर्व ग्रह एके ठिकाणीं जमले होते. पण हें शेवटचें मत सर्वमान्य नाहीं.

कालपरिमाण.

कलियुग हें महायुगाचा चतुर्थ चरण असून तदंतर्गत वर्षसंख्या ४३२००० आहे. या संख्येच्या दुप्पट द्वापाराची, तिप्पट त्रेतायुगाची व चौपट कृतयुगाची वर्षसंख्या असते. प्रत्येक चरणाच्या आरंभीं व अंतीं त्या चरणाच्या वर्षसंख्येच्या द्वादशांशाइतका त्या चरणाचा संधि असतो; त्याचा अंतर्भाव त्या वर्षसंख्येंतच होतो. कृत, त्रेता, द्वापार व कलि हीं चार चरणें मिळून एक महायुग होतें. त्याची वर्षसंख्या ४३२०००० असते. ७१ महायुगें मिळून एक मनु होतो. १४ मनु किंवा ९९४ महायुगें मिळून ब्रम्हदेवाचा एक दिवस होतो. यांत १४ मनूंच्या आरंभीं, मध्यंतरीं व अंतीं असलेल्या १५ संधींच्या वर्षांची संख्या प्रत्येक संधीस कृतयुगवर्षें या मानानें ६ महायुगांच्या वर्षसंख्येइतकी होते, ती मिळविली असतां १००० महायुगें होतात. यासच कल्प ही संज्ञा आहे. शून्य शकाचे वेळीं चालू कल्पापैकीं ६ मनु, २७ महायुगें, २८ व्या महायुगाचे कृत, त्रेता, द्वापार हे तीन चरण व कलीचीं ३१७९ वर्षें गत होतीं. म्हणजे त्या वेळीं ६ मनूंचीं १८४०३२००००, त्यांच्या ७ संधींपासून उद्भवणाऱ्या ७ कृतयुगांचीं वर्षें १२०९६०००, २७ महायुगांचीं वर्षें ११६६४००००, २८ व्या महायुगांतील गत चरणत्रयाचीं वर्षें ३८८८००० व कलीचीं वर्षें ३१७९ म्हणजे कल्पांतील १९७२९४७१७९ इतकीं वर्षें गत होतीं. या संख्येंत गत शकवर्षें मिळविलीं म्हणजे चालू साल्चे आरंभीं कल्पारंभापासून लोटलेलीं वर्षें निघतात.

कल्पारंभापासून गतवर्षसंख्या काढिली म्हणजे तिजपासून सौर-मास, त्यांपासून सौर दिन, नंतर त्यांपासून चांद्र दिवस किंवा तिथि, व त्यांपासून सावन दिवस काढितात; आणि त्यांत वर्षारंभानंतर लोटलेले सावन दिवस मिळवितात. या रीतीनें आलेल्या दिवसांस महा अहर्गण ह्मणतात. याच्या उलट लघु अहर्गण म्हणजे वर्षारंभापासून इष्ट दिनापर्यंत जे मध्यम सावन (म्हणजे मध्यम सूर्योदयापासून ज्यांचा आरंभ असतो ते) दिवस त्यांची संख्या. महा अहर्गणावरून केलेल्या गणितास सिद्धांतगणित व लघु अहर्गणावरून केलेल्या गणितास करणगणित म्हणतात.

भारतीय ज्योतिष्यांनीं जे मूलभूत कालविभाग अंगीकारिले आहेत ते सर्व स्वाभाविक व दृश्य चमत्कारांवर उभारिलेले आहेत. त्यांचें कल्प ग्रहसंमीलनावर, वर्ष सूर्याच्या वार्षिक प्रदक्षिणेवर म्हणजे अर्थात् ऋतूंवर, मास चंद्रसूर्यांच्या स्थितिभेदामुळें चंद्राच्या स्वरूपांत होणाऱ्या विकारांवर, दिवस सूर्योदयावर किंवा नक्षत्रोदयावर, याप्रमाणें अवलंबून असतात. त्यांचें वर्ष सौर, मास चांद्र व दिवस सावन (सौर किंवा नाक्षत्र) असतात. या तिहींचा मेळ घालणें बरेंच घोंटाळ्याचें असतें. सौर वर्षाचा $\frac{१}{१२}$ म्हणजे सौर मास व $\frac{१}{३६०}$ म्हणजे सौर दिन, चांद्र मासाचा $\frac{१}{३०}$ म्हणजे चांद्र दिन किंवा तिथि व बारापट म्हणजे चांद्र वर्ष, आणि सावन दिवसाची तीसपट म्हणजे सावन मास व ३६० पट म्हणजे सावन वर्ष, असे कालविभाग अनुक्रमें सौर वर्ष, चांद्र मास व सावन दिवस यांवरून केले आहेत खरे; पण ते सर्व कृत्रिम होत. या सर्व मानांच्या घटिकाही त्यांच्या इतर कालविभागांप्रमाणें कमी अधिक प्रमाणाच्या असतात.

महा अहर्गण.

युगांतील गतवर्षसंख्येस १२ नें गुणिलें म्हणजे सौर मास

होतात. त्यांत चालू सालीं चैत्रापासून गेलेले चांद्र मास सौर समजून मिळवावे; नंतर त्या बेरजेस ३० नें गुणिलें असतां सौर दिन होतात. त्यांत इष्ट चांद्र मासाच्या गततिथि सौर दिन समजून मिळवाव्या. नंतर त्यांत १५५५२०००००००० या कल्पसौरदिनांस जर १५९३३०००००० कल्पाधिमास तर वर आलेल्या सौर दिनांस किती, या त्रैराशिकानें कल्पारंभापासून झालेले अधिमास आणून त्यांच्या तिथि मिळवाव्या, म्हणजे कल्पारंभानंतर लोटलेल्या तिथि येतात. सौर व चांद्र दिनांतील अंतर नेहमीं गत अधिमासांच्या व अधिमासशेषाच्या तिथींइतकें असतें. अधिमासांची योजना चांद्र व सौर वर्षांतील दिनात्मक अंतर नाहींसें करण्याकरितां केली आहे. एका सौर वर्षांत ३७१ तिथि, ३ घटिका, ५२ पळें व ३० विपळें असतात. अर्थात् प्रत्येक वर्षास सौर व चांद्र वर्षांच्या अंतांमध्यें ११।३।५२।३० इतकें अंतर पडत जातें. म्हणजे मध्यम मानानें तीन वर्षांपेक्षां कांहीं कमी अवकाशांत तें अंतर एक महिना होतें; व म्हणून तितक्या अवकाशानें चांद्र वर्षांत एक चांद्र मास अधिक धरितात. यासच अधिमास किंवा अधिकमास म्हणतात. यास त्याच्या पुढील महिन्याचेंच नांव देतात; यामुळें एकाच नांवाचे दोन चांद्र महिने होऊन सौर व चांद्र महिन्यांच्या नांवांत अंतर पडत नाहीं. मध्यम मानानें क्षयमासाचा संभव नसतो हें मागें आलेंच आहे. एका कल्पांत अधिमास १५९३३०००००० असतात, हेंही वर आलेंच आहे. गताधिमासानंतर इष्टकालापर्यंत संक्रांति व चांद्रमासांत यांमध्यें जें अंतर सांचलें असतें तें महा अहर्गण करितांना हिशेबांत धरीत नाहींत. कारण तें हिशेबांत न घेतल्यानें जी अधिमासशेषाइतकी ऋणात्मक चूक पडते ती वर्षारंभानंतरचे ~~गत~~ चांद्र मास सौर समजल्यामुळें पडणाऱ्या धनात्मक अंतरानें

भरून येते. या अधिमासशेषाचा उपयोग लघु अहर्गणाच्या साधनांत मात्र होतो. वर्षारंभीं म्हणजे सूर्य मेषारंभीं असतां हें जें सांचलेलें अंतर निघतें त्यास तिथिशुद्धि म्हणतात. हें नांव देण्याचें कारण लघु अहर्गण काढितांना चांद्रवर्षारंभापासून मोजलेल्या तिथींमध्यें तें अंतर शोधावें (म्हणजे वजा करावें) लागतें.

चांद्र दिन अथवा तिथि तयार झाल्यावर त्यांपासून सावन दिवस काढावे लागतात. एका सौर वर्षांत (म्हणजे सूर्य क्रांतिवृत्तावर पूर्वस्थलीं येण्यास लागणाऱ्या मुदतींत) तिथि ३७१–३–५२–३० असून सावन दिवस ३६५–१५–३०–२२–३० (अलीकडील सूक्ष्म वर्षमानापेक्षां म्हणजे ३६५-१५-२२·९८ पेक्षां हें वर्षमान सुमारें ८ पळें अधिक असून त्यामुळें प्रत्येक वर्षी क्रांतिवृत्ताचें आरंभस्थान पूर्वेकडे सरकत चाललें आहे.) असतात. म्हणजे एका सौर वर्षांत होणारी तिथिसंख्या व सावनदिवससंख्या यांजमध्यें अंतर ५–४८–२२–७–३० असतें. यांस अवमदिन म्हणतात. एका कल्पांत चांद्र दिन किंवा तिथि १६०२९९९००००० असून अवमदिन २५०८२५५०००० असतात. कल्पांतील सावन दिवस अर्थात् या दोघांच्या अंतराइतके म्हणजे १५७७९१६४५०००० असतात. कल्पांतील गत तिथींत गत अवमें वजा केलीं असतां कल्पांतील गत सावन दिवस उरतात. यांसच महा अहर्गण म्हणतात. हा काढितांना घटिकात्मक अवमशेष हिशेबांत घेत नाहींत. कारण आपणांस प्रस्तुत जो अहर्गण साधावयाचा आहे तो मध्यम सूर्योदयापर्यंतचा आहे, व त्यामुळें सूर्योदय व त्यापूर्वींचा तिथ्यंत यांजमधील अवमशेषसंज्ञक घटिकात्मक अंतर हिशेबांत घेण्याचें कांहीं कारण नसतें. लघु अहर्गण करितांना मात्र वर्षारंभींच्या अवमशेषाचा उपयोग होतो. तो कसा तें लवकरच कळेल.

महा अहर्गणांतील दिनसंख्या फार मोठी असते; त्यामुळें गणित वाढून चूक होण्याचा फार संभव असतो. करणग्रंथांत हा घोंटाळ्याचा प्रकार काढून टाकून गणित सुलभ करण्याकडे लक्ष्य दिलें असतें.

लघु अहर्गण.

लघु अहर्गण म्हणजे चालू सौर वर्षाच्या आरंभापासून इष्ट सूर्योदयापर्यंत जितके सावन दिवस गेले असतील ते. तिथिशुद्धि म्हणजे सौरवर्षारंभीं सौर मेषसंक्रांत व गत अमावास्या यांजमधील तिथ्यात्मक अंतर हें वर आलेंच आहे. चांद्रवर्षारंभापासून इष्ट सूर्योदयाच्या पूर्वींच्या तिथ्यंतापर्यंत जितक्या तिथि लोटल्या असतील त्यांतून तिथिशुद्धि वजा केली असतां बाकी ज्या तिथि राहतील, त्यांचे सावन दिवस केले म्हणजे त्या तिथ्यंतापर्यंतचा लघु अहर्गण होतो. तिथि व सावन दिवस यांमधील अंतर अर्थात् अवमदिनात्मक असतें. या अहर्गणांत तिथ्यंतकालिक घटिकात्मक अवमशेष मिळविला म्हणजे इष्ट सूर्योदयापर्यंतचा अहर्गण येतो. येथें तिथि, दिवस, अवमदिन यांत घटिकादि अवयवांचाही अंतर्भाव केला आहे.

वर्षांतील सावन दिवस ३६५–१५–३०–२२–३० व अवमें ५–४८–२२–७–३० यांची बेरीज वर्षांतील तिथिसंख्येबरोबर म्हणजे ३७१–३–५२–३० इतकी असते. या तिथींतून वर्षांतील सौर दिन (३६०) वजा जातां बाकी ११-३-५२-३० हे अधिमासशेष-दिन राहतात. या तिथिसंख्येंतून १० वजा करून उरणारा १–३–५२–३० हा शेष अवमशेष (४८–२२–७–३०) व दिनादि (म्हणजे सौरवर्षारंभदिवशीं मध्यम सूर्योदयापासून वर्षारंभापर्यंत ज्या घटिका लोटिल्या असतील त्या. वर्षाच्या अंतीं हा दिनादि १५–३०–२२–३० इतका असतो.) यांच्या बेरजेबरोबर असतो;

कारण मेषसंक्रांत व अमावास्या मध्यम सूर्योदयीं बरोबरच घडून आलीं आहेत अशी कल्पना केल्यास त्यानंतर जो वर्षारंभ येतो तो व त्यापूर्वींचा उपांत्य तिथ्यंत यांमध्यें त्या तिथ्यंतापासून पुढील सूर्योदयापर्यंतचा काळ (तिथ्यंतकालिक अवम) व त्या सूर्योदयापासून वर्षारंभापर्यंतचा काळ (दिनादि) इतकें सावनघटिकात्मक अंतर असतें, व मेषसंक्रांतिकालिक अवम व दिनादि यांच्या बेरजे-इतकें चांद्रघटिकात्मक अंतर असतें. अर्थात् एका वर्षांतील अधिमासशेष (अथवा तिथिशुद्धि) दिनादि व अवमशेष यांच्या बेरजेंत १० मिळवून येणाऱ्या फळाबरोबर असतो.

कल्पगत दिनादि—एका वर्षांत दिनाद्य १५–३०–२२–३० असतें. या वर्षगतीस कल्पांतील गतवर्षसंख्येनें गुणिलें असतां त्या गतवर्षांत सांचलेला दिनादि निघतो. ज्याअर्थी ३६५ या संख्येस ७ नें भागिलें असतां १ अवशिष्ट राहतो व म्हणून दर वर्षास (दिनादीकडे लक्ष्य न दिल्यास) वर्षारंभ एक एक वार पुढें सरकतो, त्याअर्थीं वरील सांचलेल्या दिनादींत गतवर्षसंख्या मिळविली असतां व बेरजेस ७ नें भागिलें असतां अवशिष्ट संख्या वार दाखवील. कल्पारंभीं रविवार होता; त्याअर्थीं वार मोजतांना रविवारापासूनच आरंभ केला पाहिजे. वर्षारंभींच्या दिवसास अब्दप म्हणतात.

त्याचप्रमाणें अवमशेषाच्या वार्षिक संचयावरून कल्पाच्या गत वर्षांतील अवमें घटिकादि अवयवांसह काढावीं.

हीं सावयव अवमें कल्पारंभापासून सांचलेल्या सावयव दिनादींत मिळवून व त्यांत दशगुणित गतवर्षसंख्या मिळवून बेरजेस ३० नें भागिलें असतां भागाकार गत अधिमासांबरोबर येतो; व उरलेली बाकी अधिमासशेषदिनतुल्य असून तिलाच तिथिशुद्धि म्हणतात. ही घटिकादि अवयवांसह चैत्रारंभ व इष्ट सूर्योदया-पूर्वींचा तिथ्यंत यांमधील तिथींत वजा केली असतां सौर वर्षारंभा-

पुढील व इष्ट सूर्योदयापूर्वीच्या तिथ्यंतापर्यंतच्या तिथि येतात हें वर आलेंच आहे.

गत तिथि तिथिशुद्धीहून कमी असल्यास मागील वर्षाच्या चैत्रापासून तिथि मोजून मागील वर्षारंभाच्या तिथिशुद्धीच्या व अवमशेषाच्या साह्यानें त्या वर्षारंभानंतरच्या गत तिथि व अहर्गण साधावा.

तिथिशुद्धि १९ व १४१ वर्षांनीं पुन्हा तीच येते. येवढेंच कीं, १९ वर्षांनीं येणारी तिथिशुद्धि १३ घटिका ४० पळांनीं व १४१ वर्षांनीं येणारी तिथिशुद्धि ६ घटिका २० पळांनीं अधिक असते.

यानंतर ३७१–३–५२–३० तिथींस ५–४८–२२–७–३० या मानानें वर्षारंभापासून इष्ट सूर्योदयापूर्वीच्या तिथ्यन्तापर्यंत जे अवमदिन होतील ते घटिकादि अवयवांसह सौरवर्षारंभ व तो तिथ्यंत यांमधील सावयव तिथींत वजा केले असतां त्या तिथ्यन्तापर्यंतचा लघु अहर्गण येतो; व त्या अहर्गणांत तिथ्यंतकालिक घटिकात्मक अवम मिळविलें असतां इष्ट सूर्योदयापर्यंतचा लघु अहर्गण येतो; कारण इष्ट सूर्योदयापर्यंतच्या लघु अहर्गणाचे अवयव त्या सूर्योदयापूर्वीच्या तिथ्यंतापर्यंतचा लघु अहर्गण व तिथ्यंतकालिक अवम हे असतात.

येथपर्यंत जें लघु अहर्गणाचें साधन दिलें आहे तें घटिकात्मक अवमशेष हिशेबांत धरून केलें आहे. परंतु भारतीय ज्योतिषांत ज्याप्रमाणें एक अधिकमास पूर्ण होईपर्यंत अधिमासशेष हिशेबांत धरीत नाहींत त्याप्रमाणें अवमही एका दिवसाइतका होईपर्यंत हिशेबांत धरीत नाहींत; व म्हणून वर्षारंभ व उपर्युक्त तिथ्यंत यांमधील तिथींच्या अवयवस्थानीं वर्षारंभकालीं चालू असलेल्या तिथीचा जो भोग्यांश असतो तोच त्या तिथींच्या जोडीच्या लघु अहर्गणाचाही अवयव असतो. परंतु तो कृत्रिम असल्यामुळें त्यावरून

इष्ट सूर्योदयापर्यंतचा लघु अहर्गण काढिल्यास तोही चुकीचा व्हावयाचा; तसें होऊं नये म्हणून त्या तिथिभोग्यांशाइतक्या सावन घटिकांत वर्षारंभींचें घटिकात्मक अवम मिळवितात; म्हणजे उत्तरोक्त लघु अहर्गणाच्या अवयवीभूत घटिका येतात; कारण या घटिका वर्षारंभ व त्यापुढील, सूर्योदय यांमधील अंतराशीं तुल्य असतात, व हें अंतर तिथिभोग्यांशाचें सावन रूप व वर्षारंभकालीं चालू असलेल्या तिथीच्या अंतींचें अवम यांच्या योगाइतकें म्हणजे पर्यायानें तिथिभोग्यांशाइतक्या सावन घटिका व वर्षारंभकालिक अवम यांच्या योगाइतकें असतें. त्या अहर्गणांतील पूर्ण दिनांची संख्या आणण्यास प्रथम वर्षारंभींच्या अवमांत त्यानंतर इष्ट सूर्योदयापूर्वींच्या तिथ्यंतापर्यंत सांचलेलें अवम मिळवून बेरजेस ६० नें भागून जे पूर्ण अवमदिन येतील ते वर्षारंभ व तो तिथ्यंत यांमधील पूर्ण तिथींतून वजा करितात; म्हणजे इष्ट सूर्योदयापर्यंत-च्या लघु अहर्गणांतील पूर्ण सावन दिन येतात. महा अहर्गणाचे साधनांत ज्या कारणाकरितां उपर्युक्त तिथ्यंतकालिक अवम हिशो-बांत घेत नाहींत त्याच कारणाकरितां तें येथेंही घेत नाहींत.

तिथीच्या किंवा अधिकमासाच्या मध्यम व स्पष्ट मानांमधील अंतरामुळें कधीं कधीं अहर्गणांत फरक पडतो. मध्यम व स्पष्ट तिथींतील अंतरामुळें त्यांत एक दिवसाचा फरक पडण्याचा संभव असतो; म्हणून वारावरून अहर्गणसंख्या निश्चित केली पाहिजे. त्याचप्रमाणें मध्यम मानानें अधिकमास येत नसून स्पष्ट मानानें तो येत असल्यास तिथींत ३० मिळविले पाहिजेत; व तो मध्यम मानानें येत असून स्पष्ट मानानें जर येत नसेल तर तो धरितां कामा नये.

वर दिलेल्या रीतीनें जो लघु किंवा महा अहर्गण येतो, तो शून्य अक्षांशरेखांशांच्या स्थलीं इष्ट दिनाच्या मध्यम सूर्योदयापर्यंत येतो. मध्यम सूर्योदय म्हणजे सूर्य क्रांतिवृत्तावर विषम गतीनें न चालतां विषुववृत्तावर मध्यम गतीनें चालूं लागल्यास त्याचा उदय ज्या कालीं होईल तो काल. आतां मध्यम सूर्य क्रांतिवृत्तावर मध्यम गतीनेंच चालत असतो; परंतु त्याचा उदय त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थितीवर अवलंबून नसून विषुवांशांवर असतो; व हे विषुवांश सायन क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या अंशांहून कमी अधिक असतात; म्हणजे पर्यायानें मध्यम सूर्याचा उदयकाल व मध्यम सूर्योदय हे परस्परांहून भिन्न असतात. शिवाय मध्यम सूर्यास स्पष्ट करावयाचें असल्यास जो मंदफलसंस्कार दुसऱ्या भागांत वर्णिल्याप्रमाणें त्यास द्यावा लागतो, तोही या विषुववृत्तीय कल्पित सूर्यास दिलेला नसतो. याशिवाय उपरिनिर्दिष्ट मध्यम सूर्योदय इष्ट स्थानाच्या क्षितिजासंबंधानें नसून शून्य अक्षांश-रेखांशांच्या स्थलाच्या क्षितिजासंबंधानें असतो. इष्ट स्थान त्या स्थानाच्या पूर्वेस किंवा पश्चिमेस असल्यास इष्टस्थलीय सूर्योदय त्या स्थानाच्या सूर्योदयाच्या अनुक्रमें पूर्वीं किंवा नंतर घडून येतो; व उत्तरेस किंवा दक्षिणेस असल्यासही सूर्य उन्मंडलीं येण्यापूर्वीं किंवा नंतर क्षितिजाशीं संलग्न होत असल्यामुळें स्पष्ट सूर्योदय मध्यम सूर्योदयाच्या अनुक्रमें पूर्वीं किंवा नंतर घडून येतो. पाहिजे त्या स्थानाचा स्पष्ट सूर्योदयापर्यंतचा अहर्गण काढावयाचा असल्यास मध्यम सूर्योदयास रेखांशभेदामुळें देशांतर, अक्षांश-भेदामुळें चर, सूर्याच्या मंदफलामुळें भुजांतर व त्याचा उदय

त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानावर अवलंबून नसून विषुववृत्तीय स्थानावर अवलंबून असल्यामुळें उदयांतर, हे कालात्मक संस्कार केले पाहिजेत. यांपैकीं नुसता देशांतराचा संस्कार केल्यास इष्टरेखांशाच्या पण निरक्षदेशीय ठिकाणच्या मध्यम सूर्योदयापर्यंतचा अहर्गण येईल. त्यास आणखी उदयांतर व भुजांतर हे संस्कार केले असतां तो त्याच ठिकाणच्या स्पष्ट सूर्योदयापर्यंतचा निघेल. त्यांत पुनः चरसंस्काराची भर घातल्यास इष्ट स्थलाच्या स्पष्ट सूर्योदयापर्यंतचा काळ निघेल. इष्ट स्थल शून्यरेखांशाच्या स्थलाच्या पूर्वेस असल्यास देशांतरसंस्कार दर ६ अंशांस १ घटिका या मानानें ऋण असतो; व तें पश्चिमेस असल्यास तो संस्कार त्याच मानानें धन असतो. भुजांतर, उदयांतर व चर हे सावनघटिकात्मक संस्कार अनुक्रमें रविमंदफलांशांच्या जोडीचे कालांश, उदयांतरकालांश व चरकालांश यांस ६ नें भागिलें असतां येतात. यांपैकीं भुजांतर या संस्काराचें ऋणधनत्व मंदफलाच्या ऋणधनत्वावर अवलंबून असतें. उदयांतर म्हणजे सायन मध्यम सूर्याचे भोगांश व विषुवांश यांमधील अंतर. हा संस्कार उत्तरोक्त अंश पूर्वोक्त अंशांपेक्षां अधिक असल्यास धन असतो; व कमी असल्यास ऋण असतो. चर हा संस्कार सूर्य उत्तर गोलीं असल्यास ऋण असतो, अन्यथा धन असतो. भुजांतर, उदयांतर व चर हे शब्द वास्तविकपणें मध्यम सूर्योदयास द्यावयाच्या या संस्कारांस लावावयाचा परिपाठ नाहीं. ते ग्रहांच्या स्थानांत मध्यम व स्पष्ट सूर्योदयांतील भेदामुळें पडणाऱ्या अंतरांस लावितात. परंतु योग्य शब्दांच्या अभावीं त्यांचाच येथें उपयोग केला आहे.

वर लिहिल्याप्रमाणें शून्य अक्षांशरेखांशांच्या स्थलाच्या मध्यम सूर्योदयापासून इष्ट स्थलींचा स्पष्ट सूर्योदय काढावयास त्यास चार संस्कार द्यावे लागतात. परंतु पूर्वोक्त स्थलाच्या मध्यम मध्यान्ह-कालापासून उत्तरोक्त स्थलाचा स्पष्ट मध्यान्हकाल काढण्यास त्यास चरसंस्काराशिवाय इतर तीन संस्कार मात्र द्यावे लागतात. एकाच स्थलाचा मध्यम व स्पष्ट सूर्योदय यांमधील अंतर चर, भुजांतर व उदयांतर यांच्या योगाइतकें, व मध्यम व स्पष्ट मध्यान्हकाल यांमधील अंतर भुजांतर व उदयांतर यांच्या योगाइतकें असतें. उत्तरोत्तर योगास पाश्चात्य ज्योतिषांत वेलांतर (Equation of Time) हीं संज्ञा आहे.

दिवसाचे ६० विभाग केले असतां त्यांस घटिका म्हणतात. घटिकेचा $\frac{१}{६०}$ भाग पळ व पळाचा $\frac{१}{६}$ भाग असु किंवा प्राण असतो. १० गुरु अक्षरें मिळून एक असु होतो. अंशात्मक विभाग जसा पूर्वी सांगितल्याप्रमाणें सूर्याच्या वार्षिक प्रदक्षिणेस अनुसरून असतो, तसा प्राणात्मक कालविभाग त्याच्या दैनंदिन प्रदक्षिणेशीं जुळून असतो. इतकेंच नाहीं, तर तो तिजवरूनच सुचला असावा असेंही म्हटल्यास चालेल. कारण सूर्य पृथ्वीभोंवतीं ६० घटिकांत ३६० अंश, म्हणजे ३६०० पळांत किंवा २१६०० असूंत २१६०० कला या मानानें भ्रमण करितो; अर्थात् प्रत्येक असूस एक कला हें त्याच्या दैनिक गतीचें मान असतें.

एका वर्षांत सौर सावन दिवस जितके होतात, त्यांपेक्षां एकानें अधिक नाक्षत्र सावन दिवस होतात. एका सूर्योदयापासून दुसऱ्या सूर्योदयापर्यंत जो काळ जातो त्यास सौर सावन दिवस म्हणतात;

याचें स्पष्ट मान सूर्यगतीवर अवलंबून असून चल असतें. नक्षत्राच्या एका उदयापासून दुसऱ्या उदयापर्यंत जो काळ जातो त्यास नाक्षत्र सावन दिवस म्हणतात. नाक्षत्र सावन दिवसाचें मान नेहमीं स्थिर असतें. सूर्य रोज नक्षत्रचक्रांत सुमारें एक अंश पूर्वेकडे जात असल्यामुळें त्याचा उदय होण्यास नक्षत्राच्या उदयापेक्षां किंचित् वेळ लागतो; व यामुळें वर्षाच्या अंतीं सूर्य पुनः स्वस्थानीं येतो तेव्हां दोघांच्या सावनदिनसंख्यांत वर लिहिल्याप्रमाणें एक दिवसाचा फरक पडतो. ६० नाक्षत्र घटिकांत रविदिनगतिकला-इतके म्हणजे ५९·८ असु किंवा सुमारें १० पळें मिळविलीं म्हणजे एक सौर सावन दिवस होतो. याप्रमाणें नाक्षत्र सावन दिन सौर सावन दिनापेक्षां लहान असल्यामुळें पूर्वोक्त दिनाचे घटिकादि विभागही त्याच मानानें उत्तरोक्त दिनाच्या घटिकादि विभागांपेक्षां लहान असतात. सूर्याप्रमाणें इतर ग्रहांचेही सावन दिवस व घटिकादि अवयव असतात. अहोरात्रवृत्तावर एक पूर्ण भ्रमण झालें म्हणजे एक सावन दिवस होतो, व त्या वृत्तावर १० अंश भ्रमण झालें म्हणजे त्या दिवसाची १ घटिका होते, हा नियम जसा नक्षत्रांस व सूर्यास तसाच इतर ग्रहांसही लागू आहे.

अंश श्वास घडी
360° 24 60
15° 1 2.11 (२ घ. 30प) [illegible]
15' 1 मि 2211 [illegible]
1 [illegible] = 2.11 [illegible]

भाग दुसरा.

ज्योतींच्या क्रांतिवृत्तीय गति-स्थिति.

भारतीय ज्योतिषी ग्रहांची गतिस्थिति काढितात, तीं प्रथम मध्यमसूर्योदयकाळची काढितात, नंतर स्पष्टसूर्योदयकाळची व त्यानंतर इष्ट काळची काढितात. पंचांगांत जी ग्रहगतिस्थिति दिलीं असते ती पौर्णिमेच्या व अमावास्येच्या मध्यम सूर्योदयींची असते. ही गतिस्थिति अर्थात् क्रांतिवृत्तावरील असते.

ग्रहगतिस्थिति काढण्यास मध्यम कालापासून आरंभ करावा लागतो, त्याप्रमाणें ग्रहाच्या मध्यम गतिस्थितिपासूनही करावा लागतो. सूर्याप्रमाणें इतर ग्रहांचीही गति अनियमित असते. एक नाक्षत्र प्रदक्षिणा करण्यास ग्रहास जितका वेळ लागतो तितक्या वेळांत त्यानें तीच प्रदक्षिणा नियमित गतीनें केली तर त्या ग्रहाचें इष्ट कालीं जें स्थान येईल, त्यास त्या ग्रहाची मध्यम स्थिति म्हणतात, व त्या नियमित गतीस त्या ग्रहाची मध्यम गति म्हणतात.

सूर्याचें स्पष्ट स्थान काढण्याकरितां प्रथम क्रांतिवृत्तावर नियमित गतीनें फिरणारा एक मध्यम सूर्य कल्पावा लागतो, त्याप्रमाणें मध्यम सूर्योदय काढण्याकरितां विषुववृत्तावर तितक्याच नियमित गतीनें फिरणारा एक सूर्य कल्पावा लागतो, व ज्या वेळीं या विषुववृत्तीय सूर्याचा उदय अर्थात् मध्यम सूर्योदय होतो, त्या वेळीं मध्यम सूर्याचा उदय (अयन व विषुवदिनाशिवाय) होत नाहीं, हें यापूर्वीं आलेंच आहे. मध्यम सूर्योदयीं क्रांतिवृत्ताचा जो भाग उदय पावत असतो त्याचे विषुवांश मात्र सायनमध्यमसूर्यतुल्य असतात.

पाश्चात्य उपपत्तीप्रमाणें सूर्याभोंवतीं बुध, शुक्र, पृथ्वी, मंगळ, गुरु, शनि आदिकरून ग्रह निरनिराळ्या कक्षांत फिरत असून चंद्र हा उपग्रह पृथ्वीभोंवतीं फिरत असतो, व या सर्वांच्या पलीकडे निरनिराळ्या अंतरावर तारे असतात. भारतीयांची उपपत्ति अशी आहे कीं ग्रहांच्या केंद्रस्थानीं सूर्य नसून पृथ्वी आहे; व तिजभोंवतीं चंद्र, शुक्र, बुध, सूर्य, मंगळ, गुरु व शनि हे ग्रह फिरत असतात; व त्यांपलीकडे सर्व ताऱ्यांचा मिळून एक गोल असतो. या ग्रहगतीशिवाय पाश्चात्यांच्या मतें पृथ्वीच्या दैनंदिन गतीमुळें सर्व नक्षत्रांस व ग्रहांस पूर्वेकडून पश्चिमेकडे एक शीघ्रतर गति आल्यासारखी भासते. आपल्या ज्योतिष्यांच्या मतें (यास प्रथम आर्यभट अपवाद आहे.) ही गति भासमान नसून वास्तव असते, व तीं पश्चिमेकडे वहाणाऱ्या प्रवह वायूमुळें उत्पन्न झाली असते. या भागांत आपणांस या खगोलीय गतीशीं कर्तव्य नसून पूर्वोक्त भगोलीय गतीशीं आहे; म्हणजे ग्रहांचा राशिचक्रांत किंवा नक्षत्रचक्रांत जो भिन्न भिन्न गतीनें संचार होतो त्याविषयींच येथें विचार करावयाचा आहे. उत्तरोक्त दैनंदिन गति नक्षत्रांस व ग्रहांस समान असल्यामुळें तिजमुळें उभयतांच्या परस्परापेक्ष स्थितींत कांहीं अंतर पडत नाहीं.

मध्यम ग्रहस्थिति.

ग्रहांचीं इष्ट काळची मध्यम स्थिति काढण्यास त्यांची कल्पांतील गति किती असते हें पाहिलें पाहिजे. खालील कोष्टकांत ग्रहांची एका कल्पांत किती भगणें (एक भगण म्हणजे १२ राशींची एक फेरी.) होतात हें दिलें आहे:—

ग्रह	कल्पभगणसंख्या.	एका भगणास लागणारे दिवस. भारतीय मानानें	एका भगणास लागणारे दिवस. पाश्चात्य मानानें
सूर्य	४३२००००००	३६५-१५-३०-२२	३६५-१५-२३
बुध	,,	,,	८७-५८-१२
शुक्र	,,	,,	२२४-४२-०
चंद्र	५७७५३३०००००	२७—१९-१८	२७-१९-१८½
चंद्रोच्च	४८८१०५८५८	३२३२-४४	३२३३-३०
चंद्रपात	२३२३१११६८	६७९२	६७९८
बुधशीघ्र	१७९३६९९८९८४	८७-५८-१२	३६५-१५-२३
शुक्रशीघ्र	७०२२३८९४९२	२२४-४२-०	,,
मंगळ	२२९६८२८५२२	६८७-०	६८६-५८-०
गुरु	३६४२२६४५५	४३३२-१५-०	४३३२-३५-०
शनि	१४६५६७२९८	१०७६५-५०	१०७५९-१३-१२

ग्रह	कल्पभगणसंख्या.	एका भगणास लागणारीं वर्षें. भारतीय मानानें	एका भगणास लागणारीं वर्षें. पाश्चात्य मानानें
रव्युच्च	४८०	९००००००	१०९७१५
क्रांतिपात	१९९६६९	२०१३३	२५८१०
मंगळाचें उच्च	२९२	१४७९४५२०	७६६८५
मंगळाचा पात	२६७	१६१७९७७५	५६९१६
बुधोच्च	३३२	१३०१२०४८	२१०६३८
बुधपात	५२१	८२९१७४६	१९०६०७
गुरूच्च	८५५	५०५२६३१	१९५४३९
गुरुपात	६३	६८५७१४२८	९००००
शुक्रोच्च	६५३	६६१५६२०	८६४७६०
शुक्रपात	८९३	४८३७६२६	६७८५६
शनीचें उच्च	४१	१०५३६५८५३	८११५०
शनिपात	५८४	७३९७२६०	६९८६४

वरील ग्रहांपैकीं शीघ्रतर गतीनें चालणाऱ्या ग्रहांच्या एका दिवसांतील अंशादि गति या येतात.

रवि, बुध व शुक्र	चंद्र	मंगळ	बुधशीघ्र	गुरु	शुक्रशीघ्र	शनि	चंद्रोच्च	चंद्रपात
०	१२	०	४	०	१	०	०	०
५९	१०	३१	५	४	३६	२	६	३
८	३४	२६	३२	५९	७	०	४०	१०
१०	५३	२८	१८	९	४४	२२	५३	४८
२१	०	७	२८	९	३५	५१	५६	२०

उच्च व पात ग्रह नसून वरील कोष्टकांत ग्रह मानिले आहेत. त्यांच्या व्याख्या ग्रहांच्या स्पष्टीकरणप्रसंगीं येतीलच. पातांची गति व शुक्रोच्चाची पाश्चात्य मानाची गति ऋण असते.

वर जे आंकडे दिले आहेत ते क्रांतिपाताशिवाय (याचें मान मुंजालाचे ग्रंथावरून दिलें आहे.) सिद्धांतशिरोमणींतील आहेत. त्यांतील बहुतेक आंकडे ब्रह्मसिद्धांतावरून घेतले आहेत. इतर ग्रंथांतील आंकडे कांहींसे निराळे आहेत.

कल्पसावनदिवसांत (म्हणजे १५७७९१६४५०००० दिवसांत) जर इतकीं भगणें तर महा अहर्गणांतील दिवसांत किती या त्रैराशिकानें इष्ट मध्यम सूर्योदयींचीं कल्पारंभानंतरचीं भुक्त भगणें निघतात; व शेषापासून राशि, अंश, कला, विकला अशी ग्रहमध्यमस्थिति निघते. पण हा मध्यम सूर्योदय लंका, उज्जयिनी, वगैरे शून्यरेखांशीय स्थानांचा होय. इष्टरेखांशीय स्थानाचा मध्यम सूर्योदयींचा मध्यम ग्रह काढावयाचा असल्यास त्या स्थितीस देशांतरसंस्कार दिला पाहिजे; म्हणजे तें स्थान लंकेच्या पूर्वेस किंवा पश्चिमेस किती अंश आहे हें काढून व तितके अंश आक्रमिण्यास ६ अंशांस १ घटिका या मानानें सूर्यास किती वेळ लागेल हें काढून तितक्या वेळांत होणारी ग्रहगति वरील स्थितींत अनुक्रमें वजा केली पाहिजे किंवा मिळविली पाहिजे.

मध्यम ग्रहाचा स्पष्टग्रह करण्यास त्यास मंदफलाचा व शीघ्रफलाचा असे दोन महत्त्वाचे संस्कार करावे लागतात. मंदफलाचा संस्कार देऊन आलेल्या ग्रहास मंदस्पष्ट ग्रह व शीघ्रफलाचा संस्कार देऊन आलेल्या ग्रहास स्पष्ट ग्रह म्हणतात. रवि व चंद्र यांस फक्त मंदफलसंस्कारच लागतो.

पाश्चात्य ग्रहस्पष्टीकरण.

पाश्चात्य उपपत्तीप्रमाणें पृथ्वी व इतर ग्रह सूर्याभोंवतीं लंबवर्तुलाकार कक्षेंत त्यांचें सूर्यापासून कमी अधिक अंतर असेल त्या मानानें अधिक कमी गतीनें संचार करितात. या गतीप्रमाणें आलेल्या स्थितींत व मध्यम स्थितींत जें अंतर त्यास मंदफल म्हणतात. या अंतराचा संस्कार देऊन जें ग्रहाचें स्थान येईल तें सूर्यावरील द्रष्ट्यास दिसेल. पण आपणांस पृथ्वीवरून ग्रहाचें जें स्थान दिसेल तें काढावयाचें असतें; त्याकरितां त्या मंदस्पष्ट स्थानास विमंडलावरून क्रांतिवृत्तावर आणून नंतर त्यास शीघ्रफलाचा संस्कार द्यावा लागतो. हा संस्कार दिला म्हणजे ग्रह स्पष्ट होतो. याशिवाय चंद्रास, गुरूस व शनीस कांहीं आकर्षणोत्पन्न संस्कारही द्यावे लागतात. भारतीय ज्योतिषांत हे संस्कार मानिले नाहींत. चंद्राच्या लघु संस्कारांपैकीं दोन संस्कार मात्र मुंजाल नांवाच्या ज्योतिष्यास माहित होते, असें 'भारतीय ज्योतिःशास्त्रां'त लिहिलें आहे.

पाश्चात्य पद्धतीनें जो मंदफलसंस्कार येतो, त्याचीं उपकरणें (उपकरणें म्हणजे ज्या गोष्टींवर तो संस्कार अवलंबून असतो त्या

गोष्टी.) मध्यम केंद्र व कक्षाकेंद्रच्युति हीं असतात. मध्यम केंद्र म्हणजे मध्यम ग्रह व उच्च यांतील अंतर, अथवा (ग्रह—उच्च). उच्च म्हणजे कक्षेंतील ज्या स्थानीं ग्रह असतां त्याची गति परम अल्प असते तें सूर्यापासून अत्यंत दूरचें स्थान. (अत्यंत जवळच्या स्थानास नीच म्हणतात.)

$$\text{कक्षाकेंद्रच्युति} = \frac{\text{सूर्य व कक्षेच्या महत्तम व्यासाचा मध्य यांतील अंतर}}{\text{कक्षेचा महत्तमव्यासार्ध}}$$

प्रत्येक ग्रहाची कक्षाकेंद्रच्युति निरनिराळी असल्यामुळें परम-मंदफल सुद्धां निरनिराळें असतें. ग्रहांची कक्षाकेंद्रच्युति दिवसें-दिवस बदलत असल्यामुळें एकाच ग्रहाच्या परममंदफलांतही कालांतरानें अंतर पडतें.

सर्व ग्रहांस साधारण अशी मंदफलाची पाश्चात्य सारणी खालीं दिली आहे. या सारणींत र म्हणजे त्रिज्येइतका दीर्घ चाप ज्या कोणाचा आहे तो कोण, च म्हणजे कक्षाकेंद्रच्युति व क म्हणजे मध्यम केंद्र असें समजावें.

$$\text{मंदफल} = -\text{र}\left(\text{२च} - \frac{\text{च}^{३}}{४} + \frac{\text{५च}^{५}}{९६}\right) \text{भुजज्या क} +$$

$$\text{र}\left(\frac{५}{४}\text{च}^{२} - \frac{११}{२४}\text{च}^{४} + \frac{१७}{१९२}\text{च}^{६}\right) \text{भुजज्या २ क} -$$

$$\text{र}\left(\frac{१३}{१२}\text{च}^{३} - \frac{४३}{६४}\text{च}^{५}\right) \text{भुजज्या ३ क.}$$

प्रत्येक ग्रहाची कक्षाकेंद्रच्युति, परम मंदफल व मंदफलाची विशिष्ट सारणी खालील कोष्टकावरून कळून येईल.

ग्रह	कक्षा-केंद्रच्युति	परम मंद-फल	मंदफलाची सारणी.
रवि	·०१६	१°५५′·४	−१°५५′१८″·३भु·क+१′१२″भु·२क-१″·१भु·३क.
बुध	·२०५	२३°४०′	−२३°२६′·२भु·क+२°५८′·९भु·२क-३१′·५भु·३क.
शुक्र	·००६	४७′	−४७′·३भु·क+०′·२भु.२क.
मंगळ	·०९३	१०°४२′	−१०°४३′·३भु·क+३७′·५भु·२क−३′भु·३क.
गुरु	·०४८	५°३०′	−५°३०′·४भु·क+१०′भु·२क−४′भु·३क.
शनि	·०५५	६°२६′	−६°२६′भु·क+१३′·६भु·२क−७′भु·३क.
चंद्र	·०५४	६°१८′·५	−६°१७′२२″·९ भु·क+१२′५६″·५ भु·२क−३७″ [भु·३क.

वर दिलेल्या सारण्यांतील विषम राशींचीं चिन्हें ऋण आहेत. केंद्र उच्चापासून न मोजितां नीचापासून मोजिल्यास भु· क, भु· २क, भु· ३क यांबद्दल भु· (१८०° + क), भु· (३६०° + २क), भु· (५४०° + ३क) म्हणजे−भु· क, भु· २क,−भु· ३क येऊन व दोन दोन ऋणात्मक चिह्नांबद्दल एक एक धनात्मक चिह्न येऊन सारण्यांतील सर्व चिन्हें धनात्मकच रहातील.

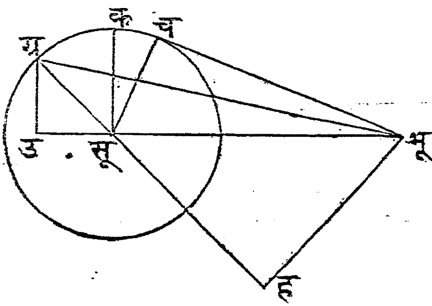
वरील ग्रहांचीं ऋणात्मक परम मंदफलें, त्यांचीं केंद्रें अनुक्रमें ९१, १०९, ९१, ९६, ९३, ९३ व ९४ अंश असतांना घडून येतात.

केंद्र मेषादिषट्कांत असल्यास मंदफल ऋण असतें. तसें नसल्यास तें धन असतें.

याप्रमाणें आलेला ग्रह विमंडलावर असतो. त्यास क्रांतिवृत्तावर आणण्याकरितां कक्षापरिणतिसंस्कार द्यावा लागतो; म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील मंदस्पष्ट ग्रह येतो.

मंदस्पष्ट ग्रहास स्पष्ट करण्याची पाश्चात्य रीत याप्रमाणें आहे:—

मंदस्पष्ट म्हणजे अर्थात् रविमध्यस्थ ग्रहांतून स्पष्ट रवि वजा करावा, म्हणजे शीघ्र केंद्र येतें. शैघ्र्यकर्मांत स्पष्ट रविच उच्चाचे ठिकाणीं असतो.



वरील आकृतींत ग्र, सू व भू हीं अनुक्रमें ग्रह, सूर्य व पृथ्वी यांचीं स्थानें आहेत; व भू सू व ग्र सू या रेषा वाढवून त्यांजवर अनुक्रमें ग्र उ व भू ह हे लंब काढिले आहेत. उ सू ग्र हें शीघ्रकेंद्र, भू ग्र सू हें शीघ्रफल व सू भू ग्र हा इनांतरसंस्कार (म्हणजे ग्रहाचें सूर्यापासून अंतर) आहे. शीघ्रफल व इनांतर यांची बेरीज अर्थात् शीघ्रकेंद्रतुल्य असते.

शीघ्रकेंद्र पहिल्या राशिषट्कांत असल्यास शीघ्रफल रविमध्यस्थ ग्रहांतून वजा करावें, केंद्र दुसऱ्या राशिषट्कांत असल्यास शीघ्रफल त्या ग्रहांत मिळवावें, म्हणजे भूमध्यस्थ स्पष्ट ग्रह निघतो.

$$\text{शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{भू ह}}{\text{भू ग्र}} = \frac{\text{भू ह}}{\sqrt{\text{भू ह}^2 + \text{ग्र ह}^2}}$$

$$= \frac{\text{भुजज्या भू सू ह} \times \text{भू सू}}{\sqrt{(\text{भुजज्या भू सू ह}\times\text{भू सू})^{२}+(\text{कोटिज्या भू सू ह}\times\text{भू सू}+\text{ग्र सू})^{२}}}$$

परंतु भू सू ह हा कोण ग्र सू उ या कोणाबरोबर म्हणजे शीघ्रकेंद्राबरोबर असून भू सू व ग्र सू हे अनुक्रमें पृथ्वीचा व ग्रहाचा मंदकर्ण आहेत. म्हणून—

$$\text{शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{भूमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\sqrt{(\text{भूमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या})^{२} + (\text{भूमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रकोटिज्या} + \text{ग्रहमंदकर्ण})^{२}}}$$

$$= \frac{\text{भूमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\sqrt{\text{भूमंदकर्ण}^{२} + \text{ग्रहमंदकर्ण}^{२} + २\ \text{भूमंदकर्ण} \times \text{ग्रहमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रकोटिज्या}}}$$

$$\text{याप्रमाणेंच इनांतरज्या} = \frac{\text{ग्र उ}}{\text{भू ग्र}}$$

$$= \frac{\text{भुजज्या उ सू ग्र} \times \text{ग्र सू}}{\sqrt{(\text{भुजज्या उ सू ग्र}\times\text{ग्र सू})^{२} + (\text{कोटिज्या उ सू ग्र}\times\text{ग्र सू} + \text{भू सू})^{२}}}$$

$$= \frac{\text{ग्रहमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\sqrt{\text{भूमंदकर्ण}^{२} + \text{ग्रहमंदकर्ण}^{२} + २\ \text{भूमंदकर्ण} \times \text{ग्रहमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रकोटिज्या}}}$$

यांतील छेद शीघ्रकर्णतुल्य आहे. ग्रहाच्या शीघ्रकर्णाचें परम मान भूग्रहमंदकर्णांच्या योगाबरोबर असतें, व लघुतम मान त्यांच्या अंतराबरोबर असतें. आतां बुध व शुक्र या अन्तर्वर्ती ग्रहांच्या शीघ्रकर्णाचें मान भूमंदकर्णापेक्षां कमी असण्याचा संभव असल्यामुळें त्यांचें शीघ्रफल कधीं कधीं ९० अंशांहून अधिक किंबहुना १८० अंशांशीं तुल्यही असतें; परंतु त्यांचा इनांतर-संस्कार नेहमीं ९० अंशांहून कमी असतो; म्हणून लाघवाकरितां

त्यांचा इनांतरसंस्कार काढून व तो स्पष्ट सूर्यास देऊन स्पष्ट ग्रह करण्याचीही वहिवाट आहे. मंगळ, गुरु व शनि या बहिर्वर्ती ग्रहांचा याच्या उलट प्रकार आहे. त्यांचें इनांतर कधीं कधीं ९० अंशांहून अधिक असून शीघ्रफल त्याहून नेहमीं कमी असतें. यामुळें त्यांचें शीघ्रफल काढून त्याचा मंदस्पष्ट ग्रहास संस्कार देणेंच सोइस्कर असतें. हें चांगलें लक्ष्यांत येण्यासाठीं याचें थोडेंसें स्पष्टीकरण केलें पाहिजे.

वर दिलेल्या आकृतींत उ भू या रेषेशीं सू या बिंदूपाशीं प्रत्येक बाजूस एक एक काटकोन करील, अशी सू क ही रेषा काढावी; व ग्र क च या वर्तुलास च या बिंदूंत स्पर्श करणारी भू च ही रेषा काढावी.

आतां च हें स्थान ग्रहाच्या परमेनांतरकालींचें आहे; कारण, च या स्थानाच्या कोणत्याही बाजूस ग्रहास चालन दिलें असतां त्याजवरून भू वर जाणारी रेषा च भू व भू सू या रेषांच्या आंतच पडेल. म्हणून ग्रहाचें इनांतर परम होण्यास त्याची भुजज्या $\frac{\text{सू च}}{\text{भू सू}}$ अथवा $\frac{\text{ग्रहमंदकर्ण}}{\text{भूमंदकर्ण}}$ ही असली पाहिजे, व ग्रहाचें शीघ्रकेंद्र उ सू च असलें पाहिजे. उ सू च=९०° + क सू च=९०° + परम इनांतर (कारण च भू सू व च सू भू या कोणांची बेरीज क सू भू या काटकोनाबरोबर असून प्रत्येकांतून च सू भू हा कोण काढून घेतल्यास क सू च हा कोण च भू सू या परम इनांतराशीं तुल्य रहातो)

याचप्रमाणें असेंही सिद्ध करितां येईल कीं, ग्रहाच्या शीघ्र फलाचें मान परम असण्यास त्याची भुजज्या $\frac{\text{भूमंदकर्ण}}{\text{ग्रहमंदकर्ण}}$ इतकी असली पाहिजे. वरील आकृतींत च हें पृथ्वीचें व भू हें ग्रहाचें स्थान असून च भू सू हें शीघ्रफल आहे, असें मानिल्यास याचा चांगला बोध होईल.

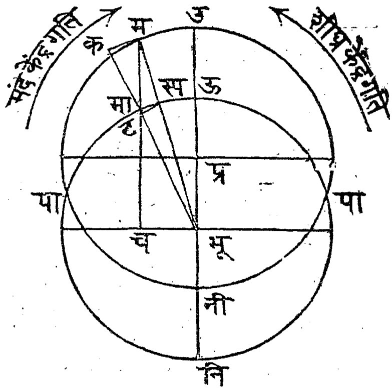
अन्तर्वर्ती ग्रहांचे मंदकर्ण भूमंदकर्णापेक्षां कमी व बहिर्वर्ती ग्रहांचे अधिक असल्यामुळें पूर्वोक्त ग्रहांचें शीघ्रफल व उत्तरोक्त ग्रहांचें इनांतर ९० अंशांहून अधिक कां असतें याचा आतां उलगडा होईल.

मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र व शनि यांचीं परम शीघ्रफलें त्यांचे व पृथ्वीचा मंदकर्ण मध्यम असतां अनुक्रमें ४१°१′, २२°४६′, ११°५′, ४६°२०′ व ६°७′ अंश असतात. येथें बुधशुक्रांच्या इनांतरासच शीघ्रफल म्हटलें आहे. शीघ्रफलाचें ऋणधनत्व मंदफलाप्रमाणेंच समजावें.

भारतीय ग्रहस्पष्टीकरण.

मंदफल व शीघ्रफल यांची भारतीय ज्योतिषांतील उपपत्ति पाश्चात्य ज्योतिषांतल्याप्रमाणें निरनिराळी नसून एकच आहे. मात्र ती प्रतिवृत्त व नीचोच्चवृत्त अशा दोन प्रकारांनीं स्पष्ट करितां येते. या वृत्तांवर ग्रह फिरतात ते उच्चाच्या आकर्षणामुळें फिरतात, असे भारतीय ज्योतिषग्रंथांत क्वचित् अस्पष्ट उद्गार आढळतात. पण आकर्षणाचें अशा उद्गारांहून अधिक सविस्तर व सांगोपांग विवेचन कोठेंही केलेलें नसल्यामुळें आपणांस त्याचा विचार करण्याचें कारण नाहीं.

प्रतिवृत्ताचा प्रकार असा:—



भूमध्याभोंवतीं व त्यापासून परमफलज्येइतक्या (भू प्र) अंतराकर असणाऱ्या एका बिंदूभोंवतीं (प्र) त्रिज्याव्यासार्धानें कक्षावृत्त व प्रतिवृत्त या नांवांचीं दोन वर्तुळें काढावीं. दोहोंच्या मध्यबिंदूंस साधणारी रेषा वाढविली असतां प्रतिवृत्तास ज्या स्थानीं छेदिते त्यास उच्च म्हणतात. ग्रह प्रतिवृत्तांत मध्यम गतीनें फिरत असून तो कक्षावृत्तांत जेथें दिसेल तेथें स्पष्ट ग्रहाचें स्थान आहे असें समजावें. वरील आकृतींत म हें प्रतिवृत्तांतील व मा हें कक्षावृत्तांतील मध्यम ग्रहाचें स्थान असून त्या स्थानांमधील अंतर नेहमीं परमफलज्यातुल्य असतें. प्रतिवृत्तावरील मध्यम ग्रह भूवरून पहाणारास कक्षावृत्तावर स्प या स्थानीं दिसतो. कक्षावृत्तावरील मध्यम व स्पष्ट ग्रहांचें अंतर दाखविणाऱ्या चापास (मा स्प) फलसंस्कार म्हणतात. हा संस्कार केंद्राप्रमाणें म्हणजे उच्च व मध्यम ग्रह यांमधील अंतराप्रमाणें कमीजास्त असतो. वरील आकृतींत उ भू क हा कोण केंद्र आहे, व तो भू मा च या कोणाशीं तुल्य आहे.

उ मा या केंद्रभुजांतून वजा केला असतां स्प मा हें शीघ्रफल झालें. येथें केंद्र प्रथम पदांत असल्यामुळें कक्षावृत्तावरील व प्रतिवृत्तावरील केंद्रभुज एकच आहे. पण जेथें दोन भुजांत अंतर असेल तेथें हें अंतर काढितांना प्रतिवृत्ताचा भुज घ्यावा. उदाहरणार्थ, केंद्र ९० अंशांहून अधिक परंतु (९०° + परमफल) याहून कमी असल्यास तें प्रथम पदापैकींच समजून त्यासच भुज मानावें.

यावरून निघणारी शीघ्रफलाची सारणी पाश्चात्य रीतीनें मांडिल्यास—

$$\text{शीघ्रफल} = \text{प्रतिवृत्तीय केंद्रभुज} - \text{भुजज्या}^{-1}\ \frac{\text{कक्षावृत्तीय केंद्रज्या}}{\text{कर्ण}}$$

शीघ्रफल काढितांना मंदस्पष्ट ग्रहासच मध्यम ग्रह समजतात.

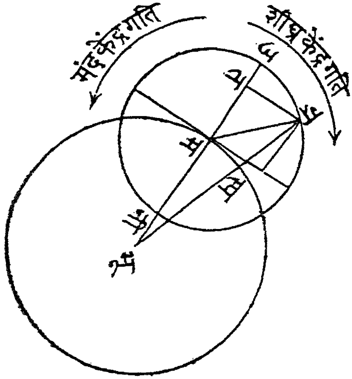
वरील आकृतीच्या वरच्या बाजूस डावीकडे मंदकेंद्राची जी गति दाखविली आहे, ती अनुलोम असून तिच्याच धोरणानें राशींची व नक्षत्रांची त्यांच्या अनुक्रमानें स्थिति असते. शीघ्रफल काढितांना शीघ्रकेंद्र या दिशेनें न मोजतां उलट दिशेनें म्हणजे आकृतीच्या वरच्या बाजूस उजवीकडे दाखविलेल्या शीघ्रकेंद्रगतीच्या दिशेनें विलोम मोजितात. याचें कारण असें आहे कीं, मांदकर्मांत मध्यम ग्रहांतून उच्च वजा करून उरलेल्या अंशांस केंद्र म्हणतात; परंतु शैघ्र्यकर्मांत केंद्र काढितात तें उच्चांतून मंदस्पष्ट ग्रह वजा करून काढितात. असा पंक्तिप्रपंच करण्याचें कारण इतकेंच कीं, मंदोच्चास ग्रहापेक्षां फार कमी गति असल्यामुळें ग्रह उत्तरोत्तर उच्चास मागें टाकीत जातो, व मंदकेंद्र उच्चाच्या उजव्या बाजूसच वाढत जातें. उलट शैघ्र्यकर्मांत सूर्यच बहिर्वर्ती

ग्रहांच्या शीघ्रोच्चाच्या स्थानीं असून त्याची गति त्या ग्रहांपेक्षां अधिक असल्यामुळें व अन्तर्वर्ती ग्रहांचें मध्यम स्थान भारतीय ज्योतिषांत सूर्यस्थानींच मानिलें असून वास्तविक रविमध्यस्थ मध्यमग्रहस्थानीं मानिलेल्या शीघ्रोच्चांची गति सूर्यगतीपेक्षां अधिक असल्यामुळें शीघ्रोच्च मंदस्पष्ट ग्रहास मागें टाकीत जातें; व शीघ्रकेंद्र शीघ्रोच्चाच्या डाव्या बाजूस सांचत जातें. मांद व शैघ्यकर्मांत केंद्राचा अर्थ एकच घेतल्यास केंद्राच्या व फलाच्या ऋणधनत्वांत अंतर पडणार नाहीं.

बुध व शुक्र या अन्तर्वर्ती ग्रहांचीं पाश्चात्य ज्योतिषाप्रमाणें जीं वास्तविक स्वकक्षेंतील रविमध्यस्थ मध्यम स्थानें आहेत, त्यांच्या जागीं भारतीय ज्योतिषांत त्यांच्या शीघ्रोच्चांस व सूर्यस्थानीं त्यांच्या मध्यम स्थानांस कल्पिलें आहे असें वर सांगितलें. ही गोष्ट ते ग्रह व त्यांचीं शीघ्रोच्चें यांचे जे भगण आरंभीं दिले आहेत त्यांवरून उघड होईल. अगदीं पुरातन ज्योतिष्यांस वास्तविक प्रकार माहित असून ही योजना त्यांनीं लाघवाकरितां स्वीकारिली असावी असें मानण्यास एक आधार आहे. तो आधार असा कीं, या ग्रहांचे शर काढितांना जो सपात ग्रह उपकरणादाखल घ्यावा लागतो, तो ग्रह व पात यांच्या योगानें न साधितां शीघ्रोच्च व पात यांच्या योगानें साधावा असा नियम जुन्या ज्योतिषग्रंथांत दिला आहे.

मंदकेंद्र व शीघ्रकेंद्र यांच्या दिशांतील भेदामुळें मंदफल व शीघ्रफल यांच्या ऋणधनत्वांतही अंतर पडतें. तें असें:—मंदकेंद्र मेषादिषट्कांत असल्यास मंदफल ऋण असतें; तसें नसल्यास तें धन असतें. शीघ्रकेंद्र त्या षट्कांत असल्यास तें धन असतें, अन्यथा तें ऋण असतें.

आतां नीचोच्चवृत्ताचा प्रकार सांगतोः—



येथें कक्षेवरील 'म' या मध्यम ग्रहापासून 'म उ' या अंत्यफलज्येनें वर्तुल काढिलें आहे; यासच नीचोच्चवृत्त म्हणतात. भूमध्य (भू) व कक्षावृत्तावरील मध्यम ग्रह (म) यांस सांधणारी रेषा नीचोच्चवृत्तास ज्या बिंदूंत छेदिते त्यास (नी) नीच म्हणतात; व नी म ही रेषा वाढविली असतां त्याच वृत्तास ज्या बिंदूंत छेदिते त्यास (उ) उच्च म्हणतात. नीचोच्चवृत्तावर फिरणारा मध्यम ग्रह कक्षावृत्तावर जेथें दिसतो, तेथें स्पष्ट ग्रहाचें स्थान (स्प) असतें. मांदकर्मांत उच्चापासून विलोम (उलट) गतीनें व शैघ्य कर्मांत त्यापासून अनुलोम (सुलट) गतीनें ग्रह आपल्या केंद्रगतीनें फिरतो असें समजून नीचोच्चवृत्तावर केंद्र उच्चापासून अनुक्रमें विलोम व अनुलोम मोजावें, म्हणजे त्या केंद्राच्या अग्रभागीं ग्रह असतो. तो कक्षावृत्तावर जेथें दिसेल तें (स्प) स्पष्ट ग्रहाचें स्थान होय.

प्रतिवृत्तावर केंद्र ज्या दिशेस मोजावयाचें असतें त्याच्या उलट दिशेस नीचोच्चवृत्तावर मोजण्याचें कारण नुक्त्याच दिलेल्या दोन

आकृतींची तुलना केल्यास तावडतोब लक्ष्यांत येईल; कारण प्रति-वृत्ताच्या आकृतींत मा या बिंदूभोंवतीं म मा या परमफलज्येनें नीचोच्चवृत्त काढिलें असतां असें आढळून येईल कीं नीचोच्चवृत्ताच्या आकृतींतील अ म व उ म या रेषा अनुक्रमें म मा व क मा या रेषांवर पडतात; व म मा क हा कोण उ भू मा या केंद्राशीं तुल्य असल्यामुळें म हें कर्णाग्रींचें ग्रहस्थान नीचोच्चवृत्तावर त्यावरील उच्चस्थानापासून (हें स्थान मा क ही रेषा वाढविली असतां नीचोच्चवृत्तास ज्या बिंदूंत छेदील तेथें असतें.) व प्रति-वृत्तावर त्यावरील उच्चस्थानापासून (म्हणजे उ पासून) केंद्रतुल्य अंतरावर आहे; परंतु तें उ भू व भू क या रेषांमध्यें असल्यामुळें त्या वृत्तांवर केंद्र उच्चांपासून विरुद्ध दिशांनीं मोजावें लागतें.

आपल्या ज्योतिषग्रंथांत अंत्य फलांचीं चापात्मक किंवा भुजज्यात्मक मानें न देतां परिधिमानें दिलीं असतात. या पद्धतीचें मूळ या नीचोच्चवृत्तांतच असावें असें दिसतें.

प्रतिवृत्ताच्या आकृतींतल्याप्रमाणें येथेंही फलज्या परमफलज्या $\times$

$\dfrac{\text{केंद्रभुजज्या}}{\text{कर्ण}}$ इतकी आढळून येईल.

वरील आकृतींत कर्ण $= \text{अ भू} = \sqrt{(\text{त म} + \text{भू म})^{2} + \text{अ त}^{2}}$

$= \sqrt{(\text{कोटिफल} + \text{त्रिज्या})^{2} + \text{भुजफल}^{2}}$ (येथें नीचोच्च-वृत्तावरील केंद्रज्येस भुजफल व कोटिज्येस कोटिफल म्हटलें आहे.)

आतां ज्याअर्थीं $\text{भुजफल} = \sqrt{\text{अंत्यफलज्या}^{2} - \text{कोटिफल}^{2}}$

त्याअर्थीं $\text{कर्ण} = \sqrt{\text{अंत्यफलज्या}^{2} + \text{त्रिज्या}^{2} + 2\,\text{त्रिज्या} \times \text{कोटिफल}}$.

त भ ही रेषा साधण्यास केंद्र मकरादि (म्हणजे ९ राशींपासून ३ राशींपर्यंत) असतांना त्रिज्येंत कोटिफल मिळवावें लागतें, व

केंद्र कर्क्यादि (म्हणजे ३ राशींपासून ९ राशींपर्यंत) असतांना वजा करावें लागतें.

मागें दिलेल्या प्रतिवृत्ताच्या आकृतींतील भू म क या त्रिकोणावरूनही कर्णाची ही सारणी निघते.

सिद्धांतशिरोमणीप्रमाणें येणारीं ग्रहांचीं परम मंदफलें व परम शीघ्रफलें खालीं देतों.

	ग्रह						
	रवि	चंद्र	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
परममंदफल	२°१०'	५°१'	११°११'	६°२'	५°१५'	१°४५'	७°५८'
परमशीघ्रफल	०	०	४२°३५'	२१°३१'	१०°५२'	४६°४३'	६°२१'

वरील आंकड्यांतील बहुतेक आंकडे पाश्चात्य आंकड्यांशीं जुळतात. बुध व शुक्र यांच्या परम मंदफलांचीं भारतीय मानें पाश्चात्यांच्या परम फलांच्या मानानें फारच चुकलीं आहेत. या चुकीचें कारण कै० शंकर बाळकृष्ण दीक्षित यांनीं असें दिलें आहे कीं, आधुनिकांचीं मानें केवळ सूर्यबिंबस्थ द्रष्टयाच्या संबंधानें असून आमच्या ग्रंथांतीलच मानें भूस्थ द्रष्ट्यास दिसतील तितकींच दिलीं आहेत.

भारतीय ज्योतिषांत सूर्याचें मंदफल १°५५' नसून २°१०' आहे. इकडील ज्योतिषी सूर्यचंद्रांचे वेध घेत ते बहुधा ग्रहणप्रसंगींच घेत असल्यामुळें व चंद्राचा एक संस्कार (याचें परम मान ११ कला आहे.) सूर्याच्या मंदफलाप्रमाणें रविकेंद्रावर अवलंबून असल्यामुळें तो चंद्रास धनर्ण समजावयाचा तो सूर्यासच ऋणधन समजला जाऊन सूर्याच्या परम मंदफलांत ११ कलांची भर पडली असें

रा० व्यंकटेश बापूजी केतकर यांचें मत आहे, तें सयुक्तिक दिसतें. तरी पण या मानानेंही भारतीयांचें परम मंदफल सूक्ष्म परम मंदफलापेक्षां ४ कलांनीं अधिक आहे. चंद्राचें जें परम मंदफल वर दिलें आहे तें पर्वातींचें आहे; व पर्वातींचें पाश्चात्य परम फल ५° ३′ याच्या तें बरेंच जवळ आहे.

प्राचीन भारतीय ज्योतिष्यांच्या मतें सामान्यतः परम फल चल असून तें केंद्राच्या सम व विषम पदांतीं भिन्न असतें; म्हणजे विषमपदांतापेक्षां समपदांतीं तें मोठें असतें; पर्यायानें सांगावयाचें झाल्यास प्रतिवृत्तें गोल नसून चापट असतात. मध्यंतरींच्या भारतीय ज्योतिष्यांमध्यें भिन्न भिन्न परमफलें मानण्याचा हा प्रघात कमी दिसून येतो. सिद्धांतशिरोमणिकारांनीं शुक्राचें परम मंदफल मंदकेंद्राच्या युग्मपदांतीं (समपदांतीं) वरील कोष्टकांत दिल्याप्रमाणें १° ४५′ मानिलें असून ओजपदांतीं (विषमपदांतीं) तें १° २५′ मानिलें आहे; व त्याचें परम शीघ्रफल युग्मपदांतीं ४५° ४३′ मानिलें असून ओजपदांतीं ४६° ४९′ मानिलें आहे. गतपदांतींच्या व चालू पदांतील इष्ट स्थानाच्या परमफलज्यांतील अंतराच्या भुजज्येचें गत व गम्य पदांतींच्या परमफलज्यांतील अंतराशीं जें प्रमाण असतें तें गतपदांतानंतर सांचलेल्या केंद्राच्या भुजज्येचें त्रिज्येशीं जें प्रमाण असतें तत्तुल्य असतें. मंगळाचें परम शीघ्रफल वरील कोष्टकांत जें ४२°३९′ दिलें आहे, तें शीघ्रकेंद्राच्या पदसंधींत म्हणजे तें ९०°, १८०°, २७०° व ३६०° असतां मात्र उपयोगी पडतें. पदांच्या मध्यभागीं तें ४१°९′ असतें. पदमध्य व पदसंधि यांच्यामधील स्थानाचें काढावयाचें असल्यास त्या पदांचा गत व गम्य भाग काढून त्यांपैकीं जो लहान भाग असेल त्याची भुजज्या काढावी. नंतर ४५ अंशांच्या भुजज्येस जर संधिस्थ

व मध्यस्थ परमशीघ्रफलज्यांतील अंतर तर त्या भुजज्ये
हें त्रैराशिक सोडवावें म्हणजे संधिस्थ किंवा मध्यस्थ परमशी
घ्यावयाच्या संस्काराची भुजज्या येते. सिद्धांतशिरोमणींत इत
परम मानें ओज व युग्मपदांतीं एकच असतात असें मानि
त्यापेक्षां पुरातन अशा अनेक ग्रंथांत तीं भिन्न मानिलीं
वर आलेंच आहे.

यापूर्वी ग्रहांच्या मंदोच्चांची भारतीय व पाश्चात्य मानां
दिली आहे. पाश्चात्य मानानें चंद्रेतर कोणत्याही ग्रहाच्या
एका भगणास लागणारी वर्षसंख्या जास्तींत जास्ती सहा आं
आहे, व भारतीय मानानें ती क्रांतिपाताशिवाय कमींत क
आंकड्यांची आहे. याप्रमाणें दोन्ही मानांत फारच फरक अ
मंदोच्चगतीच्या परम अल्पत्वाकडे लक्ष दिलें असतां तो
वाटेल. चंद्रोच्चाची गति दोघांची सारखीच आहे. इतर
उच्चांची पठित (म्हणजे ग्रंथांत दिलेल्या) भगणसंख्येवरून
वर्तमानकालिक स्थानेंही विशेष चुकलीं नाहींत हें खालीं
सिद्धांतशिरोमणीय व पाश्चात्य निरयन—रैवत राश्यात्मक
वरून उघड होईल. हीं स्थानें सन १९०१ सालचीं आहे

स्थानें	रवि	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र
सिद्धांत-शिरोमणीय	२–१८°	४–८°	७–१५°	५–२३°	२–२१°
पाश्चात्य	२–२३°	४–१६°	७–२८°	५–२५°	९–२२°

यावरून शुक्रोच्चाच्याशिवाय बाकीचीं भारतीय व पाश्चात्य म
स्थानें जवळ जवळ आहेत हें दिसून येईल. भारतीय ज्योति
उच्चगति पाश्चात्य उच्चगतीपेक्षां अल्प असल्यामुळें भारतीय म

भगणें ज्या काळीं ठरविलीं तेव्हांचीं उच्चस्थानें यापेक्षांही वास्तव-स्थानांच्या जवळ असलीं पाहिजेत.

वरील गणितानें मंगळाचें जें मंदोच्च येतें, तें सिद्धांतशिरोमणि-काराच्या मतें शीघ्रकेंद्रपदसंधींत मात्र उपयोगीं पडतें. शीघ्रकेंद्र-पदांच्या मध्यभागीं व केंद्र ३ राशींपासून ९ राशींपर्यंत असतां मंदोच्च ६ अंश ४० कलांनीं कमी समजावें; व केंद्र ९ राशींपासून ३ राशींपर्यंत असल्यास अधिक समजावें. मंगळ शीघ्रकेंद्राचा पदसंधि व पदमध्य यांमध्यें असल्यास त्याचें मंदोच्च काढण्याकरितां प्रथम तो ज्या पदांत असेल, त्याचा गत भाग व गम्य भाग काढून त्यां-पैकीं जो भाग लहान असेल त्याची भुजज्या काढावी. नंतर ४५ अंशांच्या भुजज्येस जर ६ अंश ४० कला, तर त्या भुजज्येस किती, हें त्रैराशिक सोडवावें; म्हणजे पदसंधिस्थ मंदोच्चास द्याव-याचा संस्कार येतो.

वर पाश्चात्य ज्योतिषांतील मंदफलाची साधारण सारणी दिली आहे, तिच्यांत पहिला राशि २ च × र × केंद्रभुजज्या हा आहे. कोणत्याही एका ग्रहाचा विचार केला, तर २ च × र हा राशि सामान्यतः स्थिर असून केंद्रज्या हा राशि चल असतो. २ च × र हा राशि परममंदफलाशीं तुल्यप्राय असतो. म्हणजे पहिला राशि परममंदफल × केंद्रज्या असा मांडितां येईल. यापुढील राशि कक्षाकेंद्रच्युति ज्या मानानें कमी असते त्या मानानें अल्पप्रमाण असतात; व ती बरीच कमी असल्यास ते जमेस धरिले नाहींत तरी चालतें. याप्रमाणें मंदफलाची भारतीय सारणी व पाश्चात्य सारणी या एकमेकींच्या जवळ जवळ आहेत हें उघड होईल.

भारतीयांचें शीघ्रप्रतिमंडल तेंच पाश्चात्यांचें क्रांतिवृत्त व त्यांच्या मतें बुधशुक्राचें जें शीघ्रफल तें पाश्चात्यांच्या दृष्टीनें इनांतर, येवढें लक्षांत वागविल्यास शीघ्रफलाची उपपत्ति पाश्चात्य व भारतीय

ज्योतिषांत एकच आहे हें उघड होईल. त्यामुळें उभयतांचीं शीघ्रफलें-हीं तुल्यप्राय आहेत. तुल्य न म्हणण्याचें एक कारण असें कीं, भारतीय ज्योतिषी बहिर्वर्ती ग्रहांच्या शीघ्रोच्चस्थानीं मंदस्पष्ट सूर्यास न समजतां मध्यम सूर्यासच समजतात. याशिवाय दोघांच्याही इतर उपकरणांतही अंतर असल्यामुळें फलांतही अंतर पडतें. त्याचा प्रकार असाः—

$$\text{भारतीय ज्योतिषांतील शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{परमशीघ्रफलज्या} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\text{कर्ण}}$$

$$= \frac{\text{अंत्यफलज्या} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\sqrt{\text{त्रिज्या}^2 + \text{अंत्यफलज्या}^2 + \text{२अंत्यफलज्या} \times \text{केंद्रकोटिज्या}}}$$

बुध व शुक्र यांच्या इनांतराचा शीघ्रफलामध्यें अंतर्भाव केल्यास शीघ्रफलाची अंतर्वर्ती व बहिर्वर्ती ग्रहांस साधारण अशी पाश्चात्य सारणी ही होईलः—

$$\text{शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{पृथ्वी व ग्रह यांच्या मंदकर्णांपैकीं लघुतर मंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\sqrt{\text{महत्तरकर्ण}^2 + \text{लघुतरकर्ण}^2 + \text{२लघुतरकर्ण} \times \text{महत्तरकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रकोटिज्या}}}$$

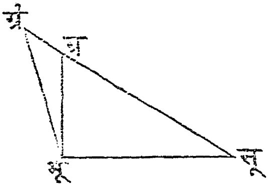
या दोन सारण्या बरोबर असून भारतीय सारणींतील अंत्यफलज्या व त्रिज्या हे दोन राशि पाश्चात्य सारणींतील लघुतर व महत्तर मंदकर्णांच्या जोडीचे आहेत, व पहिल्या सारणींतील केंद्रकोटिज्या दुसऱ्या सारणींतील महत्तरकर्ण × शीघ्रकेंद्रकोटिज्या या राशीशीं म्हणजे अर्थात् त्रिज्या×शीघ्रकेंद्रकोटिज्या या राशीशीं तुल्य आहे.

आतां भारतीय सारणींतील त्रिज्या हा राशि स्थिर आहे; व अंत्यफलज्या हा राशि जरी अनेक ग्रंथांतून चल मानिला आहे, तरी ज्याप्रमाणें सिद्धांत शिरोमणींत मंगळाचें मंदोच्च शीघ्रकेंद्राच्या स्थितीवर अवलंबून ठेविलें आहे, त्याप्रमाणें तो राशि मंदकर्णावर अवलंबून ठेविलेला नसून, शीघ्रकेंद्राच्याच स्थितीवर अवलंबून आहे असें

मानिलें आहे. इतर अनेक ग्रंथांत तो राशि स्थिरच मानिला आहे. उलट पक्षीं पाश्चात्य सारणींतील पृथ्वी व ग्रह यांचे मंदकर्ण स्थिर नसून चल आहेत. पाश्चात्य ज्योतिर्गणिताप्रमाणें मंदकर्णाचें ग्रहाच्या महत्तम व्यासार्धाशीं प्रमाण हें असतें:—

$[(१ + \frac{१}{२} च^{२}) + च (१ - \frac{३}{८} च^{२})$ कोटिज्या क]. येथेंही कक्षा-केंद्रच्युतीस च व केंद्रास क म्हटलें आहे.

पृथ्वी व ग्रह यांचे मंदकर्ण चल असल्यामुळें, भारतीय सारणीनें येणाऱ्या फलांत किती अंतर पडतें हें पाहूं.



या आकृतींत भू हें पृथ्वीचें, सू हें सूर्याचें व ग्र हें ग्रहाचें स्थान आहे. भू ग्र हा ग्रहाचा मध्यम शीघ्र-कर्ण व ग्र सू हा ग्रहाचा मध्यम मंद-कर्ण आहे. यांपैकीं ग्रहाच्या मंद-कर्णांत थोडासा फरक झाल्यास त्याच्या शीघ्रकर्णांत, दोहोंमधील कोणांत (शीघ्रफलांत) व भूस्थानीय कोणांतही (इनांतरांत) फरक पडतो, पृथ्वीच्या मंदकर्णांत व सूर्यस्थानीय कोणांत कांहीं फरक पडत नाहीं, हें वरील आकृतीवरून उघड होईल.

भू, ग्र व सू या स्थानांजवळील कोणांस अनुक्रमें भू, ग्र व सू व त्यांसमोरील बाजूंस भौ, ग्रा व सौ असें म्हणूं.

$$आतां \frac{भुजज्या\ भू}{भौ} = \frac{भुजज्या\ ग्र}{ग्रा}$$

$\therefore$ ग्रा भुजज्या भू = भौ भुजज्या ग्र.

यानंतर भौ हा राशि चल आहे अशी कल्पना करून वरील समीकरणाचें तारतम्य (Differentiation) घेतलें असतां—

$$ग्रा\ कोटिज्या\ भू \times \frac{त\ भू}{त\ भौ} = भुजज्या\ ग्र + भौ\ कोटिज्या\ ग्र \times \frac{त\ ग्र}{त\ भ}$$

परंतु ज्याअर्थीं सू हा कोण स्थिर आहे, व वरील आकृतीमधील त्रिकोणांतील तिन्ही कोण मिळून दोन काटकोन होतात, त्या अर्थीं $\text{त}_{\text{भू}} = -\text{त}_{\text{ग्र}}$; म्हणजे भू मध्यें जो फरक पडतो तितकाच परंतु विपरीत चिन्हाचा फरक ग्र मध्यें पडतो.

$$\therefore \text{ग्रा कोटिज्या}_{\text{भू}} \times \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}} = \text{भुजज्या}_{\text{ग्र}} - \text{भौ कोटिज्या}_{\text{ग्र}} \times \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}}$$

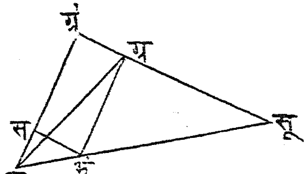
$$\therefore \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}} (\text{ग्रा कोटिज्या}_{\text{भू}} + \text{भौ कोटिज्या}_{\text{ग्र}}) = \text{भुजज्या}_{\text{ग्र}}$$

परंतु $\text{ग्रा कोटिज्या}_{\text{भू}} + \text{भौ कोटिज्या}_{\text{ग्र}} = \text{सौ}$.

$$\therefore \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}} = \frac{\text{भुजज्या}_{\text{ग्र}}}{\text{सौ}} \therefore \text{त}_{\text{भू}} = \frac{\text{भुजज्या}_{\text{ग्र}}}{\text{सौ}} \times \text{त}_{\text{भौ}}; \text{ व}$$

$$\text{त}_{\text{ग्र}} = -\frac{\text{भुजज्या}_{\text{ग्र}}}{\text{सौ}} \times \text{त}_{\text{भौ}}.$$

येथपर्यंत आपण ग्रहाच्या मंदकर्णांत काय तो फरक झालेला कल्पिला आहे. परंतु त्याबरोबर पृथ्वीच्या मंदकर्णातही पडत असलेला फरक हिशेबांत घेतला पाहिजे.



या आकृतींतील स्थानें पूर्ववत्च आहेत. ग्र भूं ही रेषा ग्रं भू या रेषेस समांतर काढिलेली आहे; व भूं स ही रेषा ग्रं ग्र या रेषेस समांतर काढिली आहे. भू ग्र सू हें शीघ्रफल आहे. सू भू हा मध्यम मंदकर्ण भू भूं या रेषेनें कमी केल्यास भूं ग्र सू हें शीघ्रफल होतें. आतां सू ग्रं भू हा कोण सू ग्र भूं या कोणाबरोबर आहे; व तो कोण सू ग्र या मध्यम

ग्रहमंदकर्णांत ग्र ग्रं मिळवून झालेल्या रेषेचें अग्र व मध्यम भूमंदकर्णाचें अग्र यांस सांधणारी रेषा व ग्रहमंदकर्ण यांच्यामध्यें आहे. अर्थात् मध्यम भूमंदकर्णांत भू भूं हा फरक झाल्यानें शीघ्र फलावर जो परिणाम होतो, तोच परिणाम ग्रहमंदकर्णांत ग्र ग्रं हा विपरीत दिशेचा फरक पडल्यानेंही होतो; व ग्र ग्रं=स भूं=भू भूं× $\frac{\text{सू ग्रं}}{\text{भू सू}}$. येथें ग्र ग्रं ही रेषा सू ग्र या रेषेच्या मानानें असावी त्यापेक्षां फार मोठी धरिली आहे. ती जों जों कमी करावी तों तों $\frac{\text{सू ग्रं}}{\text{भू सू}}$ हा राशि $\frac{\text{सू ग्र}}{\text{भू सू}}$ या राशीशीं तुल्यप्राय होत जातो.

मध्यम भूमंदकर्णांत पडणारा फरक त्या कर्णाच्या मानानें फार अल्प असतो; त्याप्रमाणेंच त्यामुळें मध्यम ग्रहमंदकर्णांत पडणारा फरकही त्या कर्णाच्या मानानें फार अल्प असतो. म्हणून त्या फरकांचें परस्परप्रमाण खालील समीकरणानें दाखविण्यास हरकत नाहीं:—

$$\text{ग्र ग्रं} = \text{त भौ} = \text{भू भूं} \times \frac{\text{सू ग्रं}}{\text{भू सू}} = \text{त प्रा} \times \frac{\text{ग्रहमध्यममंदकर्ण}}{\text{भूमध्यममंदकर्ण}};$$

व भूमंदकर्णांत पडणाऱ्या अंतरामुळें ग्रहमंदकर्णांत पडणाऱ्या या अंतरास $\frac{\text{भुजज्या ग्र}}{\text{सौ}}$ नें गुणिलें म्हणजे शीघ्रफलांत पडणारें अंतर येतें.

याप्रमाणें पृथ्वी व ग्रह यांच्या मध्यम मंदकर्णांत फरक पडल्यामुळें शीघ्रफलांत जो फरक पडतो त्याची सारणी खालीं दिल्याप्रमाणें होते:—

$$त_{ग्र} = -\frac{भुजज्या_{ग्र}}{सौ} \times \left\{ त_{भौ} \pm \frac{त_{ग्रा} \times ग्रहमध्यममंदकर्ण}{भूमध्यममंदकर्ण} \right\}$$

व इनांतरांत पडणाऱ्या अंतराची सारणी ही होतेः—

$$त_{भू} = \frac{भुजज्या_{ग्र}}{सौ} \times \left\{ त_{भौ} \pm \frac{त_{ग्रा} \times ग्रहमध्यममंदकर्ण}{भूमध्यममंदकर्ण} \right\}$$

येथें ग्र, सौ, $त_{ग्रा}$ व $त_{भौ}$ म्हणजे अनुक्रमें अस्फुट शीघ्रफल, ग्रहाचा मध्यम शीघ्रकर्ण, भूमंदकर्णांत पडणारें अंतर व त्यामुळें ग्रहमंदकर्णांत पडणारें अंतर हीं होत. ज्याअर्थी भारतीय ज्योतिषांतील शीघ्रफलांत अंतर्वर्ती ग्रहांच्या इनांतराचा समावेश होतो, त्याअर्थी त्या ग्रहांच्या शीघ्रफलांत पडणारें अंतर काढितांना दुसऱ्या सारणीचा उपयोग केला पाहिजे.

पृथ्वी व ग्रह यांच्या मंदकर्णांत अंतर पडल्यामुळें शीघ्रकर्णांतही अंतर पडतें. या अंतराचा शरसाधनप्रसंगीं उपयोग होतो; म्हणून तें किती असतें हें पाहूंः—

वरील आकृतींत $\frac{सौ}{भुजज्या\ सू} = \frac{ग्रा}{भुजज्या\ ग्र} = \frac{भौ}{भुजज्या\ भू}$

$\therefore$ सौ भुजज्या ग्र=ग्रा भुजज्या सू

तसेंच सौ भुजज्या भू=भौ भुजज्या सू.

यांतील पहिल्या समीकरणाचें ग्रा च्या मानानें व दुसऱ्याचें भौ च्या मानानें तारतम्य काढिलें असतां—

$त_{सौ} \times भुजज्या_{ग्र} +$ सौ कोटिज्या$_{ग्र}$ $त_{ग्र}$ = भुजज्या$_{सू}$ $\times त_{ग्रा}$

$त_{सौ} \times भुजज्या_{भू} +$ सौ कोटिज्या$_{भू}$ $त_{भू}$ = भुजज्या$_{सू}$ $त_{भौ}$.

परंतु त भू = − त ग्र; म्हणून दुसऱ्या समीकरणांत त भू बद्दल− त ग्र घालण्यास हरकत नाहीं. आतां पहिल्या समीकरणास कोटिज्या भू या राशीनें व वरील बदल करून आलेल्या दुसऱ्या समीकरणास कोटिज्या ग्र या राशीनें गुणून दुसरें पहिल्यांत मिळविलें असतां—

भुजज्या (ग्र + भू) × त सौ = भुजज्या सू (कोटिज्या भू × त ग्रा + कोटिज्या ग्र × त भौ)

परंतु सू व (१८०°—सू) म्हणजे (ग्र + भू) या दोन कोणांच्या भुजज्या परस्परांशीं तुल्य आहेत. म्हणून—

त सौ = कोटिज्या भू × त ग्रा + कोटिज्या ग्र + त भौ.

म्हणजे मध्यम व स्पष्ट शीघ्रकर्णांतील अंतर=इनांतरकोटिज्या × पृथ्वीच्या मध्यम व स्पष्ट मंदकर्णांतील अंतर + शीघ्रफलकोटिज्या × ग्रहाच्या मध्यम व स्पष्ट मंदकर्णांतील अंतर.

वरील सारण्यांचा रा. रा. व्यंकटेश बापूजी केतकर यांनीं आपल्या ज्योतिर्गणितांत उपयोग केला आहे.

येथवर ग्रहाचें वास्तविक स्पष्ट स्थान व भारतीय ज्योतिर्गणिताप्रमाणें येणारें स्पष्ट स्थान यांमध्यें अंतर पडण्याचीं कारणें दिलीं. भारतीय ज्योतिषी मंदफल व शीघ्रफल यांशिवाय इतर कोणतेही संस्कार मध्यम ग्रहास देत नाहींत. तें मध्यम सूर्यासच मध्यम बुध व शुक्र समजून त्यांपासूनच मंदकेंद्र आणितात; व त्यांसच मंदफलाचा संस्कार देतात. त्यांच्या मंदफलाची सारणी किंचित् चुकीची असून मंदोच्चस्थानें व परममंदफलेंही थोडीं फार चुकलीं आहेत. ते मंदस्पष्ट ग्रहास कक्षापरिणतिसंस्कार देत नाहींत. शीघ्रफलाची त्यांची सारणी बरोबर असून अंत्य शीघ्रफलेंही फारशीं चुकलेलीं नाहींत.

पण ते बहिर्वर्ती ग्रहांचें शीघ्रोच्च मंदस्पष्ट सूर्यास न मानितां मध्यम सूर्यास मानितात; यामुळें त्यांच्या शीघ्रफलांत अंतर पडतें; व त्यांनीं मध्यम सूर्यासच मध्यम अंतर्वर्ती ग्रह मानून त्यांच्या वास्तव रविकेंद्रीय मध्यम स्थानांस त्यांचीं शीघ्रोच्चें मानिल्यामुळें जरी त्यांचीं मध्यम शीघ्रकेंद्रें (मध्यम सूर्य व मध्यम अंतर्वर्ती ग्रह यांतील अंतरास येथें मध्यम शीघ्रकेंद्र म्हटलें आहे.) बरोबर असतात, तरी वर लिहिल्याप्रमाणें मंदफलें मुळींच न दिल्यामुळें किंवा चुकीचीं दिल्यामुळें त्यांच्या स्पष्ट केंद्रांत व अतएव शीघ्रफलांत बरेंच अंतर पडतें. याशिवाय त्यांनीं शीघ्रफल-साधनांत पृथ्वी व ग्रह यांच्या स्पष्ट मंदकर्णांबद्दल मध्यम मंदकर्णच उपकरणांदाखल योजिले असल्यामुळें शीघ्रफलांत चूक पडते ती निराळीच.

गणितानें येणारें स्पष्ट ग्रहाचें स्थान व वेधानें येणारें स्थान यांची सांगड घालण्याकरितां भारतीय ज्योतिषांत असकृत्कर्म करण्यांत येतें; या असकृत्कर्माची सिद्धांतशिरोमणींत अशी रीत दिली आहे:—प्रथम मांद व शैघ्र्य कर्मांनीं स्पष्ट ग्रह करावा, व तो मध्यम ग्रह समजून व त्यापासून मंदफल आणून त्याचा वास्तव मध्यम ग्रहास संस्कार करावा; अशा रीतीनें संस्कृत झालेल्या ग्रहास मंदस्पष्ट ग्रह समजून त्यापासून पुन्हा शीघ्रफल आणावें, व तें त्या ग्रहास देऊन त्यास स्पष्ट करावें. हें कृत्य वारंवार केलें म्हणजे सूक्ष्म स्पष्ट ग्रह येतो. मांद व शैघ्र्य कर्में परस्परांवर अवलंबून असतात, यापलीकडे या पौनःपुन्याची उपपत्ति दिलेली नाहीं; व त्यापासून ग्रहाचें स्थान बरोबर येण्याचा कधीं कधीं संभव जरी असला, तरी तें पुष्कळ वेळां खऱ्या स्थानापासून दूरही जातें.

स्पष्टकालिक स्पष्ट ग्रह.

येथपर्यंत भारतीय ज्योतिषी भूमीवरील इष्ट स्थानाचा मध्यम सूर्योदयींचा स्पष्ट ग्रह कसा काढितात याबद्दल सांगितलें. मध्यमकालिकापासून स्पष्टकालिक ग्रह करण्याकरितां स्पष्ट ग्रहास तीन संस्कार करावे लागतात. शून्य अक्षांशरेखांश असलेल्या स्थानाचा मध्यम सूर्योदय व इष्ट स्थलाचा स्पष्ट सूर्योदय यांतील अंतर नाहींसें करण्यास देशांतर, चर, भुजांतर व उदयांतर हे कालात्मक संस्कार करावे लागतात, हें मागील भागांत सांगितलें आहेच; व त्यांपैकीं देशांतराच्या जोडीचा मध्यम ग्रहास करावयाचा क्षेत्रांशात्मक संस्कारही या भागांत पूर्वीं सांगितला आहेच. उरलेल्या तीन संस्कारांतील घटिकांइतक्या नाक्षत्र घटिकांत (६० घटिका १० पळें इतक्या नाक्षत्र घटिकांस ग्रहदिनगति या मानानें) ग्रहाची गति किती होते, तें काढून तिचा कालात्मक संस्कारांच्या चिन्हांप्रमाणें मध्यमसूर्योदयकालिक स्पष्ट ग्रहास पृथक् पृथक् संस्कार करावा; म्हणजे स्पष्ट सूर्योदयींचा स्पष्ट ग्रह निघतो.

हे संस्कार इतर ग्रहांप्रमाणें सूर्यासही करावे लागतात.

तात्कालिक मध्यम व स्पष्ट ग्रह.

स्पष्टसूर्योदयकालिक मध्यम ग्रहापासून इष्ट घटिकांचा मध्यम ग्रह काढणें फार सोपें असतें; कारण त्यांमधील अंतर ६० घटिकांस जर ग्रहाची दिनगति तर इष्ट घटिकांस किती, या त्रैराशिकानें निघतें. यास ग्रहाचें तात्कालिकीकरण म्हणतात. तात्कालिक मध्यम ग्रहापासून स्पष्ट ग्रह पूर्वोक्त रीतीनें करावा.

नक्षत्रें.

वर जी ग्रहस्थिति म्हटली आहे, ती मेषादि द्वादशराशिचक्रांतील होय. चंद्राची स्थिति पंचांगांत राश्यात्मक व नक्षत्रात्मक

अशी दुहेरी देण्याची वहिवाट आहे. नक्षत्र म्हणजे राशीचा $\frac{४}{९}$ भाग. नक्षत्रें अश्विन्यादि असून तत्संबंधी चंद्रस्थितीसही नक्षत्रच म्हणतात. प्रत्येक नक्षत्राचे चार तुल्य चरण असतात. हीं नक्षत्रें विभागात्मक होत. तारात्मक नक्षत्रें यांहून भिन्न असतात.

ग्रहगति.

येथपर्यंत ग्रहाची स्थिति कशी काढितात यासंबंधानें विवेचन झालें. लागोपाठ दोन दिवसांच्या ग्रहस्थानांतील अंतरास ग्रहगति, अर्थात् ग्रहदिनगति म्हणतात. ग्रहाचे कल्पभगण व कल्पांतील सावन दिवस यांच्या प्रमाणावरून त्याची मध्यम दिनगति काढितात. त्या गतींत मांद गतिफल मिळविलें म्हणजे दोन दिवसांच्या मंदस्पष्ट ग्रहांतील अंतर आलें. यास मंदस्पष्टग्रहगति म्हणतात. मांद गतिफल म्हणजे दोन दिवसांच्या मंदफलांतील अंतर. आतां मंदफल काढण्याची सारणी—

$$\text{मंदफलज्या} = \frac{\text{अंत्यफलज्या} \times \text{केंद्रज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$, ही वर दिलीच आहे;

इतिजवरून दोन दिवसांच्या मंदफलांची अंतरज्या$=\frac{\text{अंत्यफलज्या}}{\text{त्रिज्या}}\times$ (प्रथमदिनीयकेंद्रज्या−द्वितीयदिनीयकेंद्रज्या). परंतु कोणांत अल्प अंतर पडल्यास त्या अंतराशीं त्या कोणाच्या व सांतर कोणाच्या भुजज्यांत पडणाऱ्या अंतराचें प्रमाण $\frac{\text{कोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$ हें असतें, हा शून्यलब्धिगणितांतील सिद्धांत प्रसिद्ध आहे; म्हणून (प्रथमदिनीयकेंद्रज्या−द्वितीयदिनीयकेंद्रज्या)=

$$\frac{\text{केंद्रदिनगति} \times \text{प्रथमदिनीयकेंद्रकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\therefore \text{ मांद गतिफल} = \frac{\text{अंत्यफलज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{केंद्रदिनगति} \times \text{प्रथमदिनीयकेंद्रकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\text{परंतु} \frac{\text{अंत्यफलज्या} \times \text{प्रथमदिनीयकेंद्रकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \text{कोटिफल},$$

$$\text{म्हणून मांद गतिफल} = \frac{\text{कोटिफल} \times \text{केंद्रदिनगति}}{\text{त्रिज्या}}.$$

हें गतिफल केंद्र कर्क्यादि षट्कांत असल्यास धन असतें; कारण कर्क्यादि राशित्रयांत ऋण मंदफल कमी होत असतें, व तुलादि त्रयांत धन मंदफल वाढत असतें. केंद्र मकरादि षट्कांत असल्यास गतिफल ऋण असतें; कारण मकरादि त्रयांत धन मंदफल कमी होत असतें, व मेषादि त्रयांत ऋण मंदफल वाढत असतें.

चंद्राची केंद्रगति (चंद्रगति—चंद्रोच्चगति) इतकी असते. इतर ग्रहांच्या उच्चगतीच्या अल्पत्वामुळें त्यांची स्वतःची जी गति तीच केंद्रगति समजण्यास हरकत नसते.

मांद गतिफलाच्या सारणीवरून—

$$\text{परम मांद गतिफल} = \frac{\text{अंत्यफलज्या} \times \text{केंद्रदिनगति}}{\text{त्रिज्या}}$$

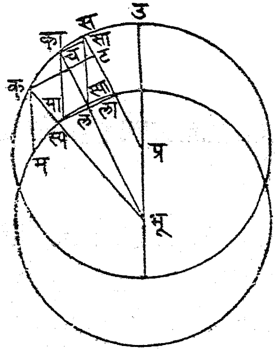
रवि व चंद्र यांची परम मांद गतिफलें अनुक्रमें २ कला १४ विकला व ६८ कला ४८ विकला असतात.

ज्या अर्थी $\frac{\text{गतिफल}}{\text{परम गतिफल}} = \frac{\text{केंद्रकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$, त्याअर्थी वर्
परम गतिफलांस केंद्रकोटिज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागिलें अस
त्यांच्या गतिफलांच्या किंमती येतात.

चंद्रसूर्येतर ग्रहांची सूक्ष्म स्पष्ट गति काढावयाची असल्य
ती मंदस्पष्ट गतींत शैघ्र्य गतिफल मिळवून न काढितां शीघ्रकेंद्रग
स्पष्ट करून व ती स्पष्टकेंद्रगति शीघ्रोच्चगतींतून वजा करू
काढितात. मंदस्पष्टगतिसाधनांतल्याप्रमाणें शैघ्र्य गतिफल
काढण्याचें कारण असें कीं, मांद गतिफल काढितांना अंत्यफ
ज्येचा भाजक त्रिज्या असते; परंतु शैघ्र्य गतिफल काढितां
अंत्यफलज्येचा भाजक कर्ण असतो, व एक दिवशीं जो क
तोच दुसऱ्या दिवशीं नसतो. म्हणून मांद गतिफलाप्रमाणें शै
गतिफल काढितां येत नाहीं.

मांद कर्मांतील उच्च (चंद्रोच्च वर्ज्य केल्यास) स्थिरप्रा
असतें. परंतु शैघ्र्य कर्मांतील उच्च स्थिर नसून चल असतें; यामु
मांद कर्मानें आलेली ग्रहस्थिति राशिचक्रासंबंधानें जशी खरी अस
तशी शीघ्रप्रतिवृत्तावर मध्यम शीघ्रकेंद्रगतीनें फिरणाऱ्या ग्रहा
स्थिति नसून, ती शीघ्रोच्चासंबंधानें मात्र खरी असते. शीघ्रोच्चस
व भूमध्यस्थ द्रष्ट्यांच्या दृष्टिभेदामुळें जी गति ग्रहास आल्य
सारखी दिसते तिजवरून तो शीघ्रोच्चाच्या जवळ येतो किं
त्यापासून दूर जातो, येवढें मात्र कळतें. परंतु तें शीघ्रोच्च
ग्रह घेऊन राशिचक्रांत भ्रमण करीत असल्यामुळें, ग्रहाची रा
चक्राच्या मानानें गति काढण्याकरितां वरील गति शीघ्रोच्चाच

गतींतून वजा करावी लागते. इतका प्रस्ताव करून आतां ग्रहाची स्पष्टकेंद्रगति कशी काढितात तें पाहूं.



या आकृतींत मा हें आजच्या मंदस्पष्ट ग्रहाचें व स्पा हें स्पष्ट ग्रहाचें उच्चसापेक्ष स्थान आहे, व म हें उद्यांच्या मंदस्पष्ट ग्रहाचें व स्प हें स्पष्ट ग्रहाचें उच्चसापेक्ष स्थान आहे, असें समजा. मंदस्पष्टग्र स्थान व उच्च यांतील अंतरास मध्यम शीघ्रकेंद्र व स्पष्ट ग्रहस्थान व उच्च यांतील अंतरास स्पष्ट शीघ्रकेंद्र म्हणतात. भू क व भू का या कर्णांमधील स्प स्पा हें चापात्मक अंतः स्फुट गतिच आहे; व हेंच आपणास काढावयाचें आहे. असो. आतां प्रतिवृत्ताचा मध्यबिंदु प्र याजपासून अशी एक प्र स ही रेषा काढा कीं, तिचें दुसरें टोंक स हें का या प्रतिवृत्तीय ग्रहस्थानापासून प्रथमदिनीयशीघ्रफलतुल्य अंतरावर असेल. स्पा स ही रेषा मा का या रेषेस व म्हणून प्र भू या रेषेस तुल्य व समांतर असल्या-मुळें प्र स ही रेषा भू का या कर्णासही समांतर आहे. प्रतिवृत्तावर का सा ही शीघ्रफलज्या काढिली असतां, ती कर्ण भू का व प्र स या रेषांमधील लंबरूप अंतराच्या बरोबर होईल. नंतर प्रतिवृत्ता-

वरील मध्यमकेंद्रगतिकला क का व शीघ्रफल का स यांच्या योगाची भुजज्या क ट ही काढावी. या दोन भुजज्यांमधील अंतर क च हें आहे. येवढी रेषा जर भू क या कर्णाचे अग्रीं तर भू स्प या त्रिज्येच्या अग्रीं केवढी रेषा, या त्रैराशिकानें स्प ल ही रेषा निघते; व ही ग्रहाच्या आजच्या व उद्यांच्या स्पष्ट स्थानांची अंतरज्या किंवा स्पष्टकेंद्रगतिज्या आहे.

स्पष्टकेंद्रगतिज्या=

$$\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{द्वितीयदिनीय शीघ्रकर्ण}} \times \left\{ \text{मध्यमकेंद्रगतिप्रथमदिनीयशीघ्रफलयोगज्या} - \text{प्रथमदिनीयशीघ्रफलज्या} \right\}$$

(भुजज्येची वाढ कोणाच्या कोटिज्येप्रमाणें असल्यामुळें)

$$= \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{द्वितीयदिनीयशीघ्रकर्ण}} \times \frac{\text{मध्यमकेंद्रगति} \times \text{प्रथमदिनीयशीघ्रफलकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{\text{मध्यम शीघ्रकेंद्रगति} \times \text{प्रथमदिनीयशीघ्रफलकोटिज्या}}{\text{द्वितीयदिनीय शीघ्रकर्ण}}$$

ज्याप्रमाणें शीघ्रकेंद्र व शीघ्रफल यांची वजाबाकी इनांतर-तुल्य असते, त्याप्रमाणें दोन दिवसांच्या शीघ्रकेंद्रांमधील अंतरांत म्हणजे अर्थात् मध्यम शीघ्रकेंद्रगतींत शीघ्रफलांमधील अंतर वजा केलें म्हणजे दोन दिवसांच्या इनांतरांमधील अंतर येतें; व स्पष्टकेंद्र म्हणजे मध्यमकेंद्रगति व दोन दिवसांच्या शीघ्रफलांमधलि अंतर यांची वजाबाकी. तें अर्थात् दोन दिवसांच्या इनांतरांच्या अंतराशीं तुल्य असतें. पण हें विधान बहिर्वर्ती ग्रहांसंबंधानें मात्र लागू आहे. बुध व शुक्र यांचें शीघ्रफल म्हणजे वास्तविक इनांतरच असल्यामुळें त्यांची स्पष्टकेंद्रगति म्हणजे शीघ्रफलांतरच होय.

या रीतीनें आलेली इनांतरांतरतुल्य अथवा शीघ्रफलांतरतुल्य स्पष्टकेंगति शीघ्रोच्चगतींतून वजा केली असतां अर्थात् स्पष्ट गति

येते. कारण ज्याप्रमाणें अंतर्वर्ती व बहिर्वर्ती ग्रहांच्या उच्चांतून अनुक्रमें शीघ्रफल व इनांतर वजा केलें असतां स्पष्ट ग्रह येतो त्याप्रमाणें त्यांच्या उच्चगतींतून अनुक्रमें शीघ्रफलांतर व इनांतरांतर वजा केलें असतां स्पष्ट गति येते. अंतर्वर्ती व बहिर्वर्ती ग्रहांच्या उच्चांचे अर्थ मात्र निराळे आहेत हें येथें लक्षांत ठेविलें पाहिजे.

विशेष सूक्ष्म गतीचें प्रयोजन नसल्यास स्थूल शीघ्रगतिफल काढितात तें असें:——मंदस्पष्ट ग्रहाची दिनगति (म्हणजे मध्यम दिनगतीस मांद गतिफलाचा संस्कार देऊन आलेली गति) शीघ्रोच्चदिनगतींतून वजा करून जी मध्यम शीघ्रकेंद्रदिनगति येईल तिला शीघ्रकर्ण व त्रिज्या यांमधील अंतरानें गुणून शीघ्र कर्णानें भागावें; उत्तर शीघ्रगतिफल येईल. येथें केंद्रदिनगतीचा गुणक कोटिफलाशीं तुल्य असून ही सारणी मंदगतिफलाच्या सारणीसारखीच आहे हें उघड आहे. शैघ्र्य गतिफल म्हणजे दोन दिवसांच्या शीघ्रफलांतील अंतर हें सांगणें नकोच. शीघ्रफलाचें ऋणधनत्व मंदफलाच्या अगदीं उलट असल्यामुळें शैघ्र्य गतिफलाचें ऋणधनत्वही मांद गतिफलाच्या उलट असतें; म्हणजे शीघ्रकेंद्र कर्क्यादि षट्कांत असल्यास गतिफल ऋण असतें; अन्यथा तें धन असतें. मंदस्पष्ट ग्रहाच्या दिनगतीस शैघ्र्य गतिफलाचा संस्कार दिला म्हणजे स्पष्ट गति येते.

स्पष्ट गति=शीघ्रोच्चगति—स्पष्टशीघ्रकेंद्रगति. जोंपर्यंत स्पष्टशीघ्रकेंद्रगति शीघ्रोच्चगतीपेक्षां कमी असते, तोंपर्यंत ग्रह मार्गी असतो; म्हणजे त्याची गति राशिचक्रांत सुलट असते. ती जेव्हां शीघ्रोच्चगतीपेक्षां अधिक असते, तेव्हां तो वक्री असतो; म्हणजे त्याची गति राशिचक्रांत उलट असते. मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र व शनि हे ग्रह जेव्हां वक्री होतात, तेव्हां त्यांचीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें १६३, १४५, १२५, १६९ व ११३ अंश असतात. हे अंश ३६०

अंशांतून वजा केल्यास, अवशिष्ट रहाणारे अंश १९७, २१९, २३५, १९९ व २१७ त्या ग्रहांच्या मार्गी होण्याच्या काळच्या शीघ्रकेंद्रांचे अंश होत. ग्रह वक्री किंवा मार्गी होण्याचे संधीस त्याची स्पष्ट गति शून्य असते.

योग.

मेषारंभापासून सूर्य व चंद्र यांच्या गतींची बेरीज १३°$\frac{1}{3}$ झाली, म्हणजे १ योग झाला असें म्हणतात. मेषारंभापासून दोघांच्या गतींची बेरीज ३६०° झाली, म्हणजे एक योगचक्र पुरें होऊन दुसऱ्यास सुरवात होते. स्पष्ट रविचंद्रांच्या स्थानांची बेरीज करून त्यास १३$\frac{1}{3}$ नें भागिल्यास गतयोगसंख्या येते.

शर.

ज्याप्रमाणें पृथ्वीवरील स्थलाचा निश्चय करण्यास रेखांशां-शिवाय अक्षांशांचेंही ज्ञान लागतें, त्याप्रमाणें ग्रहाची क्रांतिवृत्तीय स्थिति कळ यास भोगाशिवाय शराचीही आवश्यकता असते. पाश्चात्य उपपत्तीप्रमाणें प्रत्येक ग्रह सूर्याभोंवतीं फिरतो तो क्रांति-वृत्ताशीं थोडेंबहुत तिर्यक्त्व असणाऱ्या कक्षेंत फिरतो. या कक्षेंत फिरत असतां तो कधीं कधीं क्रांतिवृत्तावर येतो, व कधीं कधीं त्या-पासून दूर जातो. तो क्रांतिवृत्तावर येतो, तेव्हां त्याचा शर शून्य असतो; व तो त्यापासून अत्यंत दूर जातो तेव्हां त्याचा शर परम म्हणजे त्याच्या कक्षेच्या तिर्यक्त्वाबरोबर असतो. भारतीय ज्योति-ष्यांची उपपत्ति अशीच आहे. त्यांच्या मतें रवीशिवाय प्रत्येक ग्रह विमंडलावर फिरत असून हें विमंडल मंदस्पष्ट ग्रह ज्या वर्तुला-वर फिरतो त्या वर्तुलाशीं तिरपें असतें. मंदस्पष्ट चंद्र कक्षावृत्तावर फिरत असल्यामुळें त्याचें विमंडल कक्षावृत्ताशीं संलग्न असतें. इतर मंदस्पष्ट ग्रह शीघ्रप्रतिवृत्तांवर फिरत असल्यामुळें त्यांचीं विमंडलें

शीघ्रप्रतिवृत्तांशींच संलग्न असतात. येथें चंद्रासंबंधानें कक्षावृत्त व इतर ग्रहांसंबंधानें शीघ्रप्रतिवृत्त पाश्चात्यांच्या क्रांतिवृत्ताचे ठिकाणीं आहेत हें लक्षांत ठेविलें पाहिजे. क्षेप (म्हणजे शर) या शब्दावरून विमंडलास क्षेपवृत्त किंवा विक्षेपवृत्तही म्हणतात.

ज्याप्रमाणें क्रांति काढण्याकरितां सायन ग्रह व परम क्रांति हीं उपकरणें आवश्यक असतात, त्याप्रमाणें शर काढण्यास सपात ग्रह व परम शर यांचें ज्ञान पाहिजे असतें. पात म्हणजे मंदस्पष्ट ग्रहाचें फिरावयाचें वर्तुल व विमंडल यांचा छेदनबिंदु. हे छेदनबिंदु दोन असतात. ग्रह त्या वर्तुलाच्या पातळीच्या वर जातांना एकामधून जातो, व खालीं उतरतांना दुसऱ्यामधून जातो. यांस क्षेपपातही म्हणतात. नुसत्या पाताचा किंवा क्षेप-पाताचा निर्देश केला म्हणजे उपरिनिर्दिष्ट बिंदूपैकीं पहिला समजावा. पाताची राशिचक्रांतील गति संपाताप्रमाणें विलोम असते. मेषारंभाच्या उलट बाजूस ही गति किती सांचली आहे हें काढण्याकरितां राशिचक्रांतील पातस्थानास चक्रशुद्ध करावें लागतें, म्हणजे तें स्थान बारा राशींतून वजा करावें लागतें. शेष उरेल त्यांत ग्रहाचा भोग मिळविला म्हणजे सपात ग्रह येतो. पात चक्रशुद्ध न केल्यास ग्रहांतून पातस्थान वजा केलें पाहिजे. अवशेषास विपात ग्रह म्हणतात. सपात ग्रह व विपात ग्रह यांचा किंमती-संबंधानें अर्थ एकच आहे. प्रत्येक खेपेस पात चक्रशुद्ध करण्याची जी यातायात पडते, ती टाळण्याकरितां मेषारंभापासून उलट दिशेनें राशिचक्र मांडून त्याजवर त्याच दिशेनें पात मोजण्याची वहिवाट

आहे. यापूर्वीं पातांचीं जीं कल्पभगणें दिलीं आहेत, त्यांवरून निघणारे पात याच अर्थाचे असतात.

भारतीय ज्योतिष्यांनीं मध्यम सूर्यासच मध्यम बुध व शुक्र मानिल्यामुळें यांपैकीं कोणत्याही ग्रहाचा शर सपात ग्रहापासून काढिल्यास चूक पडली असती; कारण त्यांच्या मतें सपात ग्रह म्हणजे त्या ग्रहाचा मंदफलसंस्कार दिलेला रवि व विलोम राशिचक्रांतील पातस्थान यांचा योग; व खरा रविकेंद्रीय ग्रह शीघ्रोच्चस्थानाजवळ असल्यामुळें त्याचा शर काढण्यास या उपकरणाचा मुळींच उपयोग होण्यासारखा नव्हता. म्हणून सपात ग्रहांत केंद्र मिळविण्यांत येतें. या योगापासून आलेला शर वास्तव ग्रहाचा, अतएव शुद्ध असतो. ज्या पूर्वकालीन ज्योतिष्यांनीं पातांचे भगण ठरविले त्यांस या ग्रहांचीं शीघ्रोच्चेंच त्यांचीं रविकेंद्रीय वास्तव स्थानें आहेत ही गोष्ट माहीत असावी असें दिसतें. याबद्दल पूर्वीं उल्लेख आलाच आहे.

पातांच्या कल्पभगणसंख्या पूर्वीं दिल्या आहेत. त्या सुद्धां (चंद्रपात वर्ज्य केल्यास) उच्चभगणसंख्यांप्रमाणेंच पाश्चात्य मानानें फार चुकल्या आहेत. परंतु त्यांवरून जीं वर्तमानकाळचीं स्थानें येतात तीं मात्र तितकीं चुकलेलीं नाहींत. खालीं सिद्धान्त-
णींतील व पाश्चात्य निरयनरैवत मानाचीं अनुलोम अंशात्मक
दिलीं आहेत, त्यांवरून ही गोष्ट स्पष्ट होईल. हीं
ीं आहेत.

अनुलोम अंशात्मक पातस्थानें.	ग्रह				
	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
सिद्धांतशिरोमणीय	२२	२२	८२	६०	१०३
पाश्चात्य	३०	३०	८१$\frac{१}{४}$	५७$\frac{३}{४}$	९५

सिद्धांतशिरोमणि व पाश्चात्य ग्रंथ यांप्रमाणें परम मध्यम शरांचीं (सिद्धांतशिरोमणीच्या दृष्टीनें मध्यम शर म्हणजे ग्रहाचा शीघ्र कर्ण त्रिज्यातुल्य असतो तेव्हांचा शर, व पाश्चात्य ग्रंथांच्या दृष्टीनें मध्यम शर म्हणजे ग्रहाचा शीघ्रकर्ण व मंदकर्ण मध्यम असतां जो शर असतो तो.) कलात्मक मानें खालीं दिलीं आहेत.

	ग्रह				
	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
सिद्धांतशिरोमणी-प्रमाणें.	११०	१५१	७६	१२६	१३०
पाश्चात्य ग्रंथांप्रमाणें.	१११	४२०	७५	२०३	१५०

येथेंही बुधशुक्रांचे आंकडे फार चुकलेले आहेत. भारतीय ज्योतिषांतील फलसंस्काराची उपपत्ति स्पष्ट करितांना जी प्रति-वृत्ताची आकृति दिली आहे, तिच्यांत ‘ पा ’ या स्थानीं ग्रह असतां त्याचा शीघ्रकर्ण त्रिज्यातुल्य असून शर मध्यम असतो. या ठिकाणीं त्याचें शीघ्रकेंद्र ± (९०° – परमफलज्यार्धचा प) इतकें असतें.

सपात ग्रह व परम मध्यम शर यांपासून इष्ट मध्यम शर काढण्याची रीति, भोग व परम क्रांति यांपासून इष्ट क्रांति काढण्याच्या रीतीसारखीच आहे. मध्यम शराची सारणी येणेंप्रमाणें आहे:—

$$\text{मध्यमशरज्या} = \frac{\text{परममध्यमशरज्या} \times \text{सपातग्रहज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

सपात ग्रह पहिल्या राशिषट्कांत असल्यास शर उत्तर असतो; अन्यथा तो दक्षिण असतो.

शीघ्रप्रतिमंडलावरील शरास कक्षावृत्तावर आणिला म्हणजे तो स्पष्ट होतो. $\text{स्पष्ट शर} = \text{मध्यम शर} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{शीघ्रकर्ण}}$. शर अल्प असल्यामुळें त्याच्या भुजज्येबद्दल त्याचाच उपयोग येथें केला आहे. या सारण्या स्थूल आहेत. मध्यम शराची पाश्चात्य सारणी भारतीय सारणीप्रमाणेंचें आहे. स्पष्ट शराची पाश्चात्य सारणी ही आहे:-

$$\text{स्पष्टशरस्पर्शरेषा} = \text{मध्यमशरस्पर्शरेषा} \times \frac{\text{ग्रहमंदकर्ण}}{\text{ग्रहशीघ्रकर्ण}}$$

स्पष्ट शराची भारतीय सारणी चुकीची असून तिच्यांतील त्रिज्या हें उपकरणही स्थूल आहे. कारण तें स्थिर असून त्याच्या जोडीचें पाश्चात्य उपकरण ग्रहमंदकर्ण चल आहे. तरी ग्रहांचे परम शरच अल्प असल्यामुळें उपरिनिर्दिष्ट स्थूलपणामुळें शरांत फारसें अंतर पडत नाहीं.

चंद्राचा परम शर सिद्धांतशिरोमणीप्रमाणें २७० कला असून

पाश्चात्य ग्रंथांप्रमाणें ३०९ कला आहे. त्याचा इष्टकालिक शर वर दिलेल्या मध्यम शराच्या सारणीवरून निघतो.

ग्रहांस जशी गति असते, तशी तारकांस नसते. म्हणून त्यांचीं स्थानें एके काळीं जशीं असतात, तशींच अन्य काळींही असतात. अश्विन्यादि नक्षत्रांच्या योगतारांचे (योगतारा म्हणजे नक्षत्रांतील सर्वांत ठळक तारा.) कृतायनदृक्कर्मक भोग व शर खालीं दिले आहेत.

राशात्मक भोग व अंशात्मक शर.	नक्षत्रें.													
	अ.	भ.	कृ.	रो.	[illegible]	आ.	पु.	पु.	आ.	म.	पू.	उ.	ह.	चि.
भोग	० ८ ०	० २० ०	१ ७ २८	१ १९ २८	२ ३ ०	२ ७ ०	३ ३ ०	३ १६ ०	३ १८ ०	४ ९ ०	४ २७ ०	५ ५ ०	५ २० ०	६ ३ ०
शर (उत्तर किं. दक्षिण)	उ. १० ०	उ. १२ ०	उ. ४ ३०	द. ४ ३०	द. १० ०	द. ११ ०	उ. ६ ०	उ. ० ०	द. ७ ०	उ ० ०	उ. १२ ०	उ. १३ ०	द. ११ ०	द. १ ४५
	स्वा	वि.	अ.	ज्ये.	मू.	पू.	उ.	अ.	श्र.	ध.	श.	पू.	उ.	रे.
भोग.	६ १९ ०	७ २ ५	७ १४ ५	७ १९ ५.	८ १ ०	८ १४ ०	८ २० ०	८ २५ [illegible]	९ ८ ०	९ २० ०	१० २० ०	१० २६ ०	११ ७ ०	० ० ०
शर (उत्तर किं. दक्षिण)	उ. ३७ ०	द. १ २०	द. १ ४५	द. ३ ३०	द. ८ ३०	द. ५ २०	द. ५ ०	उ. ६२ ०	उ. ३० ०	उ. ३६ ०	द. ० २०	उ. २४ ०	उ. २६ ०	उ. ० ०

यांशिवाय अगस्त्य व लुब्धक इत्यादिकांचे भोगशरही भारतीय ज्योतिषांत उपयोगी पडतात. म्हणून ते देतोंः—

तारा	अगस्त्य	लुब्धक	प्रजापति	अपांवत्स	आप	अग्नि	ब्रम्हहृदय
भोग	८७°	८६°	५७°	१८०°	१८०°	५२°	५२°
दक्षिण शर	७७°	४०°	०	०	०	०	०
उत्तर शर	०	०	३८°	३°	३°	८°	३०°

वर जे भोगांचे अंक दिले आहेत ते कृतायनदृक्कर्मक ताऱ्यांचे आहेत. कृतायनदृक्कर्मक तारा म्हणजे ताऱ्याचें स्पष्टक्रांतिसूत्र क्रांतिवृत्तास ज्या स्थानीं छेदितें तें स्थान, हें मागें आलेंच आहे. परंतु हे अंक शून्यायनांशकालींचे असल्यामुळें ते सांप्रत काळीं गणितोपयोगी होण्यास संस्कृत केले पाहिजेत. म्हणून वर दिलेल्यांपैकीं कोणत्याहि ताऱ्याच्या भोगांकास प्रथम अकृतायनदृक्कर्मक ग्रह समजून त्याची शून्यायनांशकालींची अयनवलनकोटिज्या काढावी. नंतर त्याच ताऱ्याच्या वर दिलेल्या शरांकास त्रिज्येनें गुणून त्या कोटिज्येनें भागावें. म्हणजे स्थूल अस्फुटशरज्या येईल. नंतर तिजपासून आयन दृक्कर्म आणून त्याचा संस्कार त्याच कृतायनदृक्कर्मकभोगांकास विलोम (म्हणजे अकृतायनदृक्कर्मक ग्रहास करितात त्याच्या उलट दिशेनें करावा म्हणजे शून्यायनांशकालिक अकृतायनदृक्कर्मक स्थूल स्थान येईल. स्थूल म्हणण्याचें कारण असें कीं, आपण वर दिलेल्या भोगांकास प्रथम अकृतायनदृक्कर्मक कल्पिलें आहे. यामुळें जें अल्प अंतर पडतें, तें नाहीसें करण्याकरितां नुक्तेंच आलेलें स्थूल अकृतायनदृक्कर्मक स्थान सूक्ष्मच आहे असें पुनः कल्पून त्याजपासून पुन्हा सूक्ष्मतर अकृ-

तायनदृक्कर्मक स्थान आणावें. असें वारंवार केल्यानें शून्यायनांशकालिक सूक्ष्म अक्रुतायनदृक्कर्मक स्थान येतें. नंतर त्यांत हल्लींचे अयनांश मिळवून त्यापासून अयनवलन व अयनवलनकोटिज्या आणावी; व या उपकरणांपासून आयनदृक्कर्मसंस्कार आणून तो सूक्ष्म अक्रुतायनदृक्कर्मक स्थानास सुलट द्यावा; म्हणजे सांप्रतकालिक क्रुतायनदृक्कर्मक स्थान येतें. या कृतींत जी सूक्ष्म अस्फुटशरज्या येते, तिला अयनवलनकोटिज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागिल्यास सांप्रतकालिक स्फुटशरज्या येते.

पाश्चात्य ज्योतिषांत ताऱ्यांस वास्तव गति आहे. पण ती फारच अल्प आहे.

लंबन.

वर जो ज्योतींचा स्थाननिर्णय केला आहे तो भूमध्यस्थ द्रष्ट्यासंबंधानें मात्र खरा आहे. परंतु सूर्यग्रहणादि चमत्कार आपण भूपृष्ठावरून पाहत असल्यामुळें तो आपणांस त्या प्रसंगीं उपयोगी पडणार नाहीं. भूमध्यस्थ द्रष्ट्याची व भूपृष्ठस्थ द्रष्ट्याची ग्रहोन्मुख दृष्टि यांमधील ग्रहस्थानीय कोणास लंबन म्हणतात. हा कोण भूव्यासार्धाच्या समोर असतो. आकाशस्थ ज्योति जों जों पृथ्वीपासून दूर तों तों त्याचें लंबन कमी असतें. ताऱ्यांपैकीं फारच थोड्यांचें लंबन पाश्चात्य गणितास आजपर्यंत काढितां आलें आहे. कांहीं कांहीं तारे तर इतके दूर आहेत कीं, भूव्यासार्धाऐवजीं आपण भूकक्षाव्यासार्धाच्या दोन अग्रांपासून जरी त्यांकडे पाहूं लागलों, तरी लंबन दृग्गोचर होत नाहीं. परंतु सर्व ज्योतींत चंद्र पृथ्वीस फार जवळ असल्यामुळें त्याचें लंबन आपणांस मोजितां येतें इतकेंच नाहीं, तर सूर्यग्रहणप्रसंगीं तें हिशेबांत न घेतल्यास ग्रहणें चुकतातही.

लंबन ज्योतीच्या दूरत्वाच्या मानानें जसें कमी कमी होत जातें तसें त्याचें खस्वस्तिकापासून जितकें कमी अंतर त्याच्या मानानेंही कमी कमी असतें. ज्योति द्रष्ट्याच्या डोक्यावर आल्यास त्याचें लंबन शून्य होतें; व तो क्षितिजाशीं असल्यास तें परम असतें. द्रष्ट्याच्या स्थानभेदामुळें ज्योतीच्या दृङ्मंडलावरील स्थितींत जो फरक पडतो त्यास आपण दृङ्मंडलस्थ लंबन म्हणूं. हें लंबन जसें दृष्टिभेदामुळें उत्पन्न होतें तसेंच शीघ्रफलही उत्पन्न होत असल्यामुळें शीघ्रफळाची सारणी दृङ्मंडलस्थ लंबन साधण्याचे कामीं उपयोगीं पडेल; ती सारणी लंबनास लावितांना भूमध्यास प्रतिवृत्तमध्य, भूपृष्ठस्थ द्रष्ट्यास कक्षावृत्तमध्य, दृङ्मंडलीय नतांशांस (१८०--शीघ्रकेंद्र), परम लंबनास अंत्य शीघ्रफल व भूपृष्ठापासून ग्रहावर जाणाऱ्या रेषेस शीघ्रकर्ण समजलें म्हणजे झालें.

$$\text{आतां शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{अंत्यशीघ्रफलज्या} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\text{शीघ्रकर्ण}}$$

$$\text{म्हणून दृङ्मंडलस्थलंबनज्या} = \frac{\text{परमलंबनज्या} \times \text{ग्रहनतांशज्या}}{\text{भूपृष्ठापासून ग्रहाचें अंतर.}}$$

आतां जों जों ग्रह पृथ्वीपासून दूर दूर तों तों त्याजपासून भूमध्य व भूपृष्ठ यांवर जाणाऱ्या रेषांची वजाबाकी कमी कमी असावयाची. ही वजाबाकी सर्व ग्रहांसंबंधानें उपेक्षणीयच असल्यामुळें सारणींतील छेदाऐवजीं आपण त्रिज्या घातल्यास फलांत मोठीशी चूक पडणार नाहीं. तसेंच लंबन फार अल्पप्रमाण असल्यामुळें त्याच्या भुजज्येबद्दल तेंच घातलें तरी चालेल. म्हणून--

$$\text{दृङ्मंडलस्थ लबन} = \frac{\text{परम लंबन} \times \text{ग्रहनतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{\text{परम लंबन} \times \text{ग्रहदृग्ज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

दृङ्मंडलस्थ लंबनाचा ज्योतिर्गणितांत फारसा उपयोग नसतो. म्हणून त्या लंबनामुळें ग्रहाच्या भोगांत व शरांत काय फरक पडतो हें काढिलें पाहिजे. भोगांत जें अंतर पडतें त्यास स्पष्ट लंबन म्हणतात, व शरांत जें अंतर पडतें त्यास नति म्हणतात. आपणांस मुख्यत्वेंकरून ग्रहणकालिक चंद्राचाच विचार कर्तव्य असल्यामुळें, आपण ग्रह क्रांतिवृत्ताच्या फार जवळ आहे, अर्थात् त्याचा शर शून्यकल्प आहे, असें कल्पूं या.

क्रांतिवृत्ताचा जो अर्धवर्तुलात्मक भाग क्षितिजावर असतो त्याचा मध्य काढावा हा मध्य लग्नापासून म्हणजे पूर्व क्षितिजाशीं संलग्न असलेल्या क्रांतिवृत्तप्रदेशापासून तीन राशींच्या अंतरावर असतो, म्हणून त्यास वित्रिभ लग्न किंवा त्रिभोन लग्न म्हणतात. वित्रिभ लग्नाच्या दृग्ज्येस म्हणजे वित्रिभ लग्न व खस्वस्तिक यां-मधील अंतराच्या भुजज्येस दृक्क्षेप म्हणतात. स्पष्ट लंबन व नति काढितांना या दृक्क्षेपाचा फार उपयोग होतो.

क्रांतिवृत्तच दृङ्मंडल असून वित्रिभ लग्न द्रष्ट्याच्या डोक्यावर असेल, तेव्हां दृङ्मंडलस्थ व स्पष्ट लंबन एकच असतात. या लंब-नास मध्यम लंबन म्हणतात. वित्रिभ लग्न व त्याबरोबर क्रांतिवृत्त जों जों खस्वस्तिकापासून खालीं कलूं लागतें किंवा पर्यायानें जों जों ग्रहाचा शंकु त्रिज्येपेक्षां कमी होत जातो, तों तों मध्यम लंब-नापेक्षां स्पष्ट लंबन कमी कमी होत जातें व नति वाढत जाते.

वित्रिभ लग्न जेव्हां डोक्यावर असतें, तेव्हां—

$$\text{मध्यम लंबन} = \frac{\text{परम लंबन} \times \text{भुजज्या (ग्रह—वित्रिभ लग्न)}}{\text{त्रिज्या}}$$

वित्रिभ लग्न डोक्यावरून खालीं कलल्यास—

स्पष्ट लंबन : मध्यम लंबन : : वित्रिभलग्नशंकु : त्रिज्या

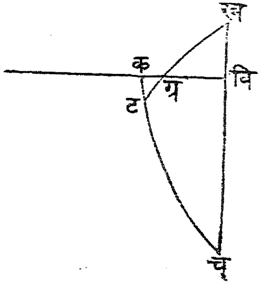
$$\text{यावरून स्पष्ट लंबन} = \frac{\text{वि० ल० शंकु}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{परम लंबन}}{\text{त्रिज्या}} \times \text{भुजज्या (ग्रह-वित्रिभ लग्न)}$$

पाश्चात्य ज्योतिषाप्रमाणें—

$$\text{स्पष्ट लंबन} = \frac{\text{वित्रिभलग्नोन्नतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{परम लंबन} \times \text{भुजज्या (ग्रह–वित्रिभ लग्न + स्पष्ट लंबन)}}{\text{कोटिज्या (शर+नति)}}$$

ग्रहणकालिक चंद्राचा शर व नति फार लहान असल्यामुळें व (ग्रह–वित्रिभ लग्न) या राशीच्या मानानें स्पष्ट लंबन फार अल्प असल्यामुळें हे तिन्ही राशि उपेक्षिले असतां चालतें; व याप्रमाणें पाश्चात्य सारणींतील उजवीकडील पक्षांतील स्पष्ट लंबन नाहींसें होऊन आणि कोटिज्या (शर+नति) या राशीबद्दल त्रिज्या येऊन ही सारणी भारतीय सारणीशीं तुल्य होते.

आतां नति काढावयाची:—



या आकृतींत ख हें खस्वस्तिक, क वि हें क्रांतिवृत्त, वि हें वित्रिभ लग्न, ग्र हें ग्रहाचें स्थान, ग्र ट हें दृङ्मंडलस्थ लंबन, क ग्र हें स्पष्ट लंबन व क ट ही नति आहे. आतां भुजज्या ख ग्र वि = भुजज्या क ग्र ट; परंतु

$$\frac{\text{भुजज्या ख ग्र वि}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{भुजज्या ख वि}}{\text{भुजज्या ख ग्र}}$$

व $\frac{\text{भुजज्या क ग्र ट}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{भुजज्या क ट}}{\text{भुजज्या ग्र ट}}$; म्हणून $\frac{\text{भुजज्या ख वि}}{\text{भुजज्या ख ग्र}} = \frac{\text{भुजज्या क ट}}{\text{भुजज्या ग्र ट}}$.

येथें क ट व ग्र ट हे चाप फार लहान असल्यामुळें त्यांच्या भुजज्यांच्या जागीं त्यांसच घातलें असतां, क ट=ग्र ट× $\frac{\text{भुजज्या ख वि}}{\text{भुजज्या ख ग्र}}$;

परंतु वर सिद्ध केल्याप्रमाणें

ग्र ट = $\frac{\text{परम लंबन} \times \text{भुजज्या ख ग्र}}{\text{त्रिज्या}}$ व ख वि =त्रिभोनलग्ननतांश;

$$\therefore \text{क ट} = \frac{\text{परम लंबन} \times \text{त्रिभोनलग्ननतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{\text{परम लंबन} \times \text{दृक्क्षेप}}{\text{त्रिज्या}} = \text{नति.}$$

दृङ्मंडलस्थ लंबन, नति व स्पष्ट लंबन या तिहींच्या साधनांत $\frac{\text{परम लंबन}}{\text{त्रिज्या}}$ हा स्थिर राशि साधारण आहे. हा प्रत्येकाच्या सारणींतून जाऊन बाकी जे राशि रहातात, ते मिळून एका सरलरेषीय काटकोन त्रिकोणाच्या तीन बाजू होतात. त्या तीन बाजू म्हणजे अनुक्रमें ग्रहदृग्ज्या, दृक्क्षेप व भुजज्या (ग्रह—त्रिभोन लग्न)× $\frac{\text{शंकु}}{\text{त्रिज्या}}$ ह्या होत. यांतील शेवटच्या राशीस दृङ्नति म्हणतात; व तिची किंमत $\sqrt{\text{ग्रहदृग्ज्या}^{2} - \text{दृक्क्षेप}^{2}}$ इतकी असते.

भारतीय ज्योतिष्यांनीं ग्रहांची जी योजनात्मक दिनगति मानिली आहे, तिचा $\frac{1}{15}$ भूव्यासार्ध मानिला आहे. ग्रहाचें लंबन जेव्हां परम असतें तेव्हां ग्रहस्थानीयकोणरूपी लंबनासमोर

भूव्यासार्ध असतो. अर्थात् त्याच्या परम लंबनाची योजनात्मक किंमत भूव्यासार्धतुल्य असते. त्याचप्रमाणें ग्रहाचें अंशात्मक परम लंबनही त्या ग्रहाच्या अंशात्मक दिनगतीच्या $\frac{१}{१५}$ असतें. ग्रहाचें कालात्मक परम लंबन काढावयाचें असल्यास तें संपूर्ण दिनगतीस जर ६० घटिका तर $\frac{१}{१५}$ दिनगतीस किती, या त्रैराशिकानें निघतें. तें अर्थात् ४ घटिका असतें. याचा अर्थ असा कीं, लंबनामुळें ग्रहस्थितींत जें अंतर पडतें, तें आक्रमिण्यास त्यास ४ घटिका लागतात. हें कालात्मक लंबनही सर्व ग्रहांस सारखेंच असतें. सर्व ग्रहांची योजनात्मक दिनगति एकच असून भूव्यासार्धतुल्य असते हा मूल सिद्धांतच चुकीचा असल्यामुळें या नियमानें येणारीं परम लंबनें चंद्राशिवाय इतर ग्रहांचीं चुकीचीं असतात. भारतीय परम चंद्रलंबन ५२ कला ४२ विकला आणि आधुनिक सूक्ष्म परम चंद्रलंबन ५७ कला १ विकला आहे. चंद्राचें परम लंबन फारसें न चुकण्याचें कारण असें आहे कीं, भूव्यासार्ध व चंद्राचें पृथ्वीपासून अंतर यांचें भारतीय ज्योतिषांतील गुणोत्तर वास्तविक गुणोत्तराच्या बरेंच जवळ आहे. तसें इतर ग्रहांचें नाहीं.

ग्रह वित्रिभ लग्नाच्या पूर्वेस असला म्हणजे त्याचें स्पष्ट लंबन धनात्मक असतें, व त्याच्या पश्चिमेस असला म्हणजे तें ऋणात्मक असतें. भूमध्यापेक्ष ग्रहस्थितीस स्पष्ट लंबनाचा संस्कार दिला म्हणजे भूपृष्ठापेक्ष स्थिति येते. त्याचप्रमाणें वित्रिभ लग्नाचे नतांश खस्वस्तिकाच्या ज्या दिशेस असतील, तीच दिशा क्रांतिवृत्ताच्या मानानें शराची असल्यास, नति शरांत मिळवावी, व विरुद्ध असल्यास वजा करावी; म्हणजे भूपृष्ठापेक्ष शर येतो.

भाग तिसरा.

अंतरिक्षांतील चमत्कार.

सायन, निरयनचैत्र व निरयनरैवत या पक्षांनीं ज्योतिश्चक्रांत निरनिराळीं आरंभस्थानें मानिल्यामुळें ग्रहांच्या स्थितीसंबंधानें त्यांचा मतभेद होतो, हें पूर्वीं आलेंच आहे. अंतरिक्षांतील चमत्कारांसंबंधानें असा मतभेद होण्याचें कारण नसतें. कारण ते चमत्कार एका विशिष्ट पक्षानेंच ज्या गोष्टींबद्दल आग्रह धरिला आहे अशा गोष्टींवर, म्हणजे विशिष्ट आरंभस्थान, संक्रांति, नक्षत्रें, योग, अधिकमास, क्षयमास, यांवर अवलंबून नसून, ते वर्तविण्यास सर्वपक्षसंमत अशा गोष्टींचेंच ज्ञान आवश्यक असतें. उदाहरणार्थ, ग्रहस्थितीसंबंधानें जरी या पक्षांचा मतभेद असला, तरी ग्रहगतीसंबंधानें नसतो. कारण गति म्हणजे दोन दिवसांच्या स्थितींमधील अंतर; व हें अंतर सर्व पक्षांच्या मतें एकच असतें. लंकोदय, सायन लग्न, क्रांति व शर हीं संपात व क्षेपपात यांपासून ग्रहाचें जें अंतर असतें त्यावर अवलंबून असल्यामुळें व हें अंतर सर्व पक्षांप्रमाणें एकच असल्यामुळें, एकच असतात. त्याचप्रमाणें ज्योतींची खगोलापेक्ष स्थिति—म्हणजे त्यांचे नतोन्नतांश, दिगंश, नतोन्नतकालांश—व तिच्यांत किंवा भगोलापेक्ष स्थितींतही अंतर पाडणारीं लंबनादि कारणें हीं सुद्धां सर्वांच्या दृष्टीनें तींच असतात. त्यांचें विवेचनाच्या सोईप्रमाणें त्या त्या स्थलीं स्पष्टीकरण झालेंच आहे. या भागांत येणारे चमत्कार ग्रहांच्या भगोलापेक्ष अंतरावर किंवा खगोलापेक्ष स्थितीवर

अवलंबून असल्यामुळें, त्यांसंबंधानें सुद्धां मतभेद होण्याचा संभव नाहीं. भगोलापेक्ष स्थितींतील अंतरावर अवलंबून राहणारे चमत्कार तिथि, करणें, ग्रहयुति, भग्रहयुति, ग्रहणें, दर्शनादर्शनें, उदयास्त व महापात हे होत. यांपैकीं तिथि, करणें, कदंबसूत्रीय ग्रहयुति व भग्रहयुति हे नुस्त्या भोगांतील अंतरावर अवलंबून असतात; भेदयुति व ग्रहणें भोगांतील व शरांतील अंतरावर अवलंबून असतात; आणि ध्रुवसूत्रीय युति, दर्शनादर्शनें हे ग्रहांच्या किंवा रवितारकांच्या विषुवांशांमधील अंतरावर व महापात रविचंद्रांच्या क्रांतींतील अंतरावर अवलंबून असतात. उदयास्त व शृंगोन्नति हे चमत्कार रविचंद्रांच्या खगोलापेक्ष स्थितीवर अवलंबून असतात. या सर्वांचा क्रमानें विचार करूं.

तिथि व करणें.

मध्यम रवि व चंद्र यांत १२ अंश अंतर पडलें म्हणजे मध्यम मानाची एक तिथि होते; व स्पष्ट रविचंद्रांत तितकें अंतर पडलें म्हणजे स्पष्ट मानाची एक तिथि होते. स्पष्ट रविचंद्रांमधील अंशात्मक अंतरास १२ नें भागिलें म्हणजे महिन्यांतील स्पष्ट गत तिथि येतात. महिन्यांतील पहिल्या १५ तिथि मिळून शुक्ल पक्ष व पुढील १५ तिथि मिळून कृष्ण पक्ष होतो. ३० तिथींत चंद्र सूर्यास ३६०° मागें सारून पुन्हां त्यास येऊन मिळतो.

तिथीचें अर्ध म्हणजेच करण. करणें बवबालवादि ११ आहेत. यांपैकीं शकुनि, चतुष्पद, नाग व किंस्तुघ्न हीं शेवटचीं चार करणें वद्य चतुर्दशीच्या उत्तरार्धापासून तों पुढील महिन्याच्या शुद्ध प्रतिपदेच्या प्रथमार्धाच्या अंतापर्यंत मात्र असतात. व बव, बालव,

कौलव, तैतिल, गर, वणिज व भद्रा या पहिल्या सात करणांचे शुद्ध प्रतिपदेच्या द्वितीयार्धापासून तों वद्य चतुर्दशीच्या पूर्वार्धाच्या अंतापर्यंत आठ फेरे होतात.

ग्रहयुति.

ग्रहांचे भोग तुल्य असतात तेव्हां त्यांची युति होते. इष्ट दिनीं दोन ग्रहांच्या अंतरकला त्यांच्या गत्यंतरकलांनीं किंवा त्यांपैकीं एक वक्री असल्यास त्यांच्या गतियोगकलांनीं भागून जो भागाकार येईल, तितक्या दिवसांनीं त्यांची युति गत झाली असें समजावें. मात्र हा नियम दोहोंपैकीं अल्पतर गतीच्या ग्रहाचा किंवा वक्रीभूत ग्रहाचा भोग दुसऱ्यापेक्षां कमी असतो तेव्हां मात्र लागू पडतो. अन्यथा युति तितक्याच दिवसांनीं गम्य आहे असें समजावें. दोन्ही ग्रह वक्र असल्यास त्यांपैकीं अल्पतर गतीच्या ग्रहाचा भोग दुसऱ्या ग्रहाच्या भोगापेक्षां कमी असेल तेव्हां युति व्हावयाची आहे, अधिक असेल तेव्हां ती गत आहे, असें समजावें.

वर सांगितलेली युति कदंबसूत्राच्या मानानें झाली. ध्रुवसूत्राच्या मानानें ग्रहयुति काढावयाची झाल्यास, कदंबसूत्रीय युति ज्या दिवशीं येईल त्या दिवशींचे दोन्ही कृतायनदृक्कर्मक ग्रह काढून त्यांचें अंतर काढावें; व त्यांस वरच्याप्रमाणेंच गत्यंतरानें किंवा गतियोगानें भागून गतगम्य दिवस काढावे.

युतिकालीं ग्रहांचें दक्षिणोत्तर अंतर काढण्याकरितां त्यांचीं युतिकालीन स्थानें काढून त्यांपासून त्यांचे शर एका दिशेचे असल्यास त्यांचें अंतर व भिन्न दिशांचे असल्यास त्यांचा योग करावा; म्हणजे त्या ग्रहांचें क्रांतिवृत्तीय याम्योत्तर अंतर येतें.

जेव्हां दोन ग्रह एकमेकांस भेदितात, तेव्हां त्यांची भेदयुति झाली असें म्हणतात. ती काढण्याकरितां ग्रहांचीं बिंबें माहित असलीं पाहिजेत.

भौमादि ग्रहांचीं कलात्मक मध्यम बिंबें—म्हणजे त्यांचे शीघ्र कर्ण त्रिज्यातुल्य असतांना त्यांचीं जीं बिंबें दिसतात तीं—खालीं दिलीं आहेत. रविचंद्रांच्या बिंबांचा ग्रहणप्रसंगीं विचार होईल.

मंगळ.	बुध.	गुरु.	शुक्र.	शनि.
४′ ४५″	६′ १५″	७′ २०″	९′	५′ २०″

शीघ्रकर्ण जेव्हां त्रिज्येपेक्षां कमी असतो, तेव्हां स्पष्ट बिंब मध्यम बिंबापेक्षां मोठें दिसतें; व तो मोठा असतो तेव्हां तें त्यापेक्षां लहान दिसतें. हा जो बिंबांचा उपचय व अपचय होतो, त्याचें परम मान मध्यम बिंबाच्या $\frac{1}{3}$ इतकें असतें. अपचयाचीं व उपचयाचीं मधील मानें अंत्यशीघ्रफलज्येस जर $\frac{1}{3}$ × मध्यम बिंब तर इष्टशीघ्रफलज्येस किती, या त्रैराशिकानें काढावीं; व तीं मध्यम बिंबांत ऋणधन करावीं; म्हणजे स्पष्ट बिंबें येतात.

हें साधन फारच स्थूल आहे. पाश्चात्य ज्योतिषाप्रमाणें भौमादि ग्रह त्यांच्या मध्यम मंदकर्णाइतक्या अंतरांवरून पाहिले असतां त्यांचीं बिंबें अनुक्रमें ७″. २८, १७″. २५, ३७″. ७४, २२″. ९६ व १७.″ ५ इतकीं दिसतात. ज्याअर्थीं अंतर व बिंब यांचा व्यस्त संबंध असतो त्याअर्थीं या मध्यम बिंबांस त्या मध्यम मंदकर्णांनीं गुणून शीघ्रकर्णांनीं भागल्यास स्पष्ट बिंबें येतात.

ग्रहांचें याम्योत्तर अंतर त्यांच्या बिंबमानैक्याच्या (बिंबमानैक्य म्हणजे दोन्ही बिंबांची बेरीज.) निम्यापेक्षां कमी असलें तर त्यांचीं बिंबें एकमेकांवर येऊन भेदयुति होते. हा प्रकार ग्रहणासारखाच आहे. सबब याचें पूर्ण स्पष्टीकरण ग्रहणप्रकरणीं होईल.

भग्रहयुति.

भग्रहयुति म्हणजे ताऱ्याची व ग्रहाची युति. प्रथम ग्रह कृतायनदृक्कर्मक करावा, व त्याचा शर स्फुट म्हणजे ध्रुवसूत्रीय करावा. मागील भागांत ताऱ्यांचे जे भोग व शर दिले आहेत, ते अनुक्रमें कृतायनदृक्कर्मक व स्फुट असेच आहेत. नंतर इष्ट ग्रहाच्या व इष्ट ताऱ्याच्या भोगांतील अंतरकला काढून त्यांस कलात्मक ग्रहदिनगतीनें भागावें. भागाकार येईल तितक्या दिवसांनीं युति गत झाली असें समजावें. ग्रहाचा भोग ताऱ्याच्या भोगापेक्षां कमी असेल, तेव्हां मात्र युति तितक्या दिवसांनीं पुढें व्हावयाची आहे असें समजावें. ग्रह वक्र असल्यास, वरील गतगम्याचा नियम विपर्ययानें समजावा.

नक्षत्र व ग्रह यांजमधील याम्योत्तर अंतर ग्रहयुतिप्रसंगीं सांगितल्याप्रमाणेंच काढावें.

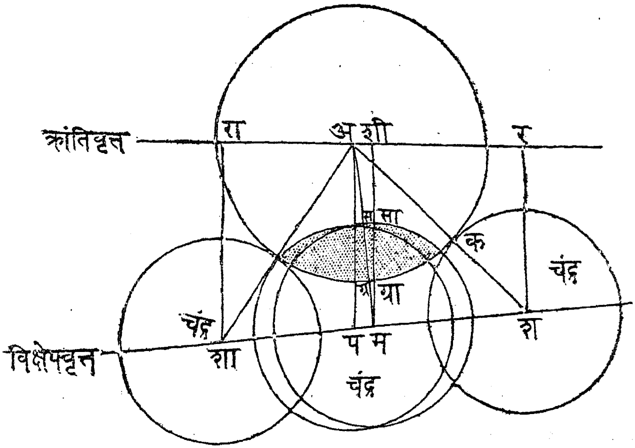
ग्रहणें.

ग्रहणें हीं ग्रहयुतींप्रमाणेंच आहेत. इतकेंच कीं, हीं सूर्यचंद्रांसारख्या मोठ्या, तेजस्वी व महत्त्वाच्या ज्योतींसंबंधानें असल्यामुळें यांचा ग्रहयुतींपेक्षां विस्तृत विचार करण्यांत येतो.

चंद्रग्रहण.

चंद्रग्रहण घडतें, तें पृथ्वीच्या छायेंत चंद्र आल्यामुळें घडतें.

तें कसें लागतें हें खालीं आकृति दिली आहे तिजवरून चांगलें लक्षांत येईल.



अ कः—भूभेचें मानार्ध (भूभा म्हणजे पृथ्वीची छाया.)

क शः—चंद्राचें मानार्ध.

श रः—स्पर्शकालींचा चंद्रशर.

शा राः—मोक्षकालींचा चंद्रशर.

प अ मः—विक्षेपवलन (म्हणजे अ या भूभामध्यापासून शा प म श या विक्षेपवृत्तावर काढिलेला लंब अ म व त्याच बिंदूपासून रा अ शी र या क्रांतिवृत्तास तिर्यक्—म्हणजे प्रत्येक बाजूस ९० अंशांचा कोण करणारी—काढिलेली रेषा अ प यांजमधील कोण.)

प मः—पर्वान्त व ग्रहणमध्यकाल यांच्या चंद्रस्थितींमधील अंतर.

प अः—पर्वान्तकालींचा चंद्रशर.

म श व म शाः—स्थित्यर्ध म्हणजे ग्रहणारंभापासून ग्रहणांता-पर्यंत चंद्रानें आक्रमिलेला भाग श शा याचा अर्ध.

ग्रा सः—ग्रास म्हणजे भूभेंत गेलेला चंद्रबिंबाचा भाग.

अ क हें भूभेचें मानार्ध व क श हें चंद्राचें मानार्ध यांच्या बेरजे-पेक्षां चंद्रशर जेव्हां लहान असतो, तेव्हांच ग्रहण लागतें. मोठा असल्यास लागणें शक्य नाहीं हें उघड आहे. म्हणून प्रथम चंद्र व भूभा यांच्या बिंबांचीं मानें काढिलीं पाहिजेत.

रविचंद्र व भूभा यांचीं बिंबें.

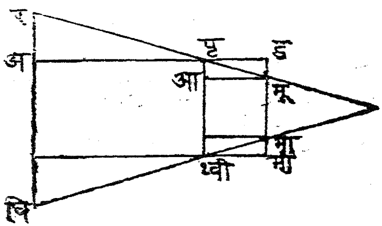
भारतीयांनीं आकाशाचा जो योजनात्मक परिधि मानिला आहे, त्यास सूर्याच्या व चंद्राच्या कल्पभगणसंख्यांनीं भागिलें म्हणजे त्यांच्या योजनात्मक कक्षा येतात, हें पहिल्या भागांत आलेंच आहे. या कक्षा अनुक्रमें ४३३१४९७$\frac{1}{2}$ व ३२४००० आहेत. त्यांवरून त्यांचे योजनात्मक कर्ण म्हणजे पृथ्वीपासूनचीं अंतरें काढितां येतात. हे कर्ण अनुक्रमें ६८९३७७ व ५१५६६ होत. परंतु हे कर्ण मध्यम मानाचे होत. ते सूक्ष्म करण्या-करितां प्रथम कलात्मक कर्ण स्फुट केले पाहिजेत. परम मंदफलाचीं मानें त्रिज्यातुल्य कर्ण असतेवेळचीं दिलेलीं असल्या-मुळें, त्यांपासून निघणारे कलाकर्ण स्थूल मानाचे असतात. म्हणून ते असकृत्कृतीनें स्पष्ट करावे लागतातः—म्हणजे आलेल्या कर्णास परम मंदफलानें गुणून व त्रिज्येनें भागून दुसरें परम मंदफल व त्यापासून दुसरा कर्ण आणि पुन्हां त्या कर्णापासून तिसरें परम मंदफल व तिसरा कर्ण, याप्रमाणें दोन लागोपाठ येणारे कर्ण अगदीं तुल्यप्राय होत तोंपर्यंत हें असकृत्कर्म चालू ठेवावें; म्हणजे बराच सूक्ष्म कर्ण येईल. सिद्धान्तशिरोमणींत सकृत्कर्मानें म्हणजे एकदमच कर्ण काढण्याची रीत दिली आहे, ती अशीः—

पहिल्यानें त्रिज्येपासून जो कर्ण निघतो तो त्रिज्येहून कमी असल्यास त्यांमधील अंतर त्रिज्येंत मिळवून व तो अधिक असल्यास तें अंतर तिजमधून वजा करून जें उत्तर येईल त्यास जर त्रिज्यातुल्य कर्ण तर त्रिज्येस किती, हें त्रैराशिक मांडून त्रिज्येच्या वर्गास त्या उत्तरानें भागावें; म्हणजे स्फुट कलाकर्ण येईल.

याप्रमाणें आलेला सूक्ष्म कलाकर्ण जर त्रिज्या व्यासार्ध असतां तर योजनात्मक व्यासार्ध असतां किती, या त्रैराशिकानें योजनात्मक स्फुट कर्ण येईल.

भारतीय ज्योतिषांत सूर्याचें बिंब ६५२२ योजनें, चंद्राचें बिंब ४८० योजनें व भूव्यास १५८१ योजनें मानिला आहे.

योजनात्मक भूभा काढावयाची रीत खालील आकृतीवरून उघड होईल:—



र वि हा योजनात्मक सूर्यव्यास, पृथ्वी हा योजनात्मक भूव्यास व भू भा ही चंद्रकक्षेंतील योजनात्मक भूछाया आहे. पृथ्वी या भूव्यासापेक्षां भूभा ही वरच्या बाजूनें पृ आ इतकी व खालील बाजूनेंही तितकीच कमी आहे. त्याच प्रमाणें सूर्यव्यास व भूव्यास यांमधील अंतर र अ च्या दुप्पट आहे. आतां र अ आ व पृ आ भू हे दोन त्रिकोण समकोण असल्यामुळें—

अ पृ म्हणजे पृथ्वीपासून सूर्याचें अंतर : र अ अथवा $\frac{1}{2}$ (सूर्यव्यास—भूव्यास) : : भू आ म्हणजे पृथ्वीपासून चंद्राचें अंतर : पृ आ अथवा $\frac{1}{2}$ (भूव्यास—चंद्रकक्षेंतील भूभा);

यावरून (भू०व्यास—चंद्रकक्षेंतील भूभा) हें अंतर निघतें. हें भू०व्यासांतून वजा केलें असतां चंद्रकक्षेंतील योजनात्मक भूभा निघते.

स्पष्ट रविचंद्रबिंबें व भूभाबिंब यांच्या योजनात्मक रूपांपासून कलात्मक रूपें खालील समीकरणावरून निघतात:—

$$\frac{\text{त्रिज्यारूप व्यासार्ध}}{\text{कलात्मक बिंब}} = \frac{\text{योजनात्मक व्यासार्ध अथवा कर्ण}}{\text{योजनात्मक बिंब}}$$

कर्णांशीं असलेल्या संबंधावरून बिंबांचीं रूपें न काढितां गतींशीं असलेल्या संबंधावरून काढावयाचीं असल्यास तीं खालील रीतीनें काढावीं:—

कर्ण त्रिज्येपेक्षां मोठा असल्यास कलात्मक ग्रहबिंब लहान व गतिही अल्प असते. कर्ण त्रिज्येपेक्षां लहान असल्यास याच्या उलट प्रकार असतो. बिंब व गति यांचा याप्रमाणें संबंध असल्यामुळें गतीवरूनही बिंब साधितां येतें. उदाहरणार्थ,

सूर्याची योजनात्मक दिनगति (ही ११८५९ योजनें असते.) : त्याचें योजनात्मक बिंब म्हणजे ६५२२: : कलात्मक गति : कलात्मक बिंब;

यावरून कलात्मक बिंब = $\frac{११}{२०}$ × कलात्मक गति. याचप्रमाणें—चंद्राची योजनात्मक गति (सूर्याइतकीच म्हणजे ११८५९) : त्याचें योजनात्मक बिंब म्हणजे ४८० : : कलात्मक गति : कलात्मक बिंब. ∴ कलात्मक बिंब = $\frac{३}{७४}$ कलात्मक गति.

सूर्य व चंद्र यांच्या बिंबांची कलात्मक मध्यम मानें अनुक्रमें ३२′–३१″–३३‴ व ३२′–०″–९‴ आहेत.

पाश्चात्य ज्योतिषांत बिंब कर्णाशीं व्यस्त प्रमाणांत व गतीच्या वर्गमूलाशीं सम प्रमाणांत असतें. त्यांतील मध्यम रविचंद्रबिंबें अनुक्रमें ३२′· २ व ३१′· २ आहेत.

चंद्रकक्षेंतील भूभेचें कलात्मक रूप काढण्याचा प्रकारः-प्रथम पृथ्वी व सूर्य यांच्या व्यासांचे योजनात्मक अंतरास कलात्मक रूप दिलें पाहिजे. वरील आकृतींत हें अंतर र अ च्या दुप्पट असून तें सूर्यकक्षेंत असल्यामुळें त्यास कलात्मक रूप देतांना कलात्मक व योजनात्मक सूर्यदिनगतींच्या परस्परप्रमाणाचा उपयोग केला पाहिजे. म्हणून— योजनात्मक रविदिनगति म्हणजे ११८५९ : रविगतिकला : : भूरविव्यासांतरयोजनें म्हणजे ४९४१ (रविव्यास ६९२२–भूव्यास १९८१): कलात्मक भूरविव्यासान्तर; या त्रैराशिकानें जें कलात्मक भूरविव्यासान्तर येतें त्याच्या इतक्याच कला अर्थात् भूबिंब व भूभा यांच्या अंतराच्या झाल्या. कारण या त्रैराशिकानें येणाऱ्या भूरविव्यासान्तरकला=

$$\frac{\text{रविगतिकला} \times \text{भूरविव्यासांतरयोजनें}}{\text{रविदिनगतियोजनें.}}$$; व त्याचप्रमाणें—

$$\text{भूभाभूव्यासांतरकला} = \frac{\text{चंद्रगतिकला} \times \text{भूभाभूव्यासांतरयोजनें}}{\text{चंद्रदिनगतियोजनें}}$$

परंतु ज्याअर्थी—

$$\frac{\text{भूरविव्यासांतरयोजनें}}{\text{भूभाभूव्यासांतरयोजनें}} = \frac{\text{पृथ्वीपासून सूर्याचें योजनात्मक अंतर}}{\text{पृथ्वीपासून चंद्राचें योजनात्मक अंतर}}$$

$$= \frac{\text{चंद्राची कलात्मक दिनगति}}{\text{सूर्याची कलात्मक दिनगति}},$$ व ज्याअर्थीं चंद्रसूर्यांची योजनात्मक दिनगति सारखीच आहे, त्याअर्थीं—

$$\frac{\text{रविगतिकला} \times \text{भूरविव्यासांतरयोजनें}}{\text{रविदिनगतियोजनें}} = \frac{\text{चंद्रगतिकला} \times \text{भूभाभूव्यासांतरयोजनें}}{\text{चंद्रदिनगतियोजनें}}$$

$\therefore$ भूरविव्यासांतरकला = भूभाभूव्यासांतरकला.

भू ड ही रेषा आ पृबरोबर करा. भू भा ही रेषा खालील बाजूनेंही भू डइतकीच वाढवा.

आपण चंद्रकक्षेंत असलेलें पृथ्वीयेवढें ड मा हें बिंब भूमध्यापासून पाहिलें तर त्याचें कलात्मक मान काय दिसेल तें काढूं.

चंद्रगतियोजनें म्हणजे ११८५९ : चंद्रगतिकला :: भूव्यासयोजनें : चंद्रकक्षांतर्गतभूव्यासकला ∴ चंद्रकक्षांतर्गतभूव्यासकला $= \dfrac{\text{चंद्रगतिकला} \times \text{भूव्यासयोजनें}}{\text{चंद्रगतियोजनें}}$

आतां भूभाकला = कलात्मक ड मा – २ × कलात्मक ड भू. परंतु कलात्मक ड मा म्हणजे नुक्त्याच काढिलेल्या चंद्रकक्षांतर्गतभूव्यासकला होत; व ड भू $= \frac{1}{2}$ भूभाभूव्यासांतरकला $= \frac{1}{2}$

भूरविव्यासांतरकला $= \frac{1}{2} \times \dfrac{\text{रविगतिकला} \times \text{भूरविव्यासांतरयोजनें}}{\text{दिनगतियोजनें}}$

∴ भूभाकला =

$$\frac{\text{चंद्रगतिकला} \times \text{भूव्यासयोजनें}}{\text{दिनगतियोजनें}} - \frac{\text{रविगतिकला} \times \text{भूरविव्यासांतरयोजनें}}{\text{दिनगतियोजनें}}$$

याप्रमाणें कलात्मक भूभा निघते. इलाच राहु म्हणतात.

याप्रमाणें चंद्रकक्षांतर्गतभूव्यासकला व भूभाभूव्यासांतरकला यांच्या अंतराबरोबर त्याच कक्षेंतील भूभाकला असतात. भारतीय ज्योतिषांतील चंद्रकक्षांतर्गतभूव्यासकला व भूभाभूव्यासांतरकलांचीं मानें मध्यम चंद्रगति असतां अनुक्रमें १०६′ व २९′ आहेत, व भूभेचें मध्यम मान अर्थात् ८१′ आहे. भूभेची पाश्चात्य सारणी २ चंद्रपरमलंबन—रविबिंब ही असून मध्यम परमलंबन व मध्यम रविबिंब यांचीं मानें अनुक्रमें ५७′. २ व ३२′. २ हीं आहेत; व

मध्यम भूभा अर्थात् ८२′. २ आहे. भारतीय ज्योतिषांतील योजनात्मक मानें कलात्मक मानांस जुळतील अशींच घेतल्यामुळें त्यांचीं फळें पाश्चात्य फलांशीं जुळतात. आतां ग्रहणसंभवाकडे वळूं.

ग्रहणसंभव.

शरसाधन सपात ग्रहाच्या भुजज्येपासून करितात, हें मागील भागांत आलेंच आहे. आतां पर्वांतकालीं, म्हणजे ज्या कालीं रवि व चंद्र यांच्या भोगांच्या समकला असतात त्या कालीं, त्यांजमधील अंतर ६ राशि असल्यामुळें त्यांचा भुज एकच असतो. म्हणून सपात सूर्यापासून काढिलेला शर सपात चंद्रापासून काढिलेल्या शराच्या बरोबर असतो.

कल्पांत सूर्याचे व चंद्रपाताचे जितके भगण होतात, त्यांची बेरीज ४५५२३१११६८ होते. इला १२ नें गुणिल्यास राशि ५४६२७७३४०१६ येतात. यांस कल्पचांद्रमाससंख्येनें म्हणजे ५३४३३३०००० नें भागिल्यास एका चांद्र मासांतील सपात सूर्याची गति १ राशि ० अंश ४० कला इतकी येते. इनें कल्पांतील गत चांद्र मासांस गुणून त्यांत चालू मासाच्या आरंभापासून पौर्णिमेपर्यंतच्या १५ दिवसांच्या पात-रविगतींची बेरीज १५ अंश मिळविली असतां मध्यम सपात सूर्य येतो. यामध्यें व स्पष्ट सपात सूर्यामध्यें कधीं कधीं सुमारानें २ अंशांपर्यंतही अंतर असूं शकतें; म्हणजे मध्यम सपात सूर्य जेव्हां १४ किंवा ७ अंश असतो, तेव्हां स्पष्ट सपात सूर्य अनुक्रमें १२ किंवा ९ अंशही आढळून येण्याचा संभव असतो. सबब मध्यम सपात सर्यांत २ अंश मिळवून त्याचा भुज काढावा; व त्या भुजापासूनं व चंद्रपरमशरापासून पर्वकालिक चंद्रशर साधावा.

पर्वकालिक चंद्रशर रविचंद्रबिंबांच्या योगार्धापेक्षां कमी असतो तेव्हां चंद्रग्रहण लागतें, हें पूर्वी आलेंच आहे. चंद्रबिंब व भूभा

यांचें मध्यम मानैक्यार्ध ५६ कला असतें. इतका शर होण्यास स्पष्ट सपात सूर्याचा भुज १२ अंश म्हणजे मध्यम सपात सूर्याचा ज्यास्तींत ज्यास्ती भुज १४ अंश असावा लागतो. तो तसा असला म्हणजे ग्रहणाचा संभव आहे, व तो त्यापेक्षां अधिक असला तर ग्रहण होणार नाहीं असें समजावें.

याप्रमाणेंच सर्वांत कमी मानैक्यार्ध ५१ कला असतें. इतका शर होण्यास स्पष्ट सपात सूर्याचा भुज ९ अंश म्हणजे मध्यम सपात सूर्याचा कमींत कमी भुज ७ अंश असावा लागतो. ह्यापेक्षां कमी असल्यास ग्रहण खात्रीनें घडणार असें समजावें.

ग्रहणमध्य.

पर्वान्तकाल म्हणजे सूर्य व चंद्र यांमध्यें बरोबर ६ राशि अंतर असतें तो काल. हा काल नेहमीं ग्रहणमध्यकालाशीं तुल्य असतो असें नाहीं. ग्रहणमध्यकाल म्हणजे स्पर्शकाल व मोक्ष-काल यांजमधील अंतराचा मध्य, अर्थात् भूभामध्यापासून चंद्र-कक्षेवर ज्या स्थानीं लंब पडतो त्या स्थानीं चंद्र येण्याचा काल; व पर्वांतकाल म्हणजे भूभेच्या मध्यबिंदूवर चंद्रशर ज्या काळीं पडतो तो काल. तो लंब व हा शर या दोन रेषांमधील जो कोण असतो त्यास विक्षेपवलन म्हणतात. या चापात्मक रेषा अनुक्रमें चंद्रकक्षेचा उत्तर बिंदु व कदंब यांस जाऊन मिळतात. या दोन बिंदूंस सांधणारा चाप परमशरतुल्य असतो. हा प्रकार अयनवलना-सारखा आहे. विक्षेपवलनाचें साधनही अयनवलनाप्रमाणेंच असतें. म्हणजे विक्षेपवलनज्या=परमशरज्या×सपातचंद्रकोटिज्या.

विक्षेपवलनासमोर चंद्रकक्षेवर जो चाप असतो, त्याचे अंशांची भुजज्या=चंद्रशरज्या × चंद्रविक्षेपवलनज्या. हा चाप किंवा त्याच्या जोडीचें क्रांतिवृत्तखंड अ शी म्हणजेच पर्वांतकालीन

व ग्रहणमध्यकालीन चंद्रस्थितींतील अंतर होय. या दोन स्थितीं-मध्यें जो काळ जातो तो सपातसूर्यभुजाच्या प्रत्येक अंशास २ पळें इतकाच व म्हणून फार अल्प असल्यामुळें तो आपल्या ज्योतिषांत जमेस धरिला नाहीं. त्यांत पर्वांतकाल तोच ग्रहण-मध्यकाल मानिला आहे. असो. या कालाचा संस्कार पर्वांत-कालास केला म्हणजे ग्रहणमध्यकाल येतो.

स्पर्श व मोक्ष.

स्पर्शकालापासून ग्रहणमध्यकालापर्यंत जितका काल लोटतो तितकाच त्यानंतर मोक्षकालापर्यंत लोटावयाचा असतो. स्पर्श-कालापासून मध्यकालापर्यंत किंवा मध्यकालापासून मोक्षकालापर्यंत जो काळ जातो, त्या काळांत चंद्र स्वकक्षेचा जितका भाग चालून जातो त्यास स्थित्यर्ध किंवा स्थितिखंड म्हणतात.

चंद्रग्रहणाची जी आकृति वर दिली आहे, तींत अ क हें भूभेचें मानार्ध, क श हें चंद्रबिंबाचें मानार्ध व अ श हे दोघांचें मानैक्यार्ध आहे; आणि श र हा स्पर्शकालिक चंद्रशर आहे. अ र श हा काटकोन आहे. म्हणून मानैक्यार्धवर्गांतून चंद्रशरवर्ग वजा करून उरलेल्या बाकीचें वर्गमूळ काढिलें असतां अ र हें सुमाराचें स्थित्यर्ध म्हणजे चंद्रानें स्पर्शकालापासून मध्यकालापर्यंत आक्रमिलेल्या कला निघतात. त्या कला आक्रमण्यास चंद्रास किती काल लागतो हें रविचंद्रगत्यंतरावरून काढितां येतें; व त्यापासून स्पर्शकाल व मोक्षकालही निघतो. स्पर्शकालिक शर माहित नसल्यामुळें मध्यका-लिक शरापासूनच हें साधन करावें लागतें. यामुळें हीं सर्व फलें स्थूल असतात.

मध्यकालीन ग्रास.

चंद्रग्रहणाच्या आकृतींत अ प्र हें भूमानार्ध व स म हें चंद्र-बिंबमानार्ध आहे. यांची बेरीज अ स + २ स प्र + प्र म ही आहे.

इच्यांतून (सुमाराचा) चंद्रशर अ म (म्हणजे अ स + स ग्र + ग्र म) वजा केला असतां बाकी स ग्र रहातें. हाच ग्रास होय. हा ग्रास म्हणजे (मानैक्यार्ध—शर) जेव्हां चंद्रबिंबापेक्षां अधिक असतो तेव्हां ग्रहण खग्रास असतें.

संमीलन व उन्मीलन.

खग्रास ग्रहणांत ज्या काळीं चंद्रबिंबाचा भूभेमध्यें पूर्णपणें प्रवेश होऊन तिच्या आंतील बाजूस त्याच्या पाठीमागच्या अग्राचा स्पर्श होतो, त्या काळास संमीलनकाल म्हणतात. पूर्ण-ग्रस्त चंद्रबिंब भूभेंतून बाहेर पडण्याच्या पूर्वीं त्याच्या पुढील अग्राचा भूभेच्या आंतील बाजूस ज्या काळीं स्पर्श होतो त्या काळास उन्मीलनकाल म्हणतात. या दोन कालांच्या व मध्यकालाच्या मधील स्थित्यर्धास अनुक्रमें आद्य व अंत्य मर्द-स्थितिखंडें म्हणतात. ग्रहणमध्यकालापासून स्पर्शकाल काढि-तांना ज्याप्रमाणें मानैक्यार्ध एका काटकोन त्रिकोणांतील कर्णाचे ठिकाणीं असतें त्याप्रमाणें मर्दखंड काढितांना मानांतरार्ध कर्णरूप व पूर्ववत् शर कोटिरूप असून त्यांपासून मर्दखंड, संमीलनकाल व उन्मीलनकाल काढितां येतात. परंतु हेही वर दिलेल्या कारणा-मुळें स्थूल असतात.

स्पर्शकाल, मोक्षकाल, संमीलनकाल, उन्मीलनकाल सूक्ष्म काढावयाचे असल्यास प्रथम ते काल स्थूल साधून नंतर त्या काळचे चंद्र, पात व शर साधून त्यांपासून पुन्हा तेच पण सूक्ष्मतर काल काढावे. याप्रमाणें ते काल स्थिर होत तोंपर्यंत पुनःपुनः करावें; म्हणजे सूक्ष्म काल निघतात.

इष्टकालिक ग्रास.

चंद्रग्रहणविचारांत इष्टकालिक चंद्र व मध्यस्थिति यांच्या दरम्यान जे अंश असतात त्यांस भुज, शरास कोटि आणि चंद्र व

भूभा यांच्या मध्यबिंदूंस सांधणाऱ्या रेषेस कर्ण म्हणतात. स्पर्शानंतर व मोक्षापूर्वी केव्हांही भुज किती आहे हें निघालें म्हणजे त्यावरून रविचंद्रगत्यंतराच्या साहाय्यानें मध्यस्थिती-पर्यंत किती काल आहे हें काढितां येतें, व कर्णही काढितां येतो.

स्थितिखंडकालांतून स्पर्शकाल (किंवा मोक्षकाल) व इष्टकाल यांजमधील अंतर वजा करून घटिकात्मक अवशेषास गत्यं-तरांशांनीं गुणिलें असतां भुजकला येतात. त्यांचा व शर-कलांचा वर्ग करून आणि दोन्ही वर्गांची बेरीज करून तिचें वर्गमूळ काढिलें असतां कर्ण (म्हणजे भूभा व चंद्रबिंब यांच्या मध्यांतील अंतर) निघतो.

मानैक्यार्धांतून इष्टकालिक कर्ण वजा केल्यास इष्टकालिक ग्रास निघतो. याचें स्पष्टीकरण करण्याची जरूर नाहीं. तें वरील आकृतीवरून उघड होईल.

स्पर्शमोक्षदिशा.

यानंतर स्पर्श कोणत्या दिशेनें होतो हें काढावयाचें. भूभेच्या पूर्वोन्मुख गतीपेक्षां चंद्राची पूर्वोन्मुख गति अधिक असल्यामुळें चंद्र भूभेंत पश्चिमेकडून प्रवेश करितो, व त्याच्या बिंबास पूर्वेकडून ग्रहण लागतें. पण तें त्या बिंबाच्या थेट पूर्वेस लागत नाहीं. चंद्र-बिंबास भूभेचा स्पर्श होतो, तो स्पर्शकालीं त्याच्या व भूभेच्या मध्यबिंदूंस सांधणाऱ्या रेषेंत असणाऱ्या त्याच्या अग्राशीं होतो. या अग्रावर पडणारा चंद्रबिंबव्यासार्ध व चंद्रकक्षा यांमधील कोण म श क हा आहे. त्याची भुजज्या $\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{शर}}{\text{मानैक्यखंड}}$ ही आहे. चंद्रकक्षेच्या पूर्वबिंदूपासून या कोणाइतक्या अंतरावर उत्तरेस स्पर्श होतो. ग्रास दक्षिणेस असल्यास मात्र स्पर्श पूर्वबिंदूच्या दक्षिणेस होतो. आतां

आपणांस स्पर्शदिशा काढावयाची ती आपण ज्या स्थळीं आहोंत त्याच्या मानानें काढावयाची असते. म्हणून आपणांस चंद्रकक्षेचा पूर्वबिंदु व आपल्या स्थलाचा पूर्वबिंदु यांजमधील अंतर काढिलें पाहिजे. हें अंतर अर्थात् दोहोंच्या उत्तरबिंदूतील अंतराइतकेंच असतें. आतां चंद्रस्थानापासून चंद्रकक्षेचा उत्तरबिंदु व कदंब यांजवर जाणाऱ्या सूत्रांमध्यें चंद्राचें विक्षेपवलन, कदंब व ध्रुव यांजवर जाणाऱ्या सूत्रांमध्यें अयनवलन व ध्रुव आणि इष्ट स्थलाचा उत्तरबिंदु यांजवर जाणाऱ्या सूत्रांमध्यें अक्षवलन असल्यामुळें हे तिन्ही संस्कार चंद्रकक्षेच्या उत्तरबिंदूस केले म्हणजे इष्ट स्थलाची उत्तरदिशा येते, व पूर्वबिंदूस केल म्हणजे पूर्वदिशा येते. चंद्रकक्षेच्या पूर्वदिशेपासून किती अंतरावर स्पर्श झाला हें आपणांस माहित असल्यामुळें स्वस्थलाच्या पूर्वेपासून तो किती अंतरावर झाला हें अर्थात्च काढितां येतें. मोक्षदिशासाधनही या प्रकारेंच करावें. अंतर इतकेंच कीं मोक्ष बिंबाच्या पश्चिमेकडून होत असल्यामुळें मोक्षदिशेचें उत्तर किंवा दक्षिण अंतर काढावयाचें तें पश्चिमबिंदूपासून काढावयाचें असतें. ग्रहणप्रसंगीं पात चंद्राच्या फार जवळ असल्यामुळें विक्षेपवलन परम शराच्या जवळ जवळच असतें. म्हणून दिक्-साधनार्थ विक्षेपवलनाचा संस्कार देण्याऐवजीं परम शराचा दिल्यास चालतें.

सूर्यग्रहण.

चंद्रग्रहणाची चांगली कल्पना आली म्हणजे सूर्यग्रहण समजण्यास सोपें जातें. पहिल्यापेक्षां दुसऱ्यांत जे विशेष आहेत ते खालीं देतों:—

ग्रहणसंभव.

चंद्रास ग्रहण लागतें तें त्याचें बिंब भूभेमधून गेल्यामुळें लागतें. सूर्यास ग्रहण लागतें तें सूर्यबिंबाच्या आड चंद्रबिंब आल्यानें लागतें; म्हणजे सूर्यग्रहण होण्यास सूर्यबिंब व चंद्रबिंब यांच्या मानैक्यार्धापेक्षां चंद्रशर कमी असावा लागतो. हें मानैक्यार्ध मध्यम मानानें ३२ कला असतें. चंद्रशर ३२ कला होण्यास व त्यामुळें ग्रहणसंभव असण्यास सपातसूर्यभुज ७ अंश असावा लागतो. परंतु ग्रहणसंभव बघण्यापूर्वी सपात सूर्यास दोन संस्कार ज्यास्त द्यावे लागतात. चंद्रग्रहण पौर्णिमेस व सूर्यग्रहण अमावास्येस होत असल्यामुळें सूर्यग्रहणकालीं सपात सूर्य चंद्रग्रहणकालापेक्षां पंधरा दिवसांच्या पातरविवियोगानें म्हणजे १५ अंशांनीं अधिक असतो. हे अंश मिळून येणारा सपातसूर्यभुज सपात सूर्य (म्हणजे सपात चंद्रच) उत्तर गोलांत असतां उत्तर, अथवा दक्षिण समजावा. दुसरें असें कीं सूर्यग्रहणांत नतिसंस्कृत शर घ्यावा लागत असल्यामुळें सपात सूर्यास दुसराही एक संस्कार करावा लागतो.

लग्न व त्रिभोन लग्न यांजमध्यें तीन राशींचें अंतर असतें. लग्न व सूर्य यांमध्यें जें क्रांतिवृत्तावर अंतर असतें त्यास विषुववृत्तावरील रूप देऊन त्याच्या घटिका केल्यास त्या लग्नाच्या मानानें उन्नत घटिका होतात. त्याचप्रमाणें सूर्य व त्रिभोन लग्न यांतील क्रांतिवृत्तीय अंतरास विषुववृत्तीय करून त्याच्या घटिका केल्यास त्या त्रिभोन लग्नाच्या मानानें नत घटिका होतात. याच्या उलट त्रिभोनलग्नीय नत घटिकांपासून त्रिभोन लग्न व सूर्य यांतील अंतर निघतें. आतां प्रथम इष्टकालच्या नतकालघटिका आणाव्या. या ६ नें भागून येतात. यांनाच तूर्त

स्थूल मानानें त्रिभोनलग्नीय नत घटिका समजण्यास हरकत नाहीं. नंतर ज्याअर्थी त्रिभोनलग्नीय नत घटिकांच्या चतुर्थांशतुल्य लंबन असतें, त्याअर्थी आलेल्या घटिकांत लंबनार्थ त्यांचा चतुर्थांश मिळवावा. नंतर ज्याअर्थी ५–६ घटिकांनीं सुमारानें एक एक राशि याप्रमाणें राशिचक्र भ्रमण करितें, त्याअर्थी त्या बेरजेस ५ नें भागावें; म्हणजे सूर्य व त्रिभोन लग्न यांमध्यें असलेल्या राशि सुमाराच्या येतात. त्या पूर्वाह्ण असतां सूर्यांत वजा कराव्या, व अपराह्ण असल्यास त्यांत मिळवाव्या; म्हणजे सुमारानें वित्रिभ लग्न येतें. सुमारानें म्हणावयाचें कारण असें कीं आपण लंबनसंस्कार दिला आहे तो त्रिभोनलग्नीय नत घटिकांस न देतां नतकालघटिकांस दिला आहे. असो; आलेल्या वित्रिभ लग्नाची क्रांति काढून तिला मध्यान्हकालिकरविनतांशसाधनां-तल्याप्रमाणें अक्षांशांचा संस्कार केला म्हणजे सुमारानें त्रिभोन लग्नाचे नतांश येतात.

येथें सुमारानें म्हणण्याचें कारण जरा विस्तारानें दिलें पाहिजे. आपण ज्या स्थलीं आहोंत तेथील याम्योत्तरलग्नविषुवांश व अक्षांश हे तेथील खस्वस्तिकाचे अनुक्रमें विषुवांश व क्रांति होत; व त्रिभोन लग्न व त्याचे नतांश हे त्या खस्वस्तिकाचे अनुक्रमें सायन भोग व व्यस्तदिक् (भिन्न दिशेचा, म्हणजे नतांश दक्षिण असल्यास शर उत्तर व ते उत्तर असल्यास शर दक्षिण) शर होत. इष्टकालीन लग्नापासून त्याचे विषुवांश व त्यांतून तीन राशि वजा केल्यास याम्योत्तरलग्नविषुवांश निघतात; व आपल्या स्थलाचे अक्षांश आपणांस माहित असतातच. या दोन राशीं-पासून विषुवांशक्रांतींपासून सायनभोगशर काढावयाच्या रीतीनें त्रिभोन लग्न व त्याचे नतांश निघूं शकतात. या नतांशांचें दुसरेंही एक साधन आहे. हे नतांश व याम्योत्तरवृत्त यांज-

मधील कोण अग्राचापाच्या बरोबर (कारण खस्वस्तिकापासून क्षितिजस्थ लग्नावर जाणारा चाप समवृत्ताच्या पूर्वबिंदूपासून जितक्या अंतरावर असतो तितक्याच अंतरावर खस्वस्तिकापासून त्रिभोन लग्नावरून क्षितिजापर्यंत जाणारा चाप समवृत्ताच्या दक्षिणबिंदूपासून असतो.) असून त्याचे कोटिस्थानीं ते नतांश व कर्णस्थानीं खस्वस्तिक व याम्योत्तरलग्न यांच्यामधील अंतर असतें. क्षितिजस्थ लग्नापासून त्याच्या जोडीचे विषुवांश काढून त्यांमधून ९० अंश वजा केले म्हणजे याम्योत्तरलग्नविषुवांश निघतात हें वर आलेंच आहे. त्यांपासून याम्योत्तरलग्न काढून त्याच्या क्रांतीस अक्षांशांचा संस्कार दिला म्हणजे खस्वास्तिक व याम्योत्तरलग्न यांमधील अंतर येतें. त्याच्या भुजज्येस अग्रेनें गुणून त्रिज्येनें भागिल्यास याम्योत्तरलग्न व त्रिभोन लग्न यांमधील अंतराची भुजज्या येते. याप्रमाणें खस्वास्तिक, त्रिभोन लग्न व याम्योत्तरलग्न या बिंदूंमधील चापांनीं होणाऱ्या त्रिकोणांतील कर्ण व भुज समजल्यावर त्यांपासून कोटिस्थानीं असलेले त्रिभोनलग्ननतांशही साधितां येतात. ते वित्रिभ लग्नाची क्रांति व अक्षांश यांच्या अंतरानें साधितां येणार नाहींत. कारण हें अंतर त्याच अग्राचापाचे कोटिस्थानीं असून त्रिभोनलग्ननतांश हे कर्णस्थानीं आहेत. मात्र हिंदुस्थानांतील परम अग्राचापाच्या कोटिज्येचें कर्णाशीं गुणोत्तर सारे $\frac{५}{६}$ च असल्यामुळें तें प्रस्तुतसारख्या स्थूल साधनांत उपेक्षिण्यास हरकत नाहीं. येथपर्यंत स्थूल त्रिभोनलग्ननतांशांचें साधन झालें. यानंतर त्रिज्येस जर चंद्राची परमलंबनतुल्य नति म्हणजे ४८′ ४६″ तर ४५ अंशांच्या (४९° अंशांपर्यंत कोण व भुजज्या यांच्या वाढीचें प्रमाण सामान्यतः सारखें असतें. त्यांहून अधिक नतांशांचा विचार करण्याचें दाक्षिणात्यांस कारण नसतें. कारण

त्यांहून अधिक नतांश २२ हून अधिक अक्षांश असतांना मात्र संभवतात.) भुजज्येस किती, या त्रैराशिकानें तितक्या अंशांची नति ३४′ ३०″ इतकी येते. परंतु ७० कला नति व्हावयास १५ अंश भुज असावा लागतो तर वर आलेल्या नतीइतका शर होण्यास किती भुज पाहिजे, या त्रैराशिकानें ७ अंश २४ कला हें उत्तर येतें. हे भुजांश सुमारानें ४५ भुजांशांच्या $\frac{1}{6}$ आहेत. यावरून भुजांश स्थूल मानानें नतांशांच्या $\frac{1}{6}$ धरण्यास हरकत नाहीं हें उघड झालें. सबब नुक्तेच आलेल्या इष्टकालिक त्रिभोनलग्न-नतांशांचा सहावा हिस्सा घेऊन त्याची व सपातसूर्यभुजाची दिशा एक असल्यास तो त्यांत मिळवावा; तसें नसल्यास वजा करावा; म्हणजे सपात सूर्य ग्रहणसंभव पाहण्यास योग्य होतो. संस्कृतसपातसूर्यभुजांश जर ७ अंशापेक्षां कमी असतील तर सूर्यग्रहणाचा संभव आहे असें समजावें. कारण रविचंद्रांचें मध्यम मानैक्यार्ध ३२ कला आहे; व चंद्रशर इतका होण्यास सपात-सूर्यभुज ७ अंश असावा लागतो.

वर दिलेलें साधन सिद्धांतशिरोमणींतील आहे. त्यावरून भारतीय ज्योतिषी साधन सुलभ करण्याकरितां कोणत्या युक्त्या करितात, याची साधारण अटकळ होईल.

चंद्रग्रहणांत लंबनाची आवश्यकता नसून सूर्यग्रहणांत ती असते, याचें कारण असें कीं, चंद्रग्रहणप्रसंगीं भूभा व चंद्रबिंब हीं एकाच कक्षेंत असतात, यामुळें लंबनाचा परिणाम दोघांवर सारखा होतो; परंतु सूर्यग्रहणांत चंद्र व सूर्य हे भिन्न कक्षांतील ग्रह असल्यामुळें, ते भूमध्यापासून जरी एकावर एक असलेले दिसले, तरी (ते खस्वस्तिकाजवळ नसल्यास) भूपृष्ठापासून तसे दिसत नाहींत; तर त्यांच्या स्थानांमध्यें दोघांच्या लंबनांतील अंतराइतकें अंतर दिसून येतें. वर परम लंबन हे शब्द योजिले आहेत ते दोघांच्या

परम लंबनांतील अंतर या अर्थींच योजिले आहेत. हें अंतर अर्थात् उभयतांच्या गतींमधील अंतराच्या $\frac{१}{१५}$ शीं तुल्य असतें.

दर्शान्तकालीं (अमावास्येच्या अंतीं) जें घटिकात्मक लंबन उत्पन्न होतें, तें सूर्य वित्रिभ लग्नापेक्षां कमी असल्यास दर्शान्त-घटिकांत मिळवावें, व सूर्य वित्रिभ लग्नापेक्षां अधिक असल्यास तें त्या घटिकांत वजा करावें. याप्रमाणें आलेल्या लंबनसंस्कृत दर्शान्तकालापासून लग्न व त्यापासून वित्रिभ लग्न आणून त्यापासून पुन्हां घटिकात्मक लंबन साधावें; व त्याचा दर्शान्तकालास संस्कार करावा. दर्शान्तकाल पूर्णपणें स्थिरावेपर्यंत हें दर्शांतकालसंस्काराचें काम चालू ठेवावें; म्हणजे सूक्ष्म ग्रहणमध्यकाल येतो. दुसऱ्या भागांत लंबनविचारप्रसंगीं जो लंबनाच्या ऋणधनत्वाबद्दल नियम दिला आहे, त्याच्या उलट नियम येथें देण्याचें कारण इतकेंच कीं येथें ग्रहस्थान साधावयाचें नसून दर्शान्तकाल साधावयाचा आहे.

सूर्यग्रहणांतील स्थित्यर्धमर्दार्ध चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच आणावयाचें मात्र तें आणितांना भूभा व चंद्रबिंब यांच्या मानैक्यार्धाबद्दल रविबिंब व चंद्रबिंब यांचें मानैक्यार्ध समजावयाचें. अंशात्मक स्थित्यर्धापासून घटिकात्मक स्थित्यर्ध चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढावें.

स्पर्शकाल काढावयाचा असल्यास तिथ्यंतकालांत घटिकात्मक स्थित्यर्ध वजा करून, व मोक्षकाल साधावयाचा असल्यास मिळवून, तत्कालिक घटिकात्मक लंबन साधावें, व त्याचा कालात्मक-स्थित्यर्धसंस्कृत तिथ्यंतकालास संस्कार करावा; म्हणजे स्थूल स्पर्शकाल किंवा मोक्षकाल येतो. तो व मध्यस्थितिकाल यांमधील अंतर स्थूल कालात्मक स्थित्यर्ध झालें. तेवढ्या कालांत होणाऱ्या चंद्रगतीच्या अंशांचा समकल चंद्रास क्षत्रात्मक संस्कार करून त्याचा शर काढावा, व तत्कालिक वित्रिभोत्पन्न नतीचा त्यास संस्कार देऊन त्या शरापासून अंशात्मक, व त्यापासून घटिकात्मक स्थित्यर्धे

काढावें. त्या स्थित्यर्धांचा गणितानें आलेल्या दर्शांतकालास पुन्हां संस्कार करावा; व येणाऱ्या कालास वर आलेल्या घटिकात्मक लंबनाचा संस्कार द्यावा. याप्रमाणें वारंवार करून जो काल येईल तो स्पष्ट स्पर्शकाल किंवा मोक्षकाल जाणावा.

याचप्रमाणें मर्दखंडापासून संमीलनकाल व उन्मीलनकालही चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढितां येतात. मात्र ते पौनःपुन्यानें सूक्ष्म केले पाहिजेत.

त्याचप्रमाणें भुज, कोटि, ग्रास वगैरे प्रकारही चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढावे. मात्र त्यांनाही नतिसंस्कृतशरोत्पन्नस्थित्यर्धापेक्षेनें स्फुट केलें पाहिजे. भुजाचें स्पष्टीकरण स्फुट स्थित्यर्धास जर येवढा भुज तर तत्कालिक स्फुटशरोत्पन्न स्थित्यर्धास किती, या त्रैराशिकानें होतें.

सूर्यग्रहणांत स्पर्श पश्चिमेकडून व मोक्ष पूर्वेकडून होतो. स्पर्शमोक्षदिशा काढितांना विक्षेपवलनाचा संस्कार द्यावा लागत नाहीं; फक्त अयनवलन व अक्षवलन हे संस्कार द्यावे लागतात. याचें कारण असें कीं, प्रथम जी दिशा येते ती क्रांतिवृत्तसंबंधी असते.

दर्शनादर्शनें.

ग्रह सूर्याच्या फार जवळ आल्यास दिसेनासा होतो, व त्यापासून कांहीं दूर गेल्यावर पुन्हां दिसूं लागतो. या चमत्कारास आपल्या ज्योतिषग्रंथांत अस्तोदय म्हटलें आहे. परंतु त्याच ग्रंथांत उदय व अस्त या शब्दांचे अर्थ ग्रह क्षितिजावर येणें व त्याखालीं जाणें (यांस नित्योदयास्त म्हणतात.) हेही आहेत; व या दोन्ही अर्थांच्या उदयास्तांचा विचार एकाच अध्यायांत केलेला असतो. या निबंधांत संदिग्धता टाळण्याकरितां आधुनिक ज्योतिष्यांच्या पद्धतीस

अनुसरून पहिल्या अर्थीं दर्शनादर्शनें किंवा दर्शनलोप व दुसऱ्या अर्थीं उदयास्त हे शब्द योजिले आहेत.

सूर्य व इतर ग्रह यांजमध्यें जे भोगांश असतात त्यांस विषुव-वृत्तावरील रूप दिलें कीं कालांश होतात. सूर्याचा उदय किंवा अस्त झाल्यानंतर इतर ग्रहांचे दर्शनलोप कमींत कमी जितक्या घटिकांनीं होतात त्यांस ६ नें गुणिलें असतां जे कालांश येतात ते दर्शनादर्शनसंधिकालींचे कालांश होत. चंद्र, मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र व शनि हे ग्रह व सूर्य यांजमधील कालांश अनुक्रमें १२, १७, १४, ११, १० व १५ झाले असतां ते ग्रह सूर्या-पासून दूर जात असल्यास दर्शनोन्मुख व सूर्याजवळ येत अस-ल्यास अदर्शनोन्मुख होतात. बुध व शुक्र वक्री असतां त्यांचे दर्शन-लोपसंधिकालिक कालांश २ नें कमी असतात. कारण तेव्हां त्यांचीं बिंबें अधिक स्थूल दिसतात.

ज्या ग्रहाची गति सूर्यापेक्षां कमी असते त्या ग्रहाचें दर्शन तो सूर्याचे पश्चिमेस रेंगाळूं लागल्यानंतर पूर्वेकडे म्हणजे सूर्योदया-पूर्वीं होतें, व पश्चिमेकडे म्हणजे सूर्यास्तानंतर अदर्शन म्हणजे लोप होतो. उलट पक्षीं ज्याची गति सूर्यापेक्षां अधिक असते तो सूर्यामधील व स्वतःमधील अंतर तोडितां तोडितां पूर्वेस दिसे-नासा होतो; व अंतर तोडून कांहीं मार्ग आक्रमिल्यावर पुन्हां पश्चिमेस दृश्य होतो. परंतु बुध व शुक्र हे अंतर्वर्ती ग्रह मात्र जेव्हां मार्गी असतात तेव्हां पश्चिमेकडे दिसूं लागतात; व कांहीं दिवसांनीं वक्री होऊन पश्चिमेकडेच दिसेनासे होतात. नंतर त्याच वक्रगतीनें पूर्वेकडे दिसूं लागून पुन्हां उलट गतीनें पूर्वे-कडेच दिसेनासे होतात.

आतां मध्यम सूर्य व स्थूलस्फुट ग्रह यांमध्यें वर दिलेल्या कालां-शांइतके क्षेत्रांश असण्यास व त्यामुळें त्या ग्रहांचे दर्शनलोप घडण्याचा

संभव असण्यास, त्यांचीं शीघ्रकेंद्रें किती असलीं पाहिजेत हें पाहूं. मध्यम रवि व मंदस्फुट ग्रह यांमधील अंतरास शीघ्रकेंद्र म्हणतात हें मागें आलेंच आहे. मंगळाचें शीघ्रकेंद्र २८ अंश असलें म्हणजे शीघ्रफल ११ अंश असतें, व तें शीघ्रफल मंदस्फुट मंगळांत मिळवून बेरीज मध्यम सूर्यांतून वजा केली म्हणजे मंगळाच्या दर्शनलोपसंधिकालिक कालांशांइतके म्हणजे १७ अंश अवशिष्ट रहातात. हे क्षेत्रांश म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील अंश होत. व इतकें अंतर मध्यम रवि व स्थूलस्फुट मंगळ यांच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानांत असलें म्हणजे मंगळाचें स्थूल दर्शन आलें. वरील केंद्रांश म्हणजे २८ अंश ३६० अंशांतून वजा केले म्हणजे बाकी ३३२ उरते, व इतके केंद्रांश असतांना मंगळाचा स्थूल लोप होईल हें उघड आहे. गुरु व शनि यांचीं स्थूल दर्शनें अनुक्रमें १४ व १७ अंश शीघ्रकेंद्रें असतां व स्थूल लोप अनुक्रमें २४६ व २४३ अंश शीघ्रकेंद्रें असतां घडून येतात. या तिघांचीं दर्शनें नेहमीं पूर्वेस व लोप नेहमीं पश्चिमेस होतात हें वर आलेंच आहे. बुध व शुक्र यांचे प्रत्येक दिशेस एक एक दर्शनलोप होतात. यांचीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें ५० व २४ अंश असतां यांचीं धनात्मक शीघ्रफलें, व शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें १५५ व १७६ अंश असतां यांचीं ऋणात्मक शीघ्रफलें अनुक्रमें १४ व १० अंश असतात; व हीं शीघ्रफलें मध्यम बुधशुक्रांत (म्हणजे पर्यायानें मध्यम रवींतच) मिळवून किंवा वजा करून येणाऱ्या स्थानांचीं मध्यम रवीपासून अंतरें तितकेच अंश म्हणजे १४ व १० होतात; व इतकेच त्यांचे दर्शनलोपसंधिकालिक कालांश असतात. पर्यायानें म्हणावयाचें झाल्यास बुधशुक्रांचीं शीघ्रफलें त्यांच्या कालांशांइतकीं झालीं म्हणजे त्यांचे स्थूल दर्शनलोप घडून येतात. असो. याप्रमाणें या दोन ग्रहांचीं पश्चिमेकडील स्थूल दर्शनें त्यांचीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें ५०

व २४ असतां होतात; व अर्थात्च त्यांचे पूर्वेकडील स्थूल लोप तीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें ३१० व ३३६ अंश असतां होतात. त्याचप्रमाणें त्यांचे पश्चिमेकडील स्थूल लोप त्यांचीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें १५५ व १७६ अंश असतां होतात; व त्यांचीं पूर्वेकडील स्थूल दर्शनें अर्थात्च तीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें २०५ व १८४ अंश असतां होतात. हे दर्शनलोप स्थूल होत. कारण ते घडून येतात तेव्हां स्थूलस्फुट ग्रहांचीं मध्यम सूर्यापासून क्षेत्रांशात्मक अंतरेंच काय तीं त्यांच्या दर्शनलोपसंधिकालिक कालांशांइतकीं असतात कालांशात्मक अंतरें जेव्हां तितकीं असतात, तेव्हां सूक्ष्म दर्शनलोप घडून येतात.

केंद्रांशांनीं ग्रहाचें दर्शन किंवा अदर्शन ज्या दिवशीं येतें, त्याच्या जवळच्या एखाद्या दिवसाचा ग्रह व रवि स्पष्ट करून व ग्रहाचें दर्शन किंवा अदर्शन पूर्वेस किंवा पश्चिमेस असेल त्याप्रमाणें तो ग्रह अनुक्रमें औदयिक किंवा अस्तमयिक करून त्याचें अनुक्रमें उदयलग्न किंवा अस्तलग्न साधावें. जेव्हां दर्शन किंवा अदर्शन पश्चिमेकडे असेल तेव्हां सूर्यांतही सहा राशी मिळवाव्या. हा संस्कार सूर्यास करण्याचें कारण असें कीं, ग्रहाचें अस्तलग्न म्हणजे तो ग्रह अस्तास जात असतांना क्रांतिवृत्ताचा जो भाग पूर्व क्षितिजाशीं संलग्न असेल तो, व ज्याअर्थी आपणांस सूर्य व ग्रह यांतील अंतराच्या उपचयापचयाचा विचार करावयाचा आहे व ज्याअर्थी आपण ग्रहाबद्दल त्याचें अस्तलग्न घेतलें आहे, त्याअर्थी सूर्याबद्दलही अस्तलग्नाच्या जोडीचें त्याचें षड्भांतरित (म्हणजे सहा राशींच्या अंतरावरचें) स्थान आपणांस घेतलें पाहिजे.

नंतर उदयलग्नरूप किंवा अस्तलग्नरूप दृग्ग्रह व साधा किंवा षड्भांतरित सूर्य यांमधील अंतरघटिका काढाव्या. त्यांस ६ नें गुणिलें असतां दोघांमधील कालांश येतात. हे कालांश यापूर्वी दिलेल्या संधिकाळच्या कालांशांच्या अंकापेक्षां जर कमी

असतील तर ग्रहाचें दर्शन अजून व्हावयाचें आहे किंवा लोप पूर्वींच झाला आहे असें समजावें; जर अधिक असतील तर दर्शन आधींच होऊन गेलें आहे किंवा लोप व्हावयाचा आहे असें समजावें. प्राग्दृग्ग्रह जेव्हां सूर्यापेक्षां अधिक असतो, किंवा पश्चिमदृग्ग्रह जेव्हां कमी असतो, तेव्हां इष्टकालिक कालांश व संधिकालिक कालांश यांचें अंतर न काढितां योग करूनच त्यापासून गतगम्य दिवस काढितात; मात्र अशा प्रसंगीं इष्ट कालांश संधिकालिक कालांशापेक्षां अधिक असल्यास दिवसांच्या गतगम्यत्वाचा नियम विपर्ययानें समजला पाहिजे, हें उघड आहे.

दोन्ही कालांशांच्या अंतरकला काढून त्यांस एका राशीच्या कलांनीं (१८००) गुणून सायनदृग्ग्रहराशीच्या स्वदेशोदयासूंनीं भागिलें असतां त्या अंतरकला क्रांतिवृत्तीय होतात. नंतर सूर्य व ग्रह यांच्या क्रांतिवृत्तीय गत्यंतरकलांस एक दिवस तर वर आलेल्या कलांस किती, या त्रैराशिकानें गतगम्य दिन येतात. ग्रह वक्री असतो, तेव्हां साहजिकच त्याच्या व सूर्याच्या गत्यंतराऐवजीं गतियोगकला कराव्या लागतात.

ताऱ्यांचीं दर्शनादर्शनें बहुतेक ग्रहांच्याप्रमाणेंच काढितात. मात्र त्यांचीं यापूर्वीं दिलेलीं स्थानें आयनदृक्कर्मक असल्यामुळें त्यांचीं उदयास्तलग्नें काढितांना त्यांस फक्त आक्ष दृक्कर्माचाच संस्कार द्यावा लागतो. अगस्त्याचे दर्शनलोप १२ कालांशांनीं, लुब्धकाचे १३ कालांशांनीं, सामान्यतः तेजस्वी ताऱ्यांचे १४ कालांशांनीं, व लहान ताऱ्यांचे त्यांच्या तेजाच्या अल्पत्वाच्या मानानें त्यांपेक्षां अधिक कालांशांनीं होतात. कालांशांस ६ नें भागिलें म्हणजे घटिका येतात. या घटिका व ताऱ्याचें उदयलग्न यांच्या साह्यानें लग्न साधावें. या लग्नास उदयार्क म्हणतात. त्याच घटिका व ताऱ्याचें अस्तलग्न यांच्या साह्यानें विलोम लग्न साधावें. या लग्नांत ६ राशी

वजा करून येणाऱ्या वजाबाकीस अस्तसूर्य म्हणतात. सूर्याचें स्थान उदयार्काइतकें असतें तेव्हां ताऱ्याचें दर्शन होतें, व तें स्थान अस्तसूर्याइतकें असतें तेव्हां ताऱ्याचा लोप होतो. इष्ट दिनापासून किती दिवसांनीं ताऱ्याचें दर्शन होतें हें काढावयाचें झाल्यास इष्ट दिनाचा रवि व त्या ताऱ्याचा उदयार्क यांमधील अंतरकलांस रवीच्या कलात्मक दिनगतीनें भागावें. उत्तर येईल तितक्या दिवसांनीं ताऱ्याचें दर्शन पुढें होणार असें समजावें. पण हा नियम उदयार्क सूर्यापेक्षां अधिक असेल तेव्हां मात्र लागू पडतो. तो कमी असल्यास तितक्या दिवसांनीं दर्शन गत झालेलें आहे असें समजावें. ताऱ्याच्या लोपाचे गतगम्य दिन काढावयाचे असल्यास ते याच रीतीनें अस्तसूर्यापासून काढितात.

ताऱ्याचा उत्तर शर ज्या मानानें मोठा असतो त्या मानानें त्याचा आक्षदृक्कर्मज कालात्मक संस्कारही मोठा असतो; व तितक्या संस्कारानें त्याचें उदयलग्न कमी व अस्तलग्न अधिक असतें. याच उदयास्तलग्नांपासून उदयार्क व अस्तसूर्य साधावयाचे असतात. रवि अस्तसूर्यतुल्य झाला असतां तारा दिसेनासा होतो; तो उदयार्कतुल्य रवि होईपर्यंत कित्येक दिवस लुप्तच असतो, व तितका रवि झाल्यावर तो दृश्य होऊं लागतो. अर्थात्च अस्तसूर्य उदयार्कापेक्षां बहुधा कमी असतो. परंतु ताऱ्याचा शर जितका मोठा असेल व स्थलाचे उत्तर अक्षांश जितके अधिक असतील तितक्या मानानें उदयार्क व अस्तसूर्य यांमधील अंतर कमी असतें. ज्या स्थळीं ज्या ताऱ्याचे उदयास्तार्क तुल्य असतात किंवा उदयार्कापेक्षां अस्तसूर्यच अधिक असतो त्या स्थलीं तो तारा कधींच अदृश्य होत नाहीं.

ज्योतींचीं दर्शनादर्शनें कालांशांवर अवलंबून नसून संध्यारुणदीप्तीप्रमाणें ज्योतींच्या उदयास्तकालीं सूर्याचे क्षितिजाखालीं जे

दृङ्मंडलीय नतांश असतात त्यांवर अवलंबून असतात, असें रा० केतकर यांचें मत आहे. अशा नतांशांपासून आलेले दर्शनलोप कालांशांपासून येणाऱ्या दर्शनलोपांपेक्षां सूक्ष्म असतात हें खरें आहे. पण वास्तविक पहातां दर्शनलोप नतांशांवर अवलंबून नसून सूर्य व ज्योति यांमधील सूत्रात्मक अंतरावरच अवलंबून असतात, असें सूक्ष्मविचारांतीं दिसून येईल. सूर्याची दीप्ति त्याच्याभोंवतीं वर्तुलाकार गतीनें फांकत जाते. ज्योति दृश्य असण्यास त्याचें सूर्यापासून जें परम अल्प सूत्रात्मक अंतर असावें लागतें तत्तुल्य व्यासार्धानें सूर्याभोंवतीं काढिलेल्या वर्तुलाच्या टापूच्या बाहेर तो कोठेंही असला तरी तो दिसलाच पाहिजे; मग त्याचे क्षितिजाखालील नतांश पठित नतांशांपेक्षां कमी असले तरी हरकत नाहीं. येथें संध्यारुणदीप्तीचा दाखला देतां येत नाहीं. कारण संध्यादीप्ति क्षितिजाच्या कोणत्याही बिंदूपाशीं दिसली तरी चालते. उलट ज्योतीचा सूर्यप्रकाशामुळें लोप होण्यास तो प्रकाश प्रत्यक्ष त्या ज्योतीपर्यंत पोंचला पाहिजे; क्षितिजाच्या इतर बिंदूपर्यंत पोहोंचून उपयोग नाहीं.

उदयास्त.

ज्या दिवशीं ज्या काळचा ग्रहाचा उदय किंवा अस्त काढावयाचा असेल, त्या दिवशींचा तात्कालिक स्फुट ग्रह करून त्याचें उदयलग्न व अस्तलग्न साधावें. नंतर त्या कालाचें इष्ट लग्न साधावें. नंतर जर प्राग्दृग्ग्रह इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तर ग्रहाचा उदय झाला आहे, व तो अधिक असल्यास उदय व्हावयाचा आहे असें समजावें. पश्चिमदृग्ग्रह जर इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तर ग्रहाचा अस्त झाला आहे, व अधिक असेल तर अस्त व्हावयाचा आहे असें समजावें.

प्राग्दृग्ग्रह जेव्हां इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तेव्हां त्यांजमधील क्रांतिवृत्तीय अंशात्मक अंतरास विषुववृत्तीय रूप देऊन व त्यास ६ नें भागून त्यांच्या अंतरघटिका काढाव्या. नंतर त्यांस कलात्मक ग्रहदिनगतीनें गुणून व ६० नें भागून जें कलात्मक उत्तर येईल तें दृग्ग्रहस्थानांत वजा केलें असतां स्थूल स्वोदयकालिक दृग्ग्रह येतो. नंतर त्याच्या व इष्ट लग्नाच्या अंतरघटिका काढाव्या; व त्यांजपासून पुन्हां स्वोदयकालिक दृग्ग्रह काढून त्याच्या व इष्ट लग्नाच्या अंतरघटिका काढाव्या. हें असकृत्कर्म घटिका स्थिर होत तोंपर्यंत चालू ठेवावें; म्हणजे ग्रहाबरोबर उदय पावणारें क्रांतिवृत्तीय स्थान व इष्ट लग्न यांमधील नाक्षत्रघटिकात्मक अंतर येतें; व तें इष्ट कालांत वजा केल्यास त्याचा उदयकाल निघतो.

ही रीत ग्रहोदयानंतर इष्ट कालापर्यंत लोटलेल्या घटिकांच्या साधनाची आहे. गम्य घटिका याच रीतीनें काढाव्या. अस्तलग्न व इष्ट लग्न यांमधील गतगम्य अंतरघटिका साधण्याचीही हीच रीत आहे. मात्र तेथें प्राग्दृग्ग्रहाबद्दल पश्चिमदृग्ग्रह घेतला पाहिजे.

तार्‍यांच्या उदयास्तांचें साधन वरीलप्रमाणेंच आहे. मात्र त्या साधनांत असकृत्कर्माची जरूर नसते.

ज्या स्थलीं ज्या तार्‍याची उत्तर किंवा दक्षिण क्रांति अक्षांश-कोटीपेक्षां अधिक असते, त्या स्थलीं त्या तार्‍याचें अहोरात्रवृत्त क्षितिजाच्या अनुक्रमें वर किंवा खालीं असल्यामुळें तो अनुक्रमें नेहमीं उदितच किंवा अस्तमित असतो. जेथील अक्षांश ३७ पेक्षां अधिक आहेत तेथें अगस्त्य दिसत नाहीं, व जेथील अक्षांश ५२ पेक्षां अधिक आहेत तेथें अभिजित् नेहमीं उगवलेलें असतें.

महापात.

क्रांतिवृत्तावरील सूर्यचंद्रांच्या गतींची बेरीज १३ अंश २० कला जितक्या काळांत होते त्यास योग म्हणतात, हें मागें आलेंच

आहे. असे १३॥ योग झाले म्हणजे त्यांचा गतियोग १८० अंश, व २७ योग झाले म्हणजे त्यांचा गतियोग ३६० अंश होतो, हें उघड आहे. सायन सूर्यचंद्रांच्या गतींची क्रांतिवृत्तावरील बेरीज १८०° किंवा ३६०° असली म्हणजे त्यांचे भुजही सारखे असतात. भुज सारखे असले म्हणजे त्यांची क्रांतिही जवळ जवळ सारखीच असते. जवळ जवळ म्हणण्याचें कारण असें कीं, सूर्य क्रांतिवृत्तावर असून चंद्र त्या वृत्ताशीं किंचित् कलत्या अशा विमंडलावर असतो; त्यामुळें जरी चंद्राचें क्रांतिवृत्तीय स्थान व सूर्य हीं विषुववृत्तापासून सारख्या अंतरावर असलीं तरी चंद्रसूर्यांची क्रांति सारखी नसते. पर्यायानें म्हणावयाचें झाल्यास, जरी त्यांची अस्फुट क्रांति सारखी असली, तरी त्यांची स्पष्ट क्रांति सारखी नसते. त्यांच्या स्पष्ट क्रांतींत जें अंतर असतें, तें चंद्राच्या अस्फुट शरापासून जो स्पष्ट शर उत्पन्न होतो त्याबरोबर असतें; व तो शर क्रांतीशीं समदिक् किंवा भिन्नदिक् असेल त्याप्रमाणें तें अंतर चंद्राच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या क्रांतीस म्हणजे त्याच्या अस्फुट क्रांतीस धनात्मक किंवा ऋणात्मक होऊन त्याची स्फुट क्रांति बनते. सूर्याची क्रांति चंद्राच्या स्फुट क्रांतीबरोबर असते, तेव्हां महापात झाला असें म्हणतात.

सूर्याची शून्य क्रांति तो सायनमेषारंभीं असतां होते, व परम क्रांति तो सायनकर्कारंभीं असतां होते. चंद्राची स्फुट शून्य क्रांति तो सायनमेषारंभीं किंवा त्याच्या जवळ असतां होते, व परम क्रांति तो सायनकर्कारंभीं किंवा त्याच्या थोडा मागेंपुढें असतांना घडून येते.

चंद्राची परम स्फुट क्रांति असतांना त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान व सायनकर्कारंभ यांमधील अंतर कसें काढितात तें प्रथम देतों. इतकेंच अंतर सायनमेषारंभ व चंद्राची शून्य क्रांति असतेवेळचें

त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान यांमध्यें असतें. सूर्याच्या किंवा चंद्राच्या शून्यक्रांतिकालचे स्थानास गोलसंधि व परमक्रांतिकालचे स्थानास अयनसंधि म्हणतात. चंद्रसूर्यांचा उरलेला एक एक गोलसंधि व एक एक अयनसंधि यांजमध्येंही परस्परांत वरच्या इतकेंच अंतर असतें.

सूर्याचे गोलसंधींतच अस्फुट चंद्रशर पडत आहे, अशी कल्पना करा. अस्फुट शराचें मान नेहमीं सपात चंद्रावर अवलंबून असतें. परंतु रविगोलसंधिस्थ चंद्र असतांना सपात चंद्र=अयनांशोनित विलोमग पात. म्हणून तो शर, लघुत्रिज्या अथवा १२० : परमशरकला अथवा २७० : : अयनांशोनितपातज्या : शर, या त्रैराशिकानें—

$$\frac{९ \times \text{अयनांशोनितपातज्या}}{४}$$ इतका येतो.

आतां स्फुट क्रांति = अस्फुट क्रांति ± स्फुट शर. परंतु रविगोलसंधिस्थ अस्फुट क्रांति शून्य असल्यामुळें, रविगोलसंधिस्थ चंद्र असतां त्याची स्फुट क्रांति स्फुटशरतुल्य असते. म्हणून स्फुट क्रांति=

$$\text{स्फुट शर} = \text{नुक्ताच आलेला अस्फुट शर} \times \frac{\text{अयनवलनकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$;कारण रविगोलसंधिस्थ अयन-वलन = परम क्रांति.

इतकी स्फुट क्रांति येण्यास भुज किती असावा लागतो, हें यानंतर काढिलें पाहिजे.

९० अंशांचीं १५–१५ याप्रमाणें ६ खंडें केलीं तर त्यांचीं कलात्मक अस्फुटक्रांतिखंडें अनुक्रमें ३६२, ३४१, २९९,

२३१, १५०, ९२ व अस्फुटशरखंडें अनुक्रमें ७०, ६९, ९६, ४३, २७, ९ अशीं होतात. चंद्रगोलसंधि रविगोलसंधीच्या जवळच असल्यामुळें, आपणांस वरील क्रांतिखंडांपैकीं प्रथम खंडाचेंच म्हणजे ३६२ चेंच प्रयोजन आहे. चंद्र रविगोलसंधिस्थ असतां कितव्या शरखंडाचें आपणांस प्रयोजन आहे, हें मात्र अयनांशोनितपातकोटिज्येवर अवलंबून असतें; कारण भुजज्येचा उपचय किंवा अपचय नेहमीं कोटिज्येप्रमाणें होत असतो. म्हणून त्रिज्यातुल्य अथवा १२० इतकी कोटिज्या असते तेव्हां प्रथम शरखंड म्हणजे ७०, तर अयनांशोनितपातकोटिज्या असतांना शरखंड केवढें असेल, या त्रैराशिकानें इष्टशरखंड $\frac{७}{१२}$ × अयनांशोनितपातकोटिज्या हें येतें.

एवंच स्फुट क्रांतीचें प्रथम खंड = प्रथम अस्फुटक्रांतिखंड ± इष्ट अस्फुटशरखंड = ३६२ ± $\frac{७}{१२}$ अयनांशोनितपातकोटिज्या. येथें शरखंड अस्फुट असल्यामुळें हें साधन कांहींसें स्थूल आहे.

धनर्णसंबंधानें असा नियम आहे कीं, चंद्राची स्फुट परम क्रांति जर रवीच्या परम क्रांतीपेक्षां म्हणजे २४ अंशांपेक्षां अधिक असेल, तर अस्फुटशरखंड अस्फुटक्रांतिखंडास धन करावें. ती तशी असण्यास रवीच्या अयनसंधींत असलेला चंद्रशर उत्तर असला पाहिजे; म्हणजे रवीच्या अयनसंधींत असणाऱ्या चंद्राचा अयनांशोनितपात मेषादिषट्कांत असला पाहिजे किंवा रवीच्या गोलसंधींत असणाऱ्या चंद्राचा अयनांशोनित पात त्यापेक्षां तीन राशींनीं कमी म्हणजे मकरादिषट्कांत असला पाहिजे. तो कर्कादिषट्कांत् असल्यास इष्ट अस्फुटशरखंडाचें ऋणचिह्न समजावें.

वरील खंडयोगास (किंवा ऋणचिह्न असल्यास खंडांतरास) जर १९ अंशांचा भुज असावा लागतो, तर रविगोलसंधिस्थ चंद्राच्या प्रथम आलेल्या स्फुट क्रांतीस किती भुज असला पाहिजे, या

त्रैराशिकानें इष्ट भुजांश निघतात. रवीच्या गोलायनसंधींपासून इतक्या भुजांशांच्या अंतरावर चंद्राचे गोलायनसंधि असतात. अयनांशोनित विलोमग पात मेषादि षट्कांत असल्यास पात विषुववृत्ताच्या दक्षिणेस असून उत्तरोक्त संधि पूर्वोक्त संधींच्या पश्चिमेस असतात. पात तुलादि षट्कांत असल्यास तो पात विषुववृत्ताच्या उत्तरेस असून उत्तरोक्त संधि पूर्वोक्त संधींच्या पूर्वेस असतात.

ज्या काळीं चंद्र स्वायनसंधिस्थ असतो, त्या काळीं त्याची स्फुट क्रांति व सूर्याची क्रांति काढावी. रविक्रांति चंद्रक्रांतीपेक्षां अधिक असेल तर स्फुटक्रांतिसाम्य त्या काळीं किंवा त्याच्या सुमारास होणार नाहीं असें समजावें. कारण चंद्राची क्रांति स्वायनसंधीनंतर उत्तरोत्तर कमी कमी होत जाते; व त्या संधीपूर्वी तर ती रविक्रांतीपेक्षां कमीच असते.

विषुववृत्ताच्या उत्तरेकडील भागास उत्तर गोल व दक्षिणेकडील भागास दक्षिण गोल म्हणतात. तसेंच सायन कर्कारंभ व मकरारंभ यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तानेंही ज्योतिर्गोलाचे दोन भाग होतात; त्यांस अयनें म्हणतात. रविचंद्र एकाच गोलांत पण भिन्न अयनांत असून त्यांची स्पष्ट क्रांति तुल्य झाली म्हणजे व्यतिपातयोग होतो; व ते एकाच अयनांत पण भिन्न गोलांत असून त्यांची क्रांति सारखी झाली म्हणजे वैधृतियोग होतो. या दोन योगांस महापात म्हणतात, हें वर आलेंच आहे. व्यतिपातयोग असतां सूर्यचंद्राच्या सायन भुजांची बेरीज १८० अंश किंवा त्यांच्या जवळ असते; व वैधृतियोग असतां ती ३६० अंश किंवा त्यांच्या जवळ असते. जेव्हां बेरीज १८० किंवा ३६० अंश नसते, परंतु यांपैकीं कोणत्या तरी आंकड्याच्या जवळ जवळ असते, तेव्हां तिजमधील व त्या आंकड्यामधील अंतर काढावें; व त्या अंशांस रविचंद्रांच्या गति-

योगांशांनीं भागावें, म्हणजे भार्ध (म्हणजे १८० अंश) किंवा चक्र (म्हणजे ३६० अंश) होण्याला लागणारे किंवा लागलेले दिवस येतात. प्रथम घेतलेली दोघांच्या सायन भुजांची बेरीज भार्धापेक्षां किंवा चक्रापेक्षां कमी असली तर इतक्या दिवसांनीं पुढें तें भार्ध किंवा चक्र घडून येणार, व अधिक असली तर इतक्या दिवसांनीं तें आधींच झालें आहे असें समजावें. त्या दिवसांच्या संख्येनें सूर्य, चंद्र व पात यांच्या दिनगतींस गुणून प्रत्येकाची त्या दिवसांतील जी गति येईल ती अनुक्रमें सायन सूर्य व चंद्र व अयनांशोनित पात यांत अनुक्रमें मिळविली किंवा वजा केली असतां हे ग्रह तात्कालिक सायन होतील. त्यानंतर या तात्कालिक सायन ग्रहांपासून सूर्याची व चंद्राची स्पष्ट क्रांति काढावी. या क्रांति जवळ जवळ परस्परतुल्य आढळून येतील; पण त्या तुल्य मात्र नसतात. म्हणून या काळास अस्फुट महापातकाल म्हणूं या.

चंद्रकक्षेचीं ९० अंशांचें एक एक याप्रमाणें पातापासून चार पदें होतात. त्यांपैकीं पहिल्या किंवा तिसऱ्या पदांत जेव्हां चंद्र असतो, तेव्हां त्याची गति त्यास उत्तरोत्तर क्रांतिवृत्तापासून दूर नेत असते; व तो जेव्हां दुसऱ्या किंवा चौथ्या पदांत असतो,तेव्हां त्याचा कल क्रांतिवृत्ताजवळ अधिक अधिक येण्याकडे असतो. त्याची गति रविगतीपेक्षां अधिक असते. म्हणून अस्फुट महापातकालीं चंद्र विषम पदांत असून त्याची स्पष्ट क्रांति सूर्य-क्रांतीपेक्षां अधिक असेल किंवा तो सम पदांत असून त्याची क्रांति सूर्यक्रांतीपेक्षां कमी असेल, तर महापात किंवा क्रांतिसाम्य होऊन गेलेलें आहे, व तसें नसल्यास तें पुढें होणार आहे असें समजावें.

नंतर अस्फुटमहापातकालिक सायन सूर्य व सायन चंद्र यांच्या स्पष्ट क्रांति एक दिशेच्या असल्यास त्यांचें अंतर काढावें, व भिन्न दिशांच्या असल्यास त्यांची बेरीज घ्यावी; उत्तर येईल त्यास आद्य

म्हणावें. नंतर हें आद्य उत्पन्न होण्यास किती काळ पाहिजे हें काढण्याकरितां प्रथम आपल्या मनानें कांहीं इष्ट घटिका कल्पून महापात गतगम्य असेल त्याप्रमाणें त्या घटिका अनुक्रमें गतगम्य समजाव्या. नंतर स्फुट महापात गत असल्यास त्या घटिका अस्फुट महापातकालांत वजा करून व तो गम्य असल्यास मिळवून जो काळ येईल त्या काळचे सायन सूर्य व चंद्र व अयनांशोनित पात काढावे; व त्यांवरून सूर्याची व चंद्राची स्पष्ट क्रांति काढावी. त्या क्रांतींवरून पुन्हां वर सांगितल्याप्रमाणें क्रांतिसाम्य गत किंवा गम्य आहे तें पहावें; व त्या क्रांति एक दिशेच्या किंवा भिन्न दिशांच्या असतील त्याप्रमाणें त्यांचें अंतर किंवा बेरीज घ्यावी; उत्तर येईल त्यास अन्य म्हणावें.

आतां प्रथम आलेला अस्फुट महापातकाल व त्यास इष्ट घटिकांचा संस्कार करून आलेला काल या दोन्ही कालीं स्फुट महापात गत असेल किंवा दोन्ही कालीं तो गम्य असेल तर आद्य व अन्य यांची वजावाकी करावी. तसें नसल्यास त्यांची बेरीज करावी. नंतर हें अंतर किंवा ऐक्य उत्पन्न होण्यास जर इष्ट घटिका, तर आद्य उत्पन्न होण्यास किती, या त्रैराशिकानें अस्फुट महापातकाल व स्फुटासन्न महापातकाल यांजमधील अंतर-घटिका निघतात. स्फुटासन्न अथवा सुमाराचा म्हणण्याचें कारण असें कीं, वरील त्रैराशिकांत आपण क्रांतीच्या उपचयाचा किंवा अपचयाचा वेग प्रत्येक घटिकेस सारखा कल्पिला आहे, तसा तो वास्तविक नसतो. म्हणून त्या अंतरघटिकांस इष्ट घटिका समजून पुन्हां अन्य साधावा. आद्य मात्र प्रथम जो आला होता तोच येथेंही समजावा. नंतर आद्यापासून व दुसऱ्यानें आणिलेल्या अन्यापासून पुन्हां इष्ट घटिका साधाव्या. घटिका स्थिर होत तोंपर्यंत हा पौनःपुन्याचा प्रकार चालू ठेवावा. स्थिर झाल्यावर

त्यांहून अधिक नतांश २१ हून अधिक अक्षांश असतांना मात्र संभवतात.) भुजज्येस किती, या त्रैराशिकानें तितक्या अंशांची नति ३४′ ३०″ इतकी येते. परंतु ७० कला नति व्हावयास १५ अंश भुज असावा लागतो तर वर आलेल्या नतीइतका शर होण्यास किती भुज पाहिजे, या त्रैराशिकानें ७ अंश २४ कला हें उत्तर येतें. हे भुजांश सुमारानें ४५ भुजांशांच्या $\frac{1}{6}$ आहेत. यावरून भुजांश स्थूल मानानें नतांशांच्या $\frac{1}{6}$ धरण्यास हरकत नाहीं हें उघड झालें. सबब नुक्तेच आलेल्या इष्टकालिक त्रिभोनलग्न-नतांशांचा सहावा हिस्सा घेऊन त्याची व सपातसूर्यभुजाची दिशा एक असल्यास तो त्यांत मिळवावा; तसें नसल्यास वजा करावा; म्हणजे सपात सूर्य ग्रहणसंभव पाहण्यास योग्य होतो. संस्कृतसपातसूर्यभुजांश जर ७ अंशांपेक्षां कमी असतील तर सूर्यग्रहणाचा संभव आहे असें समजावें. कारण रविचंद्रांचें मध्यम मानैक्यार्ध ३२ कला आहे; व चंद्रशर इतका होण्यास सपात-सूर्यभुज ७ अंश असावा लागतो.

वर दिलेलें साधन सिद्धांतशिरोमणींतील आहे. त्यावरून भारतीय ज्योतिषी साधन सुलभ करण्याकरितां कोणत्या युक्त्या करितात, याची साधारण अटकळ होईल.

चंद्रग्रहणांत लंबनाची आवश्यकता नसून सूर्यग्रहणांत ती असते, याचें कारण असें कीं, चंद्रग्रहणप्रसंगीं भूभा व चंद्रबिंब हीं एकाच कक्षेंत असतात, यामुळें लंबनाचा परिणाम दोघांवर सारखा होतो; परंतु सूर्यग्रहणांत चंद्र व सूर्य हे भिन्न कक्षांतील ग्रह असल्यामुळें, ते भूमध्यापासून जरी एकावर एक असलेले दिसले, तरी (ते खस्वस्तिकाजवळ नसल्यास) भूपृष्ठापासून तसे दिसत नाहींत; तर त्यांच्या स्थानांमध्यें दोघांच्या लंबनांतील अंतराइतकें अंतर दिसून येतें. वर परम लंबन हे शब्द योजिले आहेत ते दोघांच्या

परम लंबनांतील अंतर या अर्थींच योजिलें आहेत. हें अंतर अर्थात् उभयतांच्या गतींमधील अंतराच्या $\frac{1}{15}$ शीं तुल्य असतें.

दर्शान्तकालीं (अमावास्येच्या अंतीं) जें घटिकात्मक लंबन उत्पन्न होतें, तें सूर्य वित्रिभ लग्नापेक्षां कमी असल्यास दर्शान्त-घटिकांत मिळवावें, व सूर्य वित्रिभ लग्नापेक्षां अधिक असल्यास तें त्या घटिकांत वजा करावें. याप्रमाणें आलेल्या लंबनसंस्कृत दर्शान्तकालापासून लग्न व त्यापासून वित्रिभ लग्न आणून त्यापासून पुन्हां घटिकात्मक लंबन साधावें; व त्याचा दर्शान्तकालास संस्कार करावा. दर्शान्तकाल पूर्णपणें स्थिरावेपर्यंत हें दर्शांतकालसंस्काराचें काम चालू ठेवावें; म्हणजे सूक्ष्म ग्रहणमध्यकाल येतो. दुसऱ्या भागांत लंबनविचारप्रसंगीं जो लंबनाच्या ऋणधनत्वाबद्दल नियम दिला आहे, त्याच्या उलट नियम येथें देण्याचें कारण इतकेंच कीं येथें ग्रहस्थान साधावयाचें नसून दर्शान्तकाल साधावयाचा आहे.

सूर्यग्रहणांतील स्थित्यर्धमर्दार्ध चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच आणावयाचें मात्र तें आणितांना भूभा व चंद्रबिंब यांच्या मानैक्यार्धाबद्दल रविबिंब व चंद्रबिंब यांचें मानैक्यार्ध समजावयाचें. अंशात्मक स्थित्यर्धापासून घटिकात्मक स्थित्यर्ध चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढावें.

स्पर्शकाल काढावयाचा असल्यास तिथ्यंतकालांत घटिकात्मक स्थित्यर्ध वजा करून, व मोक्षकाल साधावयाचा असल्यास मिळवून, तत्कालिक घटिकात्मक लंबन साधावें, व त्याचा कालात्मक-स्थित्यर्धसंस्कृत तिथ्यंतकालास संस्कार करावा; म्हणजे स्थूल स्पर्शकाल किंवा मोक्षकाल येतो. तो व मध्यस्थितिकाल यांमधील अंतर स्थूल कालात्मक स्थित्यर्ध झालें. तेवढ्या कालांत होणाऱ्या चंद्रगतीच्या अंशांचा समकल चंद्रास क्षत्रात्मक संस्कार करून त्याचा शर काढावा, व तत्कालिक वित्रिभोत्पन्न नतीचा त्यास संस्कार देऊन त्या शरापासून अंशात्मक, व त्यापासून घटिकात्मक स्थित्यर्ध

काढावें. त्या स्थित्यर्धाचा गणितानें आलेल्या दर्शांतकालास पुन्हां संस्कार करावा; व येणाऱ्या कालास वर आलेल्या घटिकात्मक लंबनाचा संस्कार द्यावा. याप्रमाणें वारंवार करून जो काल येईल तो स्पष्ट स्पर्शकाल किंवा मोक्षकाल जाणावा.

याचप्रमाणें मर्दखंडापासून संमीलनकाल व उन्मीलनकालही चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढितां येतात. मात्र ते पौनःपुन्यानें सूक्ष्म केले पाहिजेत.

त्याचप्रमाणें भुज, कोटि, ग्रास वगैरे प्रकारही चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढावे. मात्र त्यांनाही नतिसंस्कृतशरोत्पन्न-स्थित्यर्धापेक्षेनें स्फुट केलें पाहिजे. भुजाचें स्पष्टीकरण स्फुट स्थित्यर्धास जर येवढा भुज तर तत्कालिक स्फुटशरोत्पन्न स्थित्यर्धास किती, या त्रैराशिकानें होतें.

सूर्यग्रहणांत स्पर्श पश्चिमेकडून व मोक्ष पूर्वेकडून होतो. स्पर्शमोक्षदिशा काढितांना विक्षेपवलनाचा संस्कार द्यावा लागत नाहीं; फक्त अयनवलन व अक्षवलन हे संस्कार द्यावे लागतात. याचें कारण असें कीं, प्रथम जी दिशा येते ती क्रांतिवृत्त-संबंधी असते.

दर्शनादर्शनें.

ग्रह सूर्याच्या फार जवळ आल्यास दिसेनासा होतो, व त्यापासून कांहीं दूर गेल्यावर पुन्हां दिसूं लागतो. या चमत्कारांस आपल्या ज्योतिषग्रंथांत अस्तोदय म्हटलें आहे. परंतु त्याच ग्रथांत उदय व अस्त या शब्दांचे अर्थ ग्रह क्षितिजावर येणें व त्याखालीं जाणें (यांस नित्योदयास्त म्हणतात.) हेही आहेत; व या दोन्ही अर्थांच्या उदयास्तांचा विचार एकाच अध्यायांत केलेला असतो. या निबंधांत संदिग्धता टाळण्याकरितां आधुनिक ज्योतिष्यांच्या पद्धतीस

अनुसरून पाहिल्या अर्थीं दर्शनादर्शनें किंवा दर्शनलोप व दुसऱ्या अर्थीं उदयास्त हे शब्द योजिले आहेत.

सूर्य व इतर ग्रह यांजमध्यें जे भोगांश असतात त्यांस विषुववृत्तावरील रूप दिलें कीं कालांश होतात. सूर्याचा उदय किंवा अस्त झाल्यानंतर इतर ग्रहांचे दर्शनलोप कमींत कमी जितक्या घटिकांनीं होतात त्यांस ६ नें गुणिलें असतां जे कालांश येतात ते दर्शनादर्शनसंधिकालींचे कालांश होत. चंद्र, मंगळ, वुध, गुरु, शुक्र व शनि हे ग्रह व सूर्य यांजमधील कालांश अनुक्रमें १२, १७, १४, ११, १० व १५ झाले असतां ते ग्रह सूर्यापासून दूर जात असल्यास दर्शनोन्मुख व सूर्याजवळ येत असल्यास अदर्शनोन्मुख होतात. वुध व शुक्र वक्री असतां त्यांचे दर्शनलोपसंधिकालिक कालांश २ नें कमी असतात. कारण तेव्हां त्यांचीं बिंबें अधिक स्थूल दिसतात.

ज्या ग्रहाची गति सूर्यापेक्षां कमी असते त्या ग्रहाचें दर्शन तो सूर्याचे पश्चिमेस रेंगाळूं लागल्यानंतर पूर्वेकडे म्हणजे सूर्योदयापूर्वीं होतें, व पश्चिमेकडे म्हणजे सूर्यास्तानंतर अदर्शन म्हणजे लोप होतो. उलट पक्षीं ज्याची गति सूर्यापेक्षां अधिक असते तो सूर्यामधील व स्वतःमधील अंतर तोडितां तोडितां पूर्वेस दिसेनासा होतो; व अंतर तोडून कांहीं मार्ग आक्रमिल्यावर पुन्हां पश्चिमेस दृश्य होतो. परंतु वुध व शुक्र हे अंतर्वर्ती ग्रह मात्र जेव्हां मार्गी असतात तेव्हां पश्चिमेकडे दिसूं लागतात; व कांहीं दिवसांनीं वक्री होऊन पश्चिमेकडेच दिसेनासे होतात. नंतर त्याच वक्रगतीनें पूर्वेकडे दिसूं लागून पुन्हां उलट गतीनें पूर्वेकडेच दिसेनासे होतात.

आतां मध्यम सूर्य व स्थूलस्फुट ग्रह यांमध्यें वर दिलेल्या कालांशांइतके क्षेत्रांश असण्यास व त्यामुळें त्या ग्रहांचे दर्शनलोप घडण्याचा

संभव असण्यास, त्यांचीं शीघ्रकेंद्रें किती असलीं पाहिजेत हें पाहूं. मध्यम रवि व मंदस्फुट ग्रह यांमधील अंतरास शीघ्रकेंद्र म्हणतात हें मागें आलेंच आहे. मंगळाचें शीघ्रकेंद्र २८ अंश असलें म्हणजे शीघ्रफल ११ अंश असतें, व तें शीघ्रफल मंदस्फुट मंगळांत मिळवून बेरीज मध्यम सूर्यांतून वजा केली म्हणजे मंगळाच्या दर्शनलोपसंधिकालिक कालांशांइतके म्हणजे १७ अंश अवशिष्ट रहातात. हे क्षेत्रांश म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील अंश होत, व इतकें अंतर मध्यम रवि व स्थूलस्फुट मंगळ यांच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानांत असलें म्हणजे मंगळाचें स्थूल दर्शन आलें. वरील केंद्रांश म्हणजे २८ अंश ३६० अंशांतून वजा केले म्हणजे बाकी ३३२ उरते, व इतके केंद्रांश असतांना मंगळाचा स्थूल लोप होईल हें उघड आहे. गुरु व शनि यांचीं स्थूल दर्शनें अनुक्रमें १४ व १७ अंश शीघ्रकेंद्रें असतां व स्थूल लोप अनुक्रमें २४६ व २४३ अंश शीघ्रकेंद्रें असतां घडून येतात. या तिघांचीं दर्शनें नेहमीं पूर्वेस व लोप नेहमीं पश्चिमेस होतात हें वर आलेंच आहे. बुध व शुक्र यांचे प्रत्येक दिशेस एक एक दर्शनलोप होतात. यांचीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें ५० व २४ अंश असतां यांचीं धनात्मक शीघ्रफलें, व शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें १५५ व १७६ अंश असतां यांचीं ऋणात्मक शीघ्रफलें अनुक्रमें १४ व १० अंश असतात; व हीं शीघ्रफलें मध्यम बुधशुक्रांत (म्हणजे पर्यायानें मध्यम रवींतच) मिळवून किंवा वजा करून येणाऱ्या स्थानांचीं मध्यम रवीपासून अंतरें तितकेच अंश म्हणजे १४ व १० होतात; व इतकेच त्यांचे दर्शनलोपसंधिकालिक कालांश असतात. पर्यायानें म्हणावयाचें झाल्यास बुधशुक्रांचीं शीघ्रफलें त्यांच्या कालांशांइतकीं झालीं म्हणजे त्यांचे स्थूल दर्शनलोप घडून येतात. असो. याप्रमाणें या दोन ग्रहांचीं पश्चिमेकडील स्थूल दर्शनें त्यांचीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें ५०

व २४ असतां होतात; व अर्थात्च त्यांचे पूर्वेकडील स्थूल लोप तीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें ३१० व ३३६ अंश असतां होतात. त्याचप्रमाणें त्यांचे पश्चिमेकडील स्थूल लोप त्यांचीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें १५५ व १७६ अंश असतां होतात; व त्यांचीं पूर्वेकडील स्थूल दर्शनें अर्थात्च तीं शीघ्रकेंद्रें अनुक्रमें २०५ व १८४ अंश असतां होतात. हे दर्शनलोप स्थूल होत. कारण ते घडून येतात तेव्हां स्थूलस्फुट ग्रहांचीं मध्यम सूर्यापासून क्षेत्रांशात्मक अंतरेंच काय तीं त्यांच्या दर्शनलोपसंधिकालिक कालांशांइतकीं असतात कालांशात्मक अंतरें जेव्हां तितकीं असतात, तेव्हां सूक्ष्म दर्शनलोप घडून येतात.

केंद्रांशांनीं ग्रहाचें दर्शन किंवा अदर्शन ज्या दिवशीं येतें, त्याच्या जवळच्या एखाद्या दिवसाचा ग्रह व रवि स्पष्ट करून व ग्रहाचें दर्शन किंवा अदर्शन पूर्वेस किंवा पश्चिमेस असेल त्याप्रमाणें तो ग्रह अनुक्रमें औदयिक किंवा अस्तमयिक करून त्याचें अनुक्रमें उदयलग्न किंवा अस्तलग्न साधावें. जेव्हां दर्शन किंवा अदर्शन पश्चिमेकडे असेल तेव्हां सूर्यांतही सहा राशी मिळवाव्या. हा संस्कार सूर्यास करण्याचें कारण असें कीं, ग्रहाचें अस्तलग्न म्हणजे तो ग्रह अस्तास जात असतांना क्रांतिवृत्ताचा जो भाग पूर्व क्षितिजाशीं संलग्न असेल तो, व ज्याअर्थी आपणांस सूर्य व ग्रह यांतील अंतराच्या उपचयापचयाचा विचार करावयाचा आहे व ज्याअर्थी आपण ग्रहाबद्दल त्याचें अस्तलग्न घेतलें आहे, त्याअर्थी सूर्याबद्दलही अस्तलग्नाच्या जोडीचें त्याचें षड्भांतरित (म्हणजे सहा राशींच्या अंतरावरचें) स्थान आपणांस घेतलें पाहिजे.

नंतर उदयलग्नरूप किंवा अस्तलग्नरूप दृग्ग्रह व साधा किंवा षड्भांतरित सूर्य यांमधील अंतरघटिका काढाव्या. त्यांस ६ नें गुणिलें असतां दोघांमधील कालांश येतात. हे कालांश यापूर्वीं दिलेल्या संधिकाळच्या कालांशांच्या अंकापेक्षां जर कमी

असतील तर ग्रहाचें दर्शन अजून व्हावयाचें आहे किंवा लोप पूर्वींच झाला आहे असें समजावें; जर अधिक असतील तर दर्शन आधींच होऊन गेलें आहे किंवा लोप व्हावयाचा आहे असें समजावें. प्राग्दृग्ग्रह जेव्हां सूर्यापेक्षां अधिक असतो, किंवा पश्चिमदृग्ग्रह जेव्हां कमी असतो, तेव्हां इष्टकालिक कालांश व संधिकालिक कालांश यांचें अंतर न काढितां योग करूनच त्यापासून गतगम्य दिवस काढितात; मात्र अशा प्रसंगीं इष्ट कालांश संधिकालिक कालांशापेक्षां अधिक असल्यास दिवसांच्या गतगम्यत्वाचा नियम विपर्ययानें समजला पाहिजे, हें उघड आहे.

दोन्ही कालांशांच्या अंतरकला काढून त्यांस एका राशीच्या कलांनीं (१८००) गुणून सायनदृग्ग्रहराशीच्या स्वदेशोदयासूंनीं भागिलें असतां त्या अंतरकला क्रांतिवृत्तीय होतात. नंतर सूर्य व ग्रह यांच्या क्रांतिवृत्तीय गत्यंतरकलांस एक दिवस तर वर आलेल्या कलांस किती, या त्रैराशिकानें गतगम्य दिन येतात. ग्रह वक्री असतो, तेव्हां साहजिकच त्याच्या व सूर्याच्या गत्यंतराऐवजीं गतियोगकला कराव्या लागतात.

ताऱ्यांचीं दर्शनादर्शनें बहुतेक ग्रहांच्याप्रमाणेंच काढितात. मात्र त्यांचीं यापूर्वीं दिलेलीं स्थानें आयनदृक्कर्मक असल्यामुळें त्यांचीं उदयास्तलग्नें काढितांना त्यांस फक्त आक्ष दृक्कर्माचाच संस्कार द्यावा लागतो. अगस्त्याचे दर्शनलोप १२ कालांशांनीं, लुब्धकाचे १३ कालांशांनीं, सामान्यतः तेजस्वी ताऱ्यांचे १४ कालांशांनीं, व लहान ताऱ्यांचे त्यांच्या तेजाच्या अल्पत्वाच्या मानानें त्यापेक्षां अधिक कालांशांनीं होतात. कालांशांस ६ नें भागिलें म्हणजे घटिका येतात. या घटिका व ताऱ्याचें उदयलग्न यांच्या साह्यानें लग्न साधावें. या लग्नास उदयार्क म्हणतात. त्याच घटिका व ताऱ्याचें अस्तलग्न यांच्या साह्यानें विलोम लग्न साधावें. या लग्नांत ६ राशी

वजा करून येणाऱ्या वजाबाकीस अस्तसूर्य म्हणतात. सूर्याचें स्थान उदयार्काइतकें असतें तेव्हां ताऱ्याचें दर्शन होतें, व तें स्थान अस्तसूर्याइतकें असतें तेव्हां ताऱ्याचा लोप होतो. इष्ट दिनापासून किती दिवसांनीं ताऱ्याचें दर्शन होतें हें काढावयाचें झाल्यास इष्ट दिनाचा रवि व त्या ताऱ्याचा उदयार्क यांमधील अंतरकलांस रवीच्या कलात्मक दिनगतीनें भागावें. उत्तर येईल तितक्या दिवसांनीं ताऱ्याचें दर्शन पुढें होणार असें समजावें. पण हा नियम उदयार्क सूर्यापेक्षां अधिक असेल तेव्हां मात्र लागू पडतो. तो कमी असल्यास तितक्या दिवसांनीं दर्शन गत झालेलें आहे असें समजावें. ताऱ्याच्या लोपाचे गतगम्य दिन काढावयाचे असल्यास ते याच रीतीनें अस्तसूर्यापासून काढितात.

ताऱ्याचा उत्तर शर ज्या मानानें मोठा असतो त्या मानानें त्याचा आक्षदृक्कर्मज कालात्मक संस्कारहि मोठा असतो; व तितक्या संस्कारानें त्याचें उदयलग्न कमी व अस्तलग्न अधिक असतें. याच उदयास्तलग्नांपासून उदयार्क व अस्तसूर्य साधावयाचे असतात. रवि अस्तसूर्यतुल्य झाला असतां तारा दिसेनासा होतो; तो उदयार्कतुल्य रवि होईपर्यंत कित्येक दिवस लुप्तच असतो, व तितका रवि झाल्यावर तो दृश्य होऊं लागतो. अर्थात्च अस्तसूर्य उदयार्कापेक्षां बहुधा कमी असतो. परंतु ताऱ्याचा शर जितका मोठा असेल व स्थलाचे उत्तर अक्षांश जितके अधिक असतील तितक्या मानानें उदयार्क व अस्तसूर्य यांमधील अंतर कमी असतें. ज्या स्थळीं ज्या ताऱ्याचे उदयास्तार्क तुल्य असतात किंवा उदयार्कापेक्षां अस्तसूर्यच अधिक असतो त्या स्थलीं तो तारा कधींच अदृश्य होत नाहीं.

ज्योतींचीं दर्शनादर्शनें कालांशांवर अवलंबून नसून संध्यारुणदीप्रमाणें ज्योतींच्या उदयास्तकालीं सूर्याचे क्षितिजाखालीं जे

दृङ्मंडलीय नतांश असतात त्यांवर अवलंबून असतात, असें रा० केतकर यांचें मत आहे. अशा नतांशांपासून आलेले दर्शनलोप कालांशांपासून येणाऱ्या दर्शनलोपांपेक्षां सूक्ष्म असतात हें खरें आहे. पण वास्तविक पहातां दर्शनलोप नतांशांवर अवलंबून नसून सूर्य व ज्योति यांमधील सूत्रात्मक अंतरावरच अवलंबून असतात, असें सूक्ष्मविचारांतीं दिसून येईल. सूर्याची दीप्ति त्याच्याभोंवतीं वर्तुलाकार गतीनें फांकत जाते. ज्योति दृश्य असण्यास त्याचें सूर्यापासून जें परम अल्प सूत्रात्मक अंतर असावें लागतें तत्तुल्य व्यासार्धानें सूर्याभोंवतीं काढिलेल्या वर्तुलाच्या टापूच्या बाहेर तो कोठेंही असला तरी तो दिसलाच पाहिजे; मग त्याचे क्षितिजाखालील नतांश पठित नतांशांपेक्षां कमी असले तरी हरकत नाहीं. येथें संध्यारुणदीप्तीचा दाखला देतां येत नाहीं. कारण संध्यादीप्ति क्षितिजाच्या कोणत्याही बिंदूपाशीं दिसली तरी चालते. उलट ज्योतीचा सूर्यप्रकाशामुळें लोप होण्यास तो प्रकाश प्रत्यक्ष त्या ज्योतीपर्यंत पोंचला पाहिजे; क्षितिजाच्या इतर बिंदूपर्यंत पोहोंचून उपयोग नाहीं.

उदयास्त.

ज्या दिवशीं ज्या काळचा ग्रहाचा उदय किंवा अस्त काढावयाचा असेल, त्या दिवशींचा तात्कालिक स्फुट ग्रह करून त्याचें उदयलग्न व अस्तलग्न साधावें. नंतर त्या कालाचें इष्ट लग्न साधावें. नंतर जर प्राग्दृग्ग्रह इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तर ग्रहाचा उदय झाला आहे, व तो अधिक असल्यास उदय व्हावयाचा आहे असें समजावें. पश्चिमदृग्ग्रह जर इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तर ग्रहाचा अस्त झाला आहे, व अधिक असेल तर अस्त व्हावयाचा आहे असें समजावें.

प्राग्दृग्ग्रह जेव्हां इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तेव्हां त्यांजमधील क्रांतिवृत्तीय अंशात्मक अंतरास विषुववृत्तीय रूप देऊन व त्यास ६ नें भागून त्यांच्या अंतरघटिका काढाव्या. नंतर त्यांस कलात्मक ग्रहदिनगतीनें गुणून व ६० नें भागून जें कलात्मक उत्तर येईल तें दृग्ग्रहस्थानांत वजा केलें असतां स्थूल स्वोदयकालिक दृग्ग्रह येतो. नंतर त्याच्या व इष्ट लग्नाच्या अंतरघटिका काढाव्या; व त्यांजपासून पुन्हां स्वोदयकालिक दृग्ग्रह काढून त्याच्या व इष्ट लग्नाच्या अंतरघटिका काढाव्या. हें असकृत्कर्म घटिका स्थिर होत तोंपर्यंत चालू ठेवावें; म्हणजे ग्रहाबरोबर उदय पावणारें क्रांतिवृत्तीय स्थान व इष्ट लग्न यांमधील नाक्षत्रघटिकात्मक अंतर येतें; व तें इष्ट कालांत वजा केल्यास त्याचा उदयकाल निघतो.

ही रीत ग्रहोदयानंतर इष्ट कालापर्यंत लोटलेल्या घटिकांच्या साधनाची आहे. गम्य घटिका याच रीतीनें काढाव्या. अस्तलग्न व इष्ट लग्न यांमधील गतगम्य अंतरघटिका साधण्याचीही हीच रीत आहे. मात्र तेथें प्राग्दृग्ग्रहाबद्दल पश्चिमदृग्ग्रह घेतला पाहिजे.

ताऱ्यांच्या उदयास्तांचें साधन वरीलप्रमाणेंच आहे. मात्र त्या साधनांत असकृत्कर्माची जरूर नसते.

ज्या स्थलीं ज्या ताऱ्याची उत्तर किंवा दक्षिण क्रांति अक्षांश-कोटीपेक्षां अधिक असते, त्या स्थलीं त्या ताऱ्याचें अहोरात्रवृत्त क्षितिजाच्या अनुक्रमें वर किंवा खालीं असल्यामुळें तो अनुक्रमें नेहमीं उदितच किंवा अस्तमित असतो. जेथील अक्षांश ३७ पेक्षां अधिक आहेत तेथें अगस्त्य दिसत नाहीं, व जेथील अक्षांश ५२ पेक्षां अधिक आहेत तेथें अभिजित् नेहमीं उगवलेलें असतें.

महापात.

क्रांतिवृत्तावरील सूर्यचंद्रांच्या गतींची बेरीज १३ अंश २० कला जितक्या काळांत होते त्यास योग म्हणतात, हें मागें आलेंच

आहे. असे १३॥ योग झाले म्हणजे त्यांचा गतियोग १८० अंश, व २७ योग झाले म्हणजे त्यांचा गतियोग ३६० अंश होतो, हें उघड आहे. सायन सूर्यचंद्रांच्या गतींची क्रांतिवृत्तावरील बेरीज १८०° किंवा ३६०° असली म्हणजे त्यांचे भुजहीं सारखे असतात. भुज सारखे असले म्हणजे त्यांची क्रांतिहीं जवळ जवळ सारखीच असते. जवळ जवळ म्हणण्याचें कारण असें कीं, सूर्य क्रांतिवृत्तावर असून चंद्र त्या वृत्ताशीं किंचित् कलत्या अशा विमंडलावर असतो; त्यामुळें जरी चंद्राचें क्रांतिवृत्तीय स्थान व सूर्य हीं विषुववृत्तापासून सारख्या अंतरावर असलीं तरी चंद्रसूर्यांची क्रांति सारखी नसते. पर्यायानें म्हणावयाचें झाल्यास, जरी त्यांची अस्फुट क्रांति सारखी असली, तरी त्यांची स्पष्ट क्रांति सारखी नसते. त्यांच्या स्पष्ट क्रांतींत जें अंतर असतें, तें चंद्राच्या अस्फुट शरापासून जो स्पष्ट शर उत्पन्न होतो त्याबरोबर असतें; व तो शर क्रांतीशीं समदिक् किंवा भिन्नदिक् असेल त्याप्रमाणें तें अंतर चंद्राच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या क्रांतीस म्हणजे त्याच्या अस्फुट क्रांतीस धनात्मक किंवा ऋणात्मक होऊन त्याची स्फुट क्रांति बनते. सूर्याची क्रांति चंद्राच्या स्फुट क्रांतीबरोबर असते, तेव्हां महापात झाला असें म्हणतात.

सूर्याची शून्य क्रांति तो सायनमेषारंभीं असतां होते, व परम क्रांति तो सायनकर्कारंभीं असतां होते. चंद्राची स्फुट शून्य क्रांति तो सायनमेषारंभीं किंवा त्याच्या जवळ असतां होते, व परम क्रांति तो सायनकर्कारंभीं किंवा त्याच्या थोडा मागेंपुढें असतांना घडून येते.

चंद्राची परम स्फुट क्रांति असतांना त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान व सायनकर्कारंभ यांमधील अंतर कसें काढितात तें प्रथम देतों. इतकेंच अंतर सायनमेषारंभ व चंद्राची शून्य क्रांति असतेवेळचें

त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान यांमध्यें असतें. सूर्याच्या किंवा चंद्राच्या शून्यक्रांतिकालचे स्थानास गोलसंधि व परमक्रांतिकालचे स्थानास अयनसंधि म्हणतात. चंद्रसूर्यांचा उरलेला एक एक गोलसंधि व एक एक अयनसंधि यांजमध्येंही परस्परांत वरच्या-इतकेंच अंतर असतें.

सूर्याचे गोलसंधींतच अस्फुट चंद्रशर पडत आहे, अशी कल्पना करा. अस्फुट शराचें मान नेहमीं सपात चंद्रावर अवलंबून असतें. परंतु रविगोलसंधिस्थ चंद्र असतांना सपात चंद्र=अयनांशोनित विलोमग पात. म्हणून तो शर, लघुत्रिज्या अथवा १२० : परमशरकला अथवा २७० : : अयनांशोनितपातज्या : शर, या त्रैराशिकानें—

$$\frac{९ \times \text{अयनांशोनितपातज्या}}{४}$$ इतका येतो.

आतां स्फुट क्रांति = अस्फुट क्रांति ± स्फुट शर. परंतु रविगोलसंधिस्थ अस्फुट क्रांति शून्य असल्यामुळें, रविगोलसंधिस्थ चंद्र असतां त्याची स्फुट क्रांति स्फुटशरतुल्य असते. म्हणून स्फुट क्रांति=

$$\text{स्फुट शर} = \text{नुकताच आलेला अस्फुट शर} \times \frac{\text{अयनवलनकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$;कारण रविगोलसंधिस्थ अयनवलन = परम क्रांति.

इतकी स्फुट क्रांति येण्यास भुज किती असावा लागतो, हें यानंतर काढिलें पाहिजे.

९० अंशांचीं १५–१५ याप्रमाणें ६ खंडें केलीं तर त्यांचीं कलात्मक अस्फुटक्रांतिखंडें अनुक्रमें ३६२, ३४१, २९९,

२३१, १५०, ९२ व अस्फुटशरखंडें अनुक्रमें ७०, ६९, ९६, ४३, २७, ९ अशीं होतात. चंद्रगोलसंधि रविगोलसंधीच्या जवळच असल्यामुळें, आपणांस वरील क्रांतिखंडांपैकीं प्रथम खंडाचेंच म्हणजे ३६१ चेंच प्रयोजन आहे. चंद्र रविगोलसंधिस्थ असतां कितव्या शरखंडाचें आपणांस प्रयोजन आहे, हें मात्र अयनांशोनितपातकोटिज्येवर अवलंबून असतें; कारण भुजज्येचा उपचय किंवा अपचय नेहमीं कोटिज्येप्रमाणें होत असतो. म्हणून त्रिज्यातुल्य अथवा १२० इतकी कोटिज्या असते तेव्हां प्रथम शरखंड म्हणजे ७०, तर अयनांशोनितपातकोटिज्या असतांना शरखंड केवढें असेल, या त्रैराशिकानें इष्टशरखंड $\frac{७}{१२}$ × अयनांशोनितपातकोटिज्या हें येतें.

एवंच स्फुट क्रांतीचें प्रथम खंड = प्रथम अस्फुटक्रांतिखंड ± इष्ट अस्फुटशरखंड = ३६१ ± $\frac{७}{१२}$ अयनांशोनितपातकोटिज्या. येथें शरखंड अस्फुट असल्यामुळें हें साधन कांहींसें स्थूल आहे.

धनर्णसंबंधानें असा नियम आहे कीं, चंद्राची स्फुट परम क्रांति जर रवीच्या परम क्रांतीपेक्षां म्हणजे २४ अंशांपेक्षां अधिक असेल, तर अस्फुटशरखंड अस्फुटक्रांतिखंडास धन करावें. ती तशी असण्यास रवीच्या अयनसंधींत असलेला चंद्रशर उत्तर असला पाहिजे; म्हणजे रवीच्या अयनसंधींत असणाऱ्या चंद्राचा अयनांशोनितपात मेषादिषट्कांत असला पाहिजे किंवा रवीच्या गोलसंधींत असणाऱ्या चंद्राचा अयनांशोनित पात त्यापेक्षां तीन राशींनीं कमी म्हणजे मकरादिषट्कांत असला पाहिजे. तो कर्कादिषट्कांत् असल्यास इष्ट अस्फुटशरखंडाचें ऋणचिह्न समजावें.

वरील खंडयोगास (किंवा ऋणचिह्न असल्यास खंडांतरास) जर १९ अंशांचा भुज असावा लागतो, तर रविगोलसंधिस्थ चंद्राच्या प्रथम आलेल्या स्फुट क्रांतीस किती भुज असला पाहिजे, या

त्रैराशिकानें इष्ट भुजांश निघतात. रवीच्या गोलायनसंधींपासून इतक्या भुजांशांच्या अंतरावर चंद्राचे गोलायनसंधि असतात. अयनांशोनित विलोमग पात मेषादि षट्कांत असल्यास पात विषुववृत्ताच्या दक्षिणेस असून उत्तरोक्त संधि पूर्वोक्त संधींच्या पश्चिमेस असतात. पात तुलादि षट्कांत असल्यास तो पात विषुववृत्ताच्या उत्तरेस असून उत्तरोक्त संधि पूर्वोक्त संधींच्या पूर्वेस असतात.

ज्या काळीं चंद्र स्वायनसंधिस्थ असतो, त्या काळीं त्याची स्फुट क्रांति व सूर्याची क्रांति काढावी. रविक्रांति चंद्रक्रांतीपेक्षां अधिक असेल तर स्फुटक्रांतिसाम्य त्या काळीं किंवा त्याच्या सुमारास होणार नाहीं असें समजावें. कारण चंद्राची क्रांति स्वायनसंधीनंतर उत्तरोत्तर कमी कमी होत जाते; व त्या संधीपूर्वीं तर ती रविक्रांतीपेक्षां कमीच असते.

विषुववृत्ताच्या उत्तरेकडील भागास उत्तर गोल व दक्षिणेकडील भागास दक्षिण गोल म्हणतात. तसेंच सायन कर्कारंभ व मकरारंभ यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तानेंही ज्योतिर्गोलाचे दोन भाग होतात; त्यांस अयनें म्हणतात. रविचंद्र एकाच गोलांत पण भिन्न अयनांत असून त्यांची स्पष्ट क्रांति तुल्य झाली म्हणजे व्यतिपातयोग होतो; व ते एकाच अयनांत पण भिन्न गोलांत असून त्यांची क्रांति सारखी झाली म्हणजे वैधृतियोग होतो. या दोन योगांस महापात म्हणतात, हें वर आलेंच आहे. व्यतिपातयोग असतां सूर्यचंद्रांच्या सायन भुजांची बेरीज १८० अंश किंवा त्यांच्या जवळ असते; व वैधृतियोग असतां ती ३६० अंश किंवा त्यांच्या जवळ असते. जेव्हां बेरीज १८० किंवा ३६० अंश नसते, परंतु यांपैकीं कोणत्या तरी आंकड्याच्या जवळ जवळ असते, तेव्हां तिजमधील व त्या आंकड्यामधील अंतर काढावें; व त्या अंशांस रविचंद्रांच्या गति-

योगांशांनीं भागावें, म्हणजे भार्ध (म्हणजे १८० अंश) किंवा चक्र (म्हणजे ३६० अंश) होण्याला लागणारे किंवा लागलेले दिवस येतात. प्रथम घेतलेली दोघांच्या सायन भुजांची बेरीज भार्धापेक्षां किंवा चक्रापेक्षां कमी असली तर इतक्या दिवसांनीं पुढें तें भार्ध किंवा चक्र घडून येणार, व अधिक असली तर इतक्या दिवसांनीं तें आधींच झालें आहे असें समजावें. त्या दिवसांच्या संख्येनें सूर्य, चंद्र व पात यांच्या दिनगतींस गुणून प्रत्येकाची त्या दिवसांतील जी गति येईल ती अनुक्रमें सायन सूर्य व चंद्र व अयनांशोनित पात यांत अनुक्रमें मिळविली किंवा वजा केली असतां हे ग्रह तात्कालिक सायन होतील. त्यानंतर या तात्कालिक सायन ग्रहांपासून सूर्याची व चंद्राची स्पष्ट क्रांति काढावी. या क्रांति जवळ जवळ परस्परतुल्य आढळून येतील; पण त्या तुल्य मात्र नसतात. म्हणून या काळास अस्फुट महापातकाल म्हणूं या.

चंद्रकक्षेचीं ९० अंशांचें एक एक याप्रमाणें पातापासून चार पदें होतात. त्यांपैकीं पहिल्या किंवा तिसऱ्या पदांत जेव्हां चंद्र असतो, तेव्हां त्याची गति त्यास उत्तरोत्तर क्रांतिवृत्तापासून दूर नेत असते; व तो जेव्हां दुसऱ्या किंवा चौथ्या पदांत असतो,तेव्हां त्याचा कल क्रांतिवृत्ताजवळ अधिक अधिक येण्याकडे असतो. त्याची गति रविगतीपेक्षां अधिक असते. म्हणून अस्फुट महापातकालीं चंद्र विषम पदांत असून त्याची स्पष्ट क्रांति सूर्य-क्रांतीपेक्षां अधिक असेल किंवा तो सम पदांत असून त्याची क्रांति सूर्यक्रांतीपेक्षां कमी असेल, तर महापात किंवा क्रांतिसाम्य होऊन गेलेलें आहे, व तसें नसल्यास तें पुढें होणार आहे असें समजावें.

नंतर अस्फुटमहापातकालिक सायन सूर्य व सायन चंद्र यांच्या स्पष्ट क्रांति एक दिशेच्या असल्यास त्यांचें अंतर काढावें, व भिन्न दिशांच्या असल्यास त्यांची बेरीज घ्यावी; उत्तर येईल त्यास आद्य

म्हणावें. नंतर हें आद्य उत्पन्न होण्यास किती काळ पाहिजे हें काढण्याकरितां प्रथम आपल्या मनानें कांहीं इष्ट घटिका कल्पून महापात गतगम्य असेल त्याप्रमाणें त्या घटिका अनुक्रमें गतगम्य समजाव्या. नंतर स्फुट महापात गत असल्यास त्या घटिका अस्फुट महापातकालांत वजा करून व तो गम्य असल्यास मिळवून जो काळ येईल त्या काळचे सायन सूर्य व चंद्र व अयनांशोनित पात काढावे; व त्यांवरून सूर्याची व चंद्राची स्पष्ट क्रांति काढावी. त्या क्रांतींवरून पुन्हां वर सांगितल्याप्रमाणें क्रांतिसाम्य गत किंवा गम्य आहे तें पहावें; व त्या क्रांति एक दिशेच्या किंवा भिन्न दिशांच्या असतील त्याप्रमाणें त्यांचें अंतर किंवा बेरीज घ्यावी; उत्तर येईल त्यास अन्य म्हणावें.

आतां प्रथम आलेला अस्फुट महापातकाल व त्यास इष्ट घटिकांचा संस्कार करून आलेला काल या दोन्ही कालीं स्फुट महापात गत असेल किंवा दोन्ही कालीं तो गम्य असेल तर आद्य व अन्य यांची वजाबाकी करावी. तसें नसल्यास त्यांची बेरीज करावी. नंतर हें अंतर किंवा ऐक्य उत्पन्न होण्यास जर इष्ट घटिका, तर आद्य उत्पन्न होण्यास किती, या त्रैराशिकानें अस्फुट महापातकाल व स्फुटासन्न महापातकाल यांजमधील अंतर-घटिका निघतात. स्फुटासन्न अथवा सुमाराचा म्हणण्याचें कारण असें कीं, वरील त्रैराशिकांत आपण क्रांतीच्या उपचयाचा किंवा अपचयाचा वेग प्रत्येक घटिकेस सारखा कल्पिला आहे, तसा तो वास्तविक नसतो. म्हणून त्या अंतरघटिकांस इष्ट घटिका समजून पुन्हां अन्य साधावा. आद्य मात्र प्रथम जो आला होता तोच येथेंही समजावा. नंतर आद्यापासून व दुसऱ्यानें आणिलेल्या अन्यापासून पुन्हां इष्ट घटिका साधाव्या. घटिका स्थिर होत तोंपर्यंत हा पौनःपुन्याचा प्रकार चालू ठेवावा. स्थिर झाल्यावर

त्या स्फुट झाल्या असें समजावें; व त्या घटिका अस्फुट महापातकालीं स्फुट क्रांतिसाम्य गम्य असल्यास त्या काळांत मिळवाव्या, व त्या कालीं तें गत असल्यास वजा कराव्या; म्हणजे स्फुट महापातकाल येतो. हाच पातमध्यकाल समजावा; म्हणजे यांत सूर्यचंद्रांच्या बिंबमध्यांची स्फुट क्रांति सारखी असते.

त्यांच्या बिंबांच्या अग्रांची क्रांति पातमध्यकालापूर्वी एकदां सारखी असते, व त्यानंतर एकदां सारखी असते. असें समजा कीं, सूर्य सायन कर्कादित्रयांत व चंद्र मेषादित्रयांत असून व्यतिपातसंभव आहे. आतां चंद्रबिंबाचें क्रांतिवृत्तापासून सर्वांत दूरचें अग्र व सूर्यबिंबाचें अत्यंत जवळचें अग्र यांची क्रांति सारखी असण्याचा योग पातमध्यकालापूर्वी चंद्र महापातमध्यकालिकस्थित्युन्मुख असतां घडून येतो. मध्यकालानंतर सूर्यबिंबाचें क्रांतिवृत्तापासून दूर असलेलें अग्र व चंद्रबिंबाचें त्यास जवळ असलेलें अग्र यांची क्रांति एक असण्याचा योग असतो. पूर्व कालास पातारंभकाल व उत्तर कालास पातांतकाल म्हणतात. पातारंभकालीं व पातांतकालीं सूर्यचंद्रांच्या बिंबमध्यांत दोघांच्या बिंबमानैक्यार्धाइतकें अंतर असतें. या अंतराइतकें क्रांत्यंतर होण्यास लागणारा काल, आद्यनामक क्रांत्यंतर : असकृत्कर्मानें स्फुट केलेल्या घटिका : : मानैक्यार्धतुल्य अंतर : स्थूलस्थित्यर्धघटिका, या त्रैराशिकानें निघतो. या कालाचा पातमध्यकालास ऋण व धन संस्कार केला असतां अनुक्रमें अस्फुट पातादिपातांतकाल निघतात. हे काल सूक्ष्म करण्याकरितां या कालचे चंद्र, सूर्य व पात करावे. नंतर त्या सूर्यचंद्रांच्या पुन्हां क्रांति काढून त्यांचें अंतर (आद्यनामक) पुन्हां काढावें. तें अर्थात् मानैक्यार्धाजवळ असतें. यानंतर हें आद्यनामक क्रांत्यंतर उत्पन्न होण्यास जर स्थूल स्थित्यर्धघटिका लागतात तर मानैक्यार्धाइतकें क्रांत्यंतर होण्यास किती

घटिका लागतील, या त्रैराशिकानें स्फुटासन्न घटिका निघतात. त्या $\dfrac{\text{स्थूलस्थित्यर्ध घटिका} \times \text{मानैक्यार्ध}}{\text{आद्य}}$ इतक्या असतात. नंतर त्या घटिकांपासून पुन्हां तात्कालिक चंद्र, सूर्य व पात करून त्यांपासून क्रमानें क्रांत्यंतर व स्फुटासन्नतर घटिका काढाव्या. अशा पौनःपुन्यानें घटिका स्थिर झाल्या म्हणजे त्या सूक्ष्म घटिका झाल्या असें समजावें. त्यांचा ऋणधनसंस्कार पातमध्यकालास करावा, म्हणजे सूक्ष्म पातादिपातांतकाल निघतात.

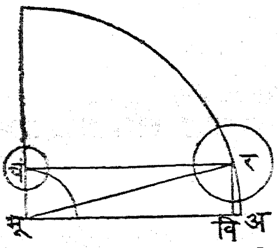
चंद्र स्वायनसंधिस्थ असून त्याची परम क्रांति सूर्यक्रांतीपेक्षां कमी असली तर पातसंभव नसतो म्हणून जें वर सांगितलें, तें बिंबमध्यक्रांतिसाम्यासंबंधानें मात्र खरें असतें. बिंबाग्रक्रांतिसाम्याचा महापातांत अंतर्भाव केल्यास तात्कालिक चंद्रसूर्यांच्या क्रांतींतील अंतर दोघांच्या मानैक्यार्धापेक्षां कमी असल्यास पातसंभव असतो असेंच म्हटलें पाहिजे. आतां अशा पाताचा मध्यकाल कोणता असा कोणीं प्रश्न केल्यास त्या प्रश्नाचें उत्तर ज्या काळीं चंद्र स्वायनसंधींत प्रवेश करितो तो काळ हें होय. कारण त्या काळाच्या पूर्वीं किंवा नंतर चंद्रसूर्यांच्या क्रांतींमधील अंतर अधिकाधिकच होत जातें; व पातमध्यकालाचें लक्षण तरी हेंच असतें कीं, त्या काळीं त्यांचें जितकें क्रांत्यंतर (०) असतें त्यापेक्षां त्याच्या अलीकडे व पलीकडे तें ज्यास्त असतें. वरील प्रकारच्या महापाताचें स्थित्यर्ध काढण्याकरितां चंद्र स्वायनसंधिस्थ असतो त्या काळच्या चंद्रसूर्यांचें क्रांत्यंतर काढून त्यास आद्य म्हणावें. नंतर इष्ट घटिका कल्पून त्या घटिकांतील त्यांचें क्रांत्यंतर अन्यसंज्ञक काढून अन्याच्या व आद्याच्या अंतरानें आद्य व मानैक्यार्ध यांच्या अंतरास भागून भागाकारास इष्ट घटिकांनीं गुणावें, म्हणजे स्फुटासन्न घटिकात्मक स्थित्यर्ध येतें;

कारण (अन्य—आद्य) : इष्ट घटिका : : (मानैक्यार्ध—आद्य) : स्फुटासन्न घटिकात्मक स्थित्यर्ध. (आद्यतुल्य क्रांत्यंतर पातमध्य-कालींही कायम असल्यामुळें तें अन्य व मानैक्यार्ध यांतून वजा केलें आहे.) हें स्थित्यर्ध असकृत्कर्मानें सूक्ष्म करावें; व चंद्र ज्या काळीं स्वायनसंधिस्थ असतो त्या काळास त्या कालात्मक सूक्ष्म स्थित्यर्धाचा ऋण व धन संस्कार करावा; म्हणजे अनुक्रमें पातादिकाल व पातांतकाल येतात.

शृंगोन्नति.

सूर्य चंद्राच्या ज्या बाजूस असतो त्या बाजूचें त्याचें अर्ध प्रकाशित असतें. या प्रकाशित भागापैकीं जेवढा भाग चंद्राच्या पृथ्वी-कडील अर्ध्या भागांत येईल तितकाच आपणांस दिसतो; बाकीचा अंधकारमय दिसतो. अमावास्येस चंद्राचें प्रकाशित अर्ध पृथ्वीच्या उलट बाजूस असल्यामुळें चंद्रबिंब पृथ्वीवर मुळींच दिसत नाहीं. त्यानंतर शुक्ल अष्टमीपर्यंत त्या प्रकाशित अर्धापैकीं कांहीं भाग रोज रोज दिसावयास लागून अखेरीस त्याचा अर्धा भाग म्हणजे संपूर्ण चंद्राचा चतुर्थांश भाग आपणांस दिसून येतो. दरम्यानच्या काळांत शशिबिंबाची आकृति शृंगाकार असते. शुक्लाष्टमीपासून पौर्णिमेपर्यंत बिंबाच्या अधिकाधिक भागावर प्रकाश दिसावयास लागून पौर्णिमेच्या दिवशीं पूर्ण बिंब दिसावयास लागतें. मध्यं-तरींच्या काळांत शृंगाचा आकार नाहींसा झालेला असतो. हीच स्थिति पौर्णिमेपासून कृष्णाष्टमीपर्यंत टिकते. या काळांत भूस्थ द्रष्ट्यास दिसणाऱ्या बिंबावरील प्रकाश कमी कमी व्हावयास लागून शेवटीं शुक्लाष्टमीप्रमाणें अर्धे बिंब प्रकाशित होतें. यानंतर पुन्हां बिंबास शृंगाकार येतो; व शृंगाचें स्थूलत्व दिवसेंदिवस कमी कमी होत जाऊन अमावास्येस पुन्हा शृंगाचा व बिंबाचा बरोबरच लय होतो.

चंद्रबिंब शुक्लाष्टमीस व कृष्णाष्टमीस अर्धे दिसतें असें जें वर म्हटलें आहे तें शब्दशः खरें नाहीं. कारण ज्या वेळीं आपणांस अर्धें चंद्रबिंब दिसतें त्या वेळीं चंद्र व सूर्य यांमध्यें वास्तविक ९० अंशांचें अंतर नसून त्यापेक्षां किंचित् कमी असतें. हें असें कां याचा उलगडा

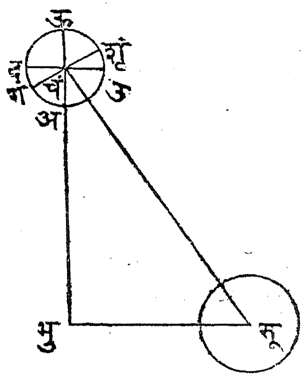


सोबतच्या आकृतीवरून होईल. या आकृतींत भू ही पृथ्वी, चं हें चंद्राचें स्वकक्षेंतील स्थान, र अ ही रविकक्षा व अ हें सूर्याचें शुक्ल अष्टमीस असणारें स्थान आहे. जेव्हां अर्धें चंद्रबिंब प्रकाशित असतें तेव्हां सूर्य अ या स्थानीं नसून र या स्थानीं असतो हें उघड आहे. सूर्यकक्षेचा व्यासार्थ र भू यास त्रिज्या समजल्यास र वि ही अ भू र या कोणाची भुजज्या होते; व र वि हें चं भू शीं म्हणजे पृथ्वीपासून चंद्राचें जें अंतर त्याशीं तुल्य आहे. सूर्य व चंद्र यांच्या कक्षाव्यासार्धांचें परस्परप्रमाण आकृतींत दिसतें त्यापेक्षां फार मोठें आहे; तें इतकें कीं र भू अ हा कोन फक्त सुमारें ४$\frac{1}{4}$ अंशांचा असतो; व चंद्राचें अर्धें बिंब प्रकाशित असतां चंद्रसूर्यांमधील अंतर ८५$\frac{3}{4}$ अंश असतें.

चंद्रबिंबाचा सूर्याकडील अर्धा भाग प्रकाशित असल्यामुळें चंद्र-सूर्यांस जोडणारी रेषा शशिशृंगांस जोडणाऱ्या रेषेस नेहमीं लंब-रूप असते. म्हणून पूर्वोक्त रेषेची दिशा जशी बदलत जाते, तशी उत्तरोक्त रेषेची दिशाही बदलत जाते. जेव्हां सूर्यचंद्रांचें दक्षिणो-त्तर अंतर शून्य असतें, तेव्हां शृंगांची दिशा बरोबर दक्षिणोत्तर असते. जों जों सूर्य चंद्रबिंबाच्या दक्षिणेस जाऊं लागतो, तों तों त्या बिंबाचें दक्षिणेकडील शृंग दक्षिणोत्तर रेषेच्या वर चढूं लागतें; व जों जों सूर्य चंद्रबिंबाच्या उत्तरेस जाऊं लागतो, तों तों त्या बिंबाचें

उत्तरेकडील शृंग त्या रेषेच्या वर जाऊं लागतें. ही शृंगोन्नति चंद्रसूर्यांच्या दक्षिणोत्तर अंतरावर अवलंबून असल्यामुळें, तें अंतर तिच्या भुजस्थानीं आहे. उलट पक्षीं तें अंतर सारखेंच राहून उभयतांचें ऊर्ध्वाधर अंतर वाढत चाललें, तर शृंगोन्नति कमी कमी होत जाते; म्हणून हें अंतर तिच्या कोटिस्थानीं आहे. भुजकोटींच्या वर्गांची बेरीज करून त्या बेरजेचें वर्गमूळ काढिल्यास कर्ण निघतो. त्याचप्रमाणें शृंगोन्नतीचा भुज, कोटि व कर्ण माहित असल्यास ती किती आहे हें काढितां येतें. वरील विवेचन खालील आकृतीवरून स्पष्ट होईल:—

चंद्रसूर्यांची खगोलांतील स्थिति पश्चिमबिंदूकडून पाहिल्यास जशी दिसेल तशी या आकृतींत दर्शविली आहे.



चं व सू हीं अनुक्रमें चंद्रसूर्यस्थानें असून शृं ग ही शृंगदिशा दाखविणारी रेषा आहे. द उ ही रेषा चंद्रबिंबावरील दक्षिणोत्तर दिशा दाखविणारी रेषा आहे.

शृं चं उ ही शृंगोन्नति आहे. ऊ चं उ व ग चं सू हे दोन काटकोन असून एकांतील ऊ चं शृं हा कोन दुसऱ्यांतील ग चं अ या कोणाशीं तुल्य असल्यामुळें एकांतील उर्वरित कोण शृं चं उ (शृंगोन्नति) हा दुसऱ्यांतील उर्वरित कोनाशीं म्हणजे भु चं सू या कोणाशीं तुल्य आहे. चंद्रसूर्यांचें दक्षिणोत्तर अंतर भु सू व ऊर्ध्वाधर अंतर चं भु हीं भु चं सू या कोनाचे व अतएव शृंगोन्नतीचे अनुक्रमें भुज व कोटि असून चं सू हें उभयतांतील अंतर कर्णस्थानीं आहे.

भुज किंवा दक्षिणोत्तर अंतर काढण्याची रीत पहिल्या भागांत दिली आहे. त्या रीतीनें चंद्रसूर्यांचे भुज काढून ते भिन्न दिशांचे असल्यास त्यांचा योग करावा, व ते एकाच दिशेचे असल्यास त्यांचें अंतर काढावें, म्हणजे शृंगोन्नतीचा भुज येईल.

ऊर्ध्वाधर अंतर काढण्यास उभयतांचे शंकु काढिले पाहिजेत. नंतर उभयतां क्षितिजाच्या एकाच बाजूस असल्यास त्यांच्या शंकूंची वजावाकी करावी, व क्षितिजाच्या प्रत्येक बाजूस एक एक असल्यास त्यांच्या शंकूंची बेरीज करावी. म्हणजे शृंगोन्नतीचा ऊर्ध्वाधरांतररूप कोटि निघतो.

भुज व कोटि काढण्यास शंकु व शंकुतल यांची जरूर लागते. सूर्य क्षितिजाच्या खालीं असल्यास त्याच्या स्थानापासून क्षितिजाकडे जो उलट लंब पडतो, तोच त्याचा शंकु समजावा. त्यास त्याचा अधःशंकु म्हणतात. सूर्याचा मध्यरात्रीपूर्वीचा अधःशंकु सूर्यास्तानंतरच्या गत घटिकांच्या साहाय्यानें काढितात; व मध्यरात्रीनंतरचा अधःशंकु निशावशेषभूत घटिकांपासून काढितात. शंकूस पलभेनें गुणून १२ नें भागिलें म्हणजे शंकुतल येतें, हें पहिल्या भागांत आलेंच आहे. अग्रा उत्तर असून सूर्य क्षितिजाच्या वर असल्यास शंकूचें खालचें बूड (तल) सूर्योदयस्थानाच्या दक्षिणेस पडतें, व म्हणून सूर्याचा भुज काढितांना शंकुतल अग्रेंतून वजा करावें लागतें, हें उघड आहे. परंतु सूर्य क्षितिजाच्या खालीं असल्यास अहोरात्रवृत्ताचा खालचा भाग सूर्योदयस्थानाच्या उत्तरेस असल्यामुळें तें त्या स्थानाच्या उत्तरेस पडतें. व म्हणून सूर्याचा भुज काढितांना शंकुतल अग्रेंतून वजा न करितां तींत मिळवावें लागतें.

भाग ४ था.

भारतीय ज्योतिषास लागणारें गणित.

आधुनिक पाश्चात्य गणितशास्त्र अत्यंत प्रौढावस्थेस पोंचलें असल्यामुळें, ग्रहांच्या गतिस्थिति वाटतील तितक्या सूक्ष्म काढणें आधुनिक पाश्चात्य ज्योतिषास सुलभ झालें आहे. तसा आपल्या जुन्या ज्योतिषाचा प्रकार नव्हता. अंकगणित व बीजगणित यांचें ज्ञान आपल्या पूर्वजांस बऱ्याच चांगल्या प्रकारचें होतें. भूमितीचे व त्रिकोणमितीचे मूलसिद्धांत त्यांस चांगल्या प्रकारें अवगत असून गोलीय भूमिति व त्रिकोणमिति यांतील मुख्य सिद्धांतांशींही त्यांचा परिचय होता. परंतु गणिताच्या सूक्ष्मत्वास आवश्यक असणारे पृथक्करणात्मक भूमिति, शून्यलब्धि व शून्ययुति यांचें गणित मात्र त्यांना मुळींच ज्ञात नव्हतें म्हटलें तरी चालेल; नाहीं म्हणावयाला भुजज्येचें तारतम्य (differential coefficient) कोटिज्या असते, हें तत्त्व त्यांना माहित असून त्यांनीं त्याचा जागोंजागीं उपयोग केला आहे. अनंत कृत्यें (indeterminate equations) व त्रिकोणमितींतील ज्यासाधनाचे कांहीं प्रकार यांचें ज्ञान युरोपीयांस २००–३०० वर्षांतच झालें असून आपल्या पूर्वजांस तें फार पूर्वीं होतें, हें त्यांस भूषणावह आहे.

अंकगणित व बीजगणित.

भारतीय गणितज्ञ एक, द्वि, त्रि इत्यादि संख्यावाचक शब्दांशिवाय त्या अर्थीं वस्तुवाचक शब्दांचीही योजना करीत. 'रूप' या शब्दाचा 'एक' या अर्थीं, 'अक्षि' शब्दाचा 'दोन' या अर्थीं, 'गुण', 'वेद', 'शर' यांचा अनुक्रमें 'तीन', 'चार', 'पांच' या अर्थीं व याचप्रमाणें इतर विशिष्ट संख्यासंबद्ध वस्तु-

वाचक शब्दांचा इतर अंकांच्या अर्थीं उपयोग करण्यांत येई. यामुळें गणितासारख्या नीरस शास्त्रांतील नियमही ज्या पद्यांत गोंविले असतात, तीं पद्यें सुंदर काव्याप्रमाणें कर्णमधुर लागतात. संख्येंतील अंकांचा निर्देश डाव्या बाजूकडून उजवीकडे म्हणजे एकं, दहं, शतं या क्रमानें करितात.

भारतीयांची चिह्नपद्धति आधुनिक पद्धतीकडून निराळी होती. दोन राशींचा गुणाकार दर्शविणें झाल्यास त्या जवळजवळ मांडून त्यांजमध्यें एक लहान टिंब देत. हल्लीं वर्गघनादि दाखविण्याकरितां जसा राशीच्या डोक्यावर उजवीकडे २, ३, किंवा त्याहून मोठा आंकडा घालतात तसा भारतीयांच्या चिह्नपद्धतींत घालावयाचा नसून राशीच्या पुढें 'व' 'घ' इत्यादि अक्षरें घालीत असल्यामुळें गुणन व वर्ग यांचा घोंटाळा उडण्याचा संभव असे. तो होऊं नये हें बहुधा टिंब देण्याचें कारण असावें. राशीचा संख्यात्मक गुणक नेहमीं त्या राशीच्या पुढें मांडण्यांत येई; व त्या संख्येपुढें एखादा राशि असल्यास त्या राशीचा पूर्वींच्या राशीशीं धनात्मक किंवा ऋणात्मक क्षेपक या नात्यानें संबंध आहे असें समजण्यांत येई; पुढील राशि ऋण असल्यास त्याच्या डोक्यावर एक लहानसें टिंब देण्यांत येई. हा क्षेपक केवळ संख्यात्मक असल्यास त्याचा पूर्वींच्या राशीच्या संख्यात्मक गुणकाशीं घोंटाळा उडूं नये म्हणून त्या क्षेपकाच्या मागें 'रूप' या शब्दाचा संक्षेप 'रू' हें अक्षर मांडण्यांत येई. भाजकाचें स्थान हल्लींप्रमाणेंच भाज्याच्या खालीं असे. मात्र हल्लीं त्यांच्यामध्यें जी रेघ असते ती त्या वेळीं नसे. अज्ञात राशि दर्शविणाऱ्या 'क्ष' या अक्षराबद्दल पूर्वीं 'यावत् तावत्' या शब्दाचें संक्षिप्त रूप 'या' हें अक्षर योजीत; व हल्लीं 'अ', 'ब', 'क' हीं अक्षरें ज्या अर्थीं योजितात त्या

अर्थी 'कालक', 'लोहित', 'पीतक', 'नीलक' इत्यादि वर्णबोधक शब्दांचीं संक्षिप्त रूपें 'का', 'लो', 'पी', 'नीं' इत्यादि अक्षरें योजण्यांत येत.

$$\frac{\text{या}^2 \times \text{अ}^2 + २\,\text{या} \times \text{अ} \times \text{वि} \times \text{त्रि} + \text{वि}^2 \times \text{त्रि}^2}{\text{या}^2 - १४४}$$ हा राशि

भारतीयांच्या चिह्नपद्धतीनें मांडावयाचा झाल्यास त्याचें रूप असें होतें:—

$$\frac{\text{याव. अव}_{१}\ \text{या. अ. वि. त्रि}\ २\ \text{विव. त्रिव}_{१}}{\text{याव}\ १\ \text{रू}\ \dot{१}४४}$$

अंकगणित व बीजगणित यांपैकीं पूर्णांकांचें व अपूर्णांकांचें भिन्नपरिकर्माष्टक (म्हणजे बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार, वर्ग, वर्गमूळ, घन व घनमूळ), समीकरणें, कुट्टक व वर्गप्रकृति (indeterminate equations) यांचा भारतीय ज्योतिषांत यथावकाश उपयोग केलेला आहे. भारतीयांच्या वर्गमूळ व घनमूळ काढावयाच्या रीति हल्लींहून बऱ्याच भिन्न आहेत. त्या शालोपयोगी पुस्तकांतूनही येऊं लागल्यामुळें येथें देत नाहीं. बीजगणितांतील वर्गसमीकरणें सोडविण्याच्या रीतीचा छायेवरून छायाकर्ण साधण्याचे कामीं उपयोग केलेला पहिल्या भागांत दिसून येईल.

कुट्टक व वर्गप्रकृति यांचा भारतीय ज्योतिषांत बराच उपयोग केला असल्यामुळें त्यांचें विस्तृत स्पष्टीकरण करणें जरूर आहे.

कुट्टक.

पूर्णांकांच्या भागाकारांत भाज्य व भाजक दिले असतां भाग व शेष येतात. याच्या कांहींसा उलट प्रकार कुट्टकाचा आहे. कुट्टक म्हणजे भाज्याला ज्या गुणकानें गुणून हारानें म्हणजे भाजकानें

भागिलें असतां शेष विवक्षित ऋण किंवा धन संख्या रहाते तो गुणक. भागाकारांत भाज्यास हराचा जो भाग लागतो त्यापेक्षां १ नें अधिक भाग लाविल्यास बाकी ऋणात्मक राहील हें उघड आहे. हीच गोष्ट पर्यायानें खालील समीकरणानें दर्शवितां येईलः—भाज्य × कुट्टक ± क्षेप = हार × लब्धि. (क्षेपाचिन्ह शेषचिन्हाच्या उलट असतें.) ज्या गुणकानें भाज्यास गुणून आलेल्या गुणाकारांत क्षेपरूप संख्या मिळविली किंवा वजा केली असतां व आलेल्या फलास हाररूप संख्येनें भागिलें असतां भजनफल पूर्णांकरूप येतें, अर्थात् शेष कांहीं उरत नाहीं, तो गुणक कुट्टक होय, अशी त्याची व्याख्या केल्यासही चालणार आहे. वरील समीकरणाच्या उजव्या बाजूच्या राशींत हार हा गुणक असल्याकारणानें डावीकडील राशीस हाराचा बरोबर भाग गेला पाहिजे हें उघड आहे. आतां भाज्य, हार व क्षेप दिले असतां कुट्टक कसा काढावयाचा तें पाहूं. या सर्वांस अर्थात्च पूर्णांक कल्पिलें आहे. या तिहींत जो साधारण भाजक असेल त्यानें तिन्ही राशींस भागून त्यांस दृढ रूप दिल्यास साधनाचें स्वरूप मुळींच बदलणार नाहीं हें स्पष्ट आहे. भाज्य व हर यांस एखादा साधारण भाजक असून त्यानें क्षेपास बरोबर भाग जात नसला तर प्रश्न चुकीचा आहे, असें समजावें. कारण—

क्षेप=हार × लब्धि—भाज्य × कुट्टक=दृढभाजक × (दृढहार × लब्धि—दृढभाज्य × कुट्टक).

यावरून हें उघड आहे कीं पूर्णांकरूप भाज्य व हार यांस एखादा साधारण दृढभाजक असल्यास त्यानें क्षेपासही पूर्ण भाग जातो. असो. साधारण भाजकानें भागून दृढभाज्य, दृढहार व दृढक्षेप काढावे. त्यांपैकीं हारानें भाज्यास भागावें; शेष उरेल त्यानें हारास भागावें; याप्रमाणें दृढभाजकाच्या रीतींतल्याप्रमाणें १ ही संख्या

शेष उरेपर्यंत हें परस्परभाजन चालूं ठेवावें. दृढभाज्य व दृढहार यांच्या या परस्परभाजनानें जे भाग येतात ते त्यांच्या अदृढ रूपांच्या परस्परभाजनानें येणाऱ्या भागांशीं तुल्य असतात; फरक इतकाच कीं पूर्वोक्त भाजनांत जेव्हां शेष१ उरतो तेव्हां उत्तरोक्त भाजनांत दृढभाजक उरतो.

घटकाभर ३२, १९ व ३ हे अनुक्रमें दृढभाज्य, दृढहार व दृढक्षेप आहेत असें समजा. त्यांचें परस्परभाजन खालीं दिल्या प्रमाणें होईलः—

```
१९) ३२ (१
    १९
    ---
    १३) १९ (१
        १३
        ---
         ६) १३ (२
            १२
            ---
             १
```

शेवटच्या भागाकारांतील भाज्य, भाजक, भाग व शेष यांचे संबंध खालील समीकरणानें दाखवितां येतीलः—

भाज्य−१ = भाजक × भाग.

या समीकरणांतील दोन्ही पक्षांस दृढक्षेपानें गुणिल्यास समीकरण कायमच राहील. म्हणून भाज्य × क्षेप − क्षेप = भाजक (किंवा हार) × (क्षेप × भाग). याचा अर्थ असा कीं भाज्य १३, हार ६ व क्षेप ३ असतां कुट्टक क्षेपतुल्य ३ च असतो. क्षेप × भाग हा जो क्षेपतुल्य कुट्टकाच्या प्रवेशामुळें नवीन भाग उत्पन्न झाला आहे त्यास लब्धि म्हणूं. या ठिकाणीं लब्धीची किंमत ३×२ म्हणजे ६ आहे. नुक्ता आलेला कुट्टक व लब्धि हीं

धन शेषासंबंधानें किंवा ऋण क्षेपासंबंधानें मात्र खरीं आहेत. म्हणजे १३ स ३ नें गुणून गुणाकारास ६ नें भागिल्यास ३ उरतात; अथवा पर्यायानें १३ स ३ नें गुणून गुणाकारांतून ३ वजा केले असतां बाकी जी उरेल तिला ६ चा बरोबर भाग जातो. ऋण शेषासंबंधानें किंवा धन क्षेपासंबंधानें कुट्टक व लब्धि काढावयाचीं असल्यास वरील समीकरणांत क्षेपतुल्य कुट्टकाचें व (क्षेप × भाग) या लब्धीचें चिह्न ऋण करावें लागेल; व ऋणाबद्दल धन कुट्टक व लब्धि पाहिजे असल्यास समीकरणाच्या दोन्ही पक्षांत हर × भाज्य हा हरघटित राशि मिळविला पाहिजे; म्हणजे त्या दोहोंचें धन चिन्ह येऊन समीकरणाच्या डाव्या पक्षास हराचा बरोबर भाग जाण्यासही कांहीं हरकत पडणार नाहीं.

आतां समीकरण खालीं लिहिल्याप्रमाणें झालें:-

भाज्य ×(हर− क्षेपतुल्य कुट्टक) + क्षेप = हार (भाज्य−लब्धि).

(हर−कुट्टक) व (भाज्य—लब्धि) यांस अनुक्रमें कुट्टकाचा व लब्धीचा पूरक म्हणूं. हेच भाज्याचे व हराचे धन क्षेपासंबंधानें धन कुट्टक व लब्धि होत; म्हणजे १३ स (६−३) नें म्हणजे ३ नें गुणून व गुणाकारांत ३ मिळवून ६ नें भागिलें असतां भाग बरोबर तुटून लब्धि (१३ − ६) म्हणजे ७ धनात्मक येते. क्षेप धन असल्यामुळें शेष अर्थात् ऋण असतो; कारण १३ स ३ नें गुणून गुणाकार ३९ येतो; त्यांतून ७×६ म्हणजे ४२ वजा केल्यास शेष−३ राहतो.

वर ऋण क्षेपासंबंधानें प्रथम जें समीकरण दिलें आहे, तें खालील रीतीनेंही मांडितां येईल:—लब्धि×हर+क्षेप=भाज्य×क्षेपतुल्य कुट्टक.

आतां अंत्य भागाकारांतील भाज्य हें उपांत्य भागाकारांतील हर आहे; व अंत्य भागाकारांतील हर हा उपांत्य भागाकारांतील

शेषाबरोबर म्हणजे (उपांत्य भागाकारांतील भाज्य – उपांत्य भागाकारांतील हर × उपांत्य भागाकारांतील भाग) या राशीबरोबर आहे. म्हणून हे फेरफार वरील समीकरणांत केले असतां तें समीकरण उपांत्य भागाकारास लागू पडतें. तें समीकरण असें:—

अंत्य भागाकारांतील लब्धि (उपांत्य भागाकारांतील भाज्य – उपांत्य भागाकारांतील हर × उपांत्य भागाकारांतील भाग) + क्षेप = उपांत्य भागाकारांतील हर × अंत्य भागाकारांतील क्षेपतुल्य कुट्टक.

∴ अंत्य भागाकारांतील लब्धि × उपांत्य भागाकारांतील भाज्य + क्षेप = उपांत्य भागाकारांतलि हर × (अंत्य भागाकारांतील कुट्टक + अंत्य भागाकारांतील लब्धि × उपांत्य भागाकारांतील भाग). या समिकरणावरून हें उघड होईल कीं, उपांत्य भागाकारांतील भाज्य, भाजक व पूर्वीचाच दृढक्षेप यांसंबंधानें अंत्य भागाकारांतील लब्धिच कुट्टक असून (अंत्य भागाकारांतील कुट्टक + अंत्य भागाकारांतील लब्धि × उपांत्य भागाकारांतील भाग) हा राशि लब्धि आहे. अंत्य भागाकारांतील लब्धि अर्थात् क्षेप × अंत्य भागाकारांतील भाग इतकी आहे. येथें क्षेप धनात्मक असल्यामुळें पूरक काढण्याची जरूर नाहीं.

याप्रमाणें कोणत्याही विशिष्ट भागाकारांतील लब्धि म्हणजेच त्याच्या उपरितन भागाकारांतील कुट्टक, व त्या लब्धीस त्या उपरितन भागाकारांतील भागानें गुणून त्या गुणाकारांत त्या विशिष्ट भागाकारांतील कुट्टक मिळविला असतां त्या उपरितन भागाकारांतील लब्धि तयार होते, असें आढळून येईल. यावरून कुट्टक काढण्याचा नियम येणेंप्रमाणें निघतो:—

दृढ हरानें दृढ भाज्यास भागावें; बाकी उरेल तिनें दृढ हरास भागावें; याप्रमाणें बाकी १ उरेपर्यंत परस्परभाजन करावें; बाकी एक उरली म्हणजे क्रमानें आलेले भाग त्याच क्रमानें एकाखालीं

एक मांडून ठेवावे, व त्यांखालीं क्षेपक व ० हे अंक मांडावे; नंतर या सर्व अंकांतील उपांत्य अंकानें त्याच्या वरील अंकास गुणून गुणाकारांत अंत्य अंक मिळवावा; व तो वरील अंक पुसून त्याचे ठिकाणीं ती बेरीज मांडावी; व अंत्य अंकही पुसून टाकावा. नंतर त्या बेरजेनें तिच्या वरील अंकास गुणून गुणाकारांत उपांत्य अंक मिळवावा; व बेरीज येईल ती प्रथम आलेल्या बेरजेच्या वर त्या स्थानीं असलेला अंक पुसून मांडावी; व उपांत्य अंकही पुसून टाकावा. याप्रमाणें अखेरपर्यंत चालूं द्यावें. शेवटीं ज्या दोन संख्या उरतील त्यांस अनुक्रमें हर व भाज्य यांनीं सारखा भाग लावून भागावें. जे शेष उरतील ते भागाकारांची संख्या सम असून क्षेप धन असल्यास किंवा भागाकारांची संख्या विषम असून क्षेप ऋण असल्यास अनुक्रमें कुट्टक व लब्धि होत. अन्यथा त्या शेषांचे पूरक कुट्टक व लब्धि होतात.

वरील उदाहरणांत आलेले भाग, दृढक्षेप व ० एकाखालीं एक मांडिल्यास खालीं डाव्या बाजूस मांडिलेली वल्लि येते; व वर वर्णिलेली कृति केल्यास उजव्या बाजूस मांडिलेली वल्लि येते.

१	१५
१	९
२	६
३	
०	

उत्तरोक्त वल्लींतील ९ ही उपांत्य संख्या हीच ३२ हा भाज्य, १९ हा हर व ३ हा धनशेष किंवा ऋणक्षेप यांसंबंधानें किंवा या संख्यांस साधारण भाजकानें गुणून येणाऱ्या संख्यांसंबंधानें कुट्टक होय; व १५ ही लब्धि होय. शेष ऋण किंवा क्षेप धन असल्यास

(भागसंख्या विषम असल्यामुळें) ९ ही संख्या दृढहरांतून म्हणजे १९ मधून वजा करावी; शेष १० रहातो; तोच कुट्टक होय; व (३२–१५) म्हणजे १७ ही लब्धि होय.

कुट्टकासंबंधाच्या समीकरणाच्या प्रत्येक पक्षांत भाज्य × हर या राशीची वाटेल तितकी पट मिळविल्यास किंवा वजा केल्यास त्याचें खालीं दिल्याप्रमाणें रूपांतर होतें:—

भाज्य (कुट्टक ± हर × का) ± क्षेप = हर (लब्धि ± भाज्य × का)

यावरून कुट्टक व लब्धि यांत अनुक्रमें हर व भाज्य यांस कोणत्याही एका संख्येनें गुणून आलेल्या संख्या मिळविल्यास किंवा वजा केल्यास त्याच भाज्यहरक्षेपांसंबंधानें नवे नवे कुट्टक व लब्धि तयार होतात, हें उघड होईल. कुट्टकांच्या अनेकत्वामुळें त्यांस अनंत कृत्यें म्हणतात.

भाज्य व हर यांस व (त्यामुळें क्षेपासही) एखादा साधारण दृढभाजक असतां कुट्टक कसा काढावयाचा याचें साधन येथवर सांगितलें. अशा भाज्यहरक्षेपांच्या कुट्टकलब्धि त्यांच्या दृढरूपांच्या कुट्टकलब्धींइतक्याच असतात.

क्षेपक व हार यांस साधारण दृढभाजक असून तो दृढभाजक भाज्यास जर साधारण नसेल तर—

$$\text{लब्धि} = \frac{\text{भाज्य} \times \text{कुट्टक} \pm \text{दृढभाजक} \times \text{दृढक्षेप}}{\text{दृढभाजक} \times \text{दृढहार}}$$

$$= \frac{\dfrac{\text{भाज्य} \times \text{कुट्टक}}{\text{दृढभाजक}} + \text{दृढक्षेप}}{\text{दृढहार}}$$

. आतां दृढभाजक भाज्यास

साधारण नसल्यामुळें व $\dfrac{\text{भाज्य} \times \text{कुट्टक}}{\text{दृढभाजक}}$ हा राशि पूर्णांकात्मक असल्यामुळें (तसा नसल्यास समीकरणाचा उजवीकडील पक्ष अपूर्णांकच होईल.) तो दृढभाजक कुट्टकांतही असला पाहिजे. म्हणून—

$$\text{लब्धि} = \frac{\text{भाज्य} \times \text{दृढ कुट्टक} \pm \text{दृढक्षेप}}{\text{दृढहार}}$$

यावरून असा नियम निघतो कीं, भाज्य, दृढक्षेप व दृढहार यांस अनुक्रमें भाज्य, क्षेप व हार समजून जो दृढकुट्टक येईल त्यास दृढभाजकानें गुणिलें असतां त्यांच्या अदृढ रूपांचा कुट्टक येतो; व जी लब्धि येईल तीच त्यांच्या अदृढ रूपांची लब्धि समजावी.

भाज्य व क्षेपक यांस साधारण दृढभाजक असून तो दृढभाजक हारास साधारण नसल्यास—

$$\text{लब्धि} = \frac{\text{दृढभाजक} \; (\text{दृढभाज्य} \times \text{कुट्टक} \pm \text{दृढक्षेप})}{\text{हार}}$$

येथें ज्याअर्थी दृढभाजक व हार हे परस्परांप्रत दृढ आहेत (म्हणजे त्यांस साधारण दृढभाजक नाहीं) त्याअर्थी (दृढभाज्य × कुट्टक ± दृढक्षेप) या राशीस हाराचा निःशेष भाग जातो. या भागास दृढलब्धि म्हणूं.

$$\therefore \text{लब्धि} = \frac{\text{दृढभाजक} \; (\text{दृढभाज्य} \times \text{कुट्टक} \pm \text{दृढक्षेप})}{\text{हार}}$$

$$= \text{दृढभाजक} \times \text{दृढ लब्धि}.$$

येथें दृढभाज्य व दृढक्षेप यांचा जो कुट्टक तोच त्यांच्या अदृढ रूपांचा आहे. लब्धि मात्र निराळी आहे. हाच प्रकार खालील

या काटकोनाचे क च प, व प च अ, हे अनुक्रमें ६० व ३० अंशांचे दोन विभाग करणारी च प ही रेषा काढिली असतां प च क, व अ प च हे अनुक्रमें सममुज व समद्विभुज त्रिकोण होतात; आणि अ प ही रेषा च प या रेषेबरोबर तसेंच च प ही रेषा प क या रेषेबरोबर होते, व यामुळें अ प ही रेषा प क या रेषेबरोबर होते; म्हणजे सबंध अ क ही त्रिज्यातुल्य रेषा क च या रेषेच्या म्हणजे ३० अंशांच्या भुजज्येच्या दुप्पट होते.

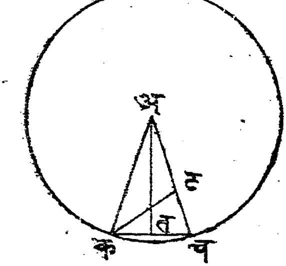
३० अंशांच्या भुजज्येचा वर्ग त्रिज्यावर्गांतून वजा करून शेषाचें वर्गमूळ काढिलें असतां त्या अंशांची कोटिज्या म्हणजे ६० अंशांची भुजज्या येते.

$$\text{भुजज्या } ६०^{\circ} = \sqrt{\text{त्रिज्या}^{२} - \text{त्रिज्या}^{२}} = \sqrt{\tfrac{३}{४}\,\text{त्रिज्या}^{२}} = \frac{\text{त्रिज्या}\sqrt{३}}{२}$$

४५ अंशांची भुजज्या व कोटिज्या परस्परतुल्य असतात. त्यामुळें $\text{भुजज्या}^{२}\ ४५^{\circ} = \text{त्रिज्या}^{२} - \text{भुजज्या}^{२}\ ४५^{\circ}$.

$$\therefore \text{भुजज्या } ४५^{\circ} = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या}२}{२}} = \frac{\text{त्रिज्या}}{\sqrt{२}}$$

१८ अंशांची भुजज्या काढावयाची रीत अशीः—



क अ च हा कोण ३६ अंशांचा आहे अशी कल्पना करूं. क च या रेषेवर अ त हा लंब सोडिला असतां क अ त हा कोण १८ अंशांचा होतो; आणि क च ही रेषा क त च्या दुप्पट होते.

क च = २ भुजज्या १८°.

अ क च आणि अ च क यांपैकीं प्रत्येक कोण ७२ अंशांचा आहे.

अ क च हा कोण बरोबर दुभागणारी क ट ही रेषा काढा.

आतां ज्याअर्थी ट अ क आणि ट क अ हे कोण प्रत्येकीं ३६° चे व परस्परतुल्य आहेत, त्याअर्थीं अ ट = क ट. त्याचप्रमाणें क च ट आणि क ट च हे कोण तुल्य असल्यामुळें क ट = क च ∴ अ ट = क च. अ क च व क ट च हे त्रिकोण परस्परांशीं तुल्यकोण आहेत; म्हणून अ च : क च :: क च (म्हणजे क ट) : च ट. परंतु अ च ही त्रिज्या आहे; क च = २ भुजज्या १८°; आणि च ट = अ च − अ ट = त्रिज्या − २ भुजज्या १८°; त्याअर्थीं त्रिज्या : २ भुजज्या १८° :: २ भुजज्या १८° : त्रिज्या−२ भुजज्या १८°.

$$\therefore \text{भुजज्या } १८^\circ = \frac{\sqrt{५ \text{ त्रिज्या}^२} - \text{त्रिज्या}}{४}$$

कोणाची भुजज्या माहित असली म्हणजे त्याच्या कोटीची भुजज्या काढितां येते, हें वर आलें आहेच. एका कोणाच्या भुजज्येवरून इतर कोणांच्या भुजज्या काढण्याच्या आणखीही रीती आपल्या ज्योतिष्यांनीं दिल्या आहेत. त्या अशा :—

$$(१) \quad \text{कोणार्धभुजज्या} = \frac{\sqrt{\text{कोणभुजज्या}^२ + \text{कोणोत्क्रमज्या}^२}}{२}$$

$$(२) \quad \text{,,} \quad = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{कोणोत्क्रमज्या}}{२}}$$

पाश्चात्य त्रिकोणमितीप्रमाणें $\text{कोटिज्या}_{\text{अ}} = १ - २ \text{ भुजज्या}^२_{\frac{\text{अ}}{२}}$

किंवा $\text{भुजज्या}\frac{\text{अ}}{२} = \sqrt{\frac{१-\text{कोटीज्या अ}}{२}}$

$= \frac{\sqrt{\text{भुजज्या}^{२}\text{अ} + (१-\text{कोटिज्या अ})^{२}}}{२}$

पाश्चात्यांचा मानदंड १ असून त्याच्या जोडीस भारतीयांची त्रिज्या असते हें लक्षांत ठेविल्यास हीं दोन समीकरणें वरील भारतीय समीकरणांशीं उलट क्रमानें तुल्य आहेत हें उघड होईल.

वरील समीकरणांच्या साह्यानें १८ अंशांच्या भुजज्येवरून ३६ अंशांची भुजज्या काढितां येते. कारण कोटिज्या ७२° = भुजज्या १८°; त्यामुळें,

$\text{भुजज्या } ३६^{\circ} = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या} \times (\text{त्रिज्या} - \text{भुजज्या } १८^{\circ})}{२}}$

$\text{परंतु भुजज्या } १८^{\circ} = \frac{\sqrt{५ \text{ त्रिज्या}^{२}} - \text{त्रिज्या}}{४}$

$\text{म्हणून भुजज्या } ३६^{\circ} = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या}^{२} \text{ त्रिज्या} \times \frac{\sqrt{५ \text{ त्रिज्या}^{२}} - \text{त्रिज्या}}{४}}{\sqrt{२}}}$

$= \sqrt{\frac{५ \text{ त्रिज्या}^{२} - \sqrt{५ \text{ त्रिज्या}^{४}}}{\sqrt{८}}}$

$= \text{त्रिज्या} \sqrt{\frac{५-\sqrt{५}}{८}}$

वर दिलेलीं समीकरणें फार उपयोगाचीं आहेत. कारण त्यांवरून कोणत्याही कोणाच्या किंवा त्याच्या कोटीच्या भुजज्येवरून त्याच्या अर्धाची भुजज्या निघते.

(३) $\text{भुजज्या}\left(\frac{९०^\circ + \text{अ}}{२}\right) = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या}^२ + \text{त्रिज्या} \times \text{भुजज्या अ}}{२}}$

हें समीकरण पाश्चात्य गणितानें खालीं लिहिल्याप्रमाणें सिद्ध करितां येतें:—

$\text{भुजज्या}\left(\frac{९०^\circ + \text{अ}}{२}\right) = \text{भुजज्या}\left(४५^\circ + \frac{\text{अ}}{२}\right)$

$= \frac{१}{\sqrt{२}}\left(\text{भुजज्या}\ \frac{\text{अ}}{२} + \text{कोटिज्या}\ \frac{\text{अ}}{२}\right)$

आतां ज्याअर्थी $\text{भुजज्या}^२ \frac{\text{अ}}{२} + \text{कोटिज्या}^२ \frac{\text{अ}}{२} = १,$

आणि $२\ \text{भुजज्या}\ \frac{\text{अ}}{२}\ \text{कोटिज्या}\ \frac{\text{अ}}{२} = \text{भुजज्या अ}$, त्याअर्थी

$\text{भुजज्या}^२ \frac{\text{अ}}{२} + \text{कोटिज्या}^२ \frac{\text{अ}}{२} + २\ \text{भुजज्या}\ \frac{\text{अ}}{२}\ \text{कोटिज्या}\ \frac{\text{अ}}{२}$ अथवा

$\left(\text{भुजज्या}\ \frac{\text{अ}}{२} + \text{कोटिज्या}\ \frac{\text{अ}}{२}\right)^२ = १ + \text{भुजज्या अ},$

व $\text{भुजज्या}\ \frac{\text{अ}}{२} + \text{कोटिज्या}\ \frac{\text{अ}}{२} = \sqrt{१ + \text{भुजज्या अ}}$

$\therefore \text{भुजज्या}\left(४५^\circ + \frac{\text{अ}}{२}\right) = \frac{१}{\sqrt{२}} \sqrt{१ + \text{भुजज्या अ}}$

हें वरील भारतीय सारणीचें पाश्चात्य रूप आहे.

(४) $\text{भुजज्या}\left(\frac{९०^\circ - \text{अ}}{२}\right) = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या}^२ - \text{त्रिज्या} \times \text{भुजज्या अ}}{२}}$

या सारणीची उपपत्तिही वरच्यासारखचि आहे.

(५) $\text{भुजज्या}\ \frac{\text{अ} - \text{ब}}{२} =$

$$\frac{\sqrt{(\text{भुजज्या अ}-\text{भुजज्या ब})^2+(\text{कोटिज्या अ}-\text{कोटिज्या ब})^2}}{२}$$

उजवीकडील राशीच्या अंशाचा वर्ग (पाश्चात्य रीतीनें मांडल्यास) $=२\left\{१-\text{कोटिज्या}\,(\text{अ}-\text{ब})\right\}=४\ \text{भुजज्या}^२\,\frac{\text{अ}-\text{ब}}{२}$

$\therefore$ उजवीकडील राशि=भुजज्या $\frac{\text{अ}-\text{ब}}{२}$

ही सारणीही फार उपयुक्त आहे. दोन कोणांच्या भुजज्या व कोटिज्या माहित असल्यास हिच्या आधारानें त्यांपासून त्या दोहोंच्या अंतरार्धाची भुजज्या निघते.

(६) भुजज्या (कोटि–भुज)=त्रिज्या$-\frac{२\ \text{भुजज्या}^२\,(\text{भुज})}{\text{त्रिज्या}}$

भुज अ या अक्षरानें दर्शविल्यास या सारणींतील डावीकडील राशि=भुजज्या$\left\{(९०^\circ-\text{अ})-\text{अ}\right\}$= भुजज्या $(९०^\circ-२\text{अ})$ =कोटिज्या २ अ=१–२ भुजज्या^{२} अ. हें भारतीय सारणींतील उजवीकडील राशीचें पाश्चात्य रूप झालें.

(७) भुजज्या (अ + ब)$=\frac{\text{भुजज्या अ कोटिज्या ब}}{\text{त्रिज्या}}+\frac{\text{कोटिज्या अ भुजज्या ब}}{\text{त्रिज्या}}$

(८) भुजज्या (अ–ब) $=\frac{\text{भुजज्या अ कोटिज्या ब}}{\text{त्रिज्या}}-\frac{\text{कोटिज्या अ भुजज्या ब}}{\text{त्रिज्या}}$

या दोन सारण्या भुजज्या (अ $\pm$ ब)= भुजज्या अ कोटिज्या ब $\pm$ भुजज्या ब कोटिज्या अ, या प्रसिद्ध पाश्चात्य सारण्यांचीं

रूपांतरें होत. या सारण्या पाश्चात्यांच्या पूर्वी आपणांस ज्ञात झाल्या होत्या.

वरील (७) या सारणीवरून—

$$\text{भुजज्या } २ \text{ अ} = \text{भुजज्या } (\text{अ} + \text{अ}) = \frac{२ \text{ भुजज्या अ कोटिज्या अ}}{\text{त्रिज्या}}$$

वाटेल त्या कोणाची भुजज्या काढण्यास सोपें जावें म्हणून भारतीय ज्योतिष्यांनीं एका काटकोनाचे एका अंशास एक याप्रमाणें ९०, किंवा ३।।। अंशांस एक याप्रमाणें २४ सारखे भाग करून त्यांच्या भुजज्या काढिल्या आहेत. ज्या कोणाची भुजज्या साधावयाची तो अशा ठरींव कोणांपैकीं नसून आडनीड असल्यास त्याहून कमी व अधिक व परस्परांपासून अनुक्रमें १ किंवा ३।।। अंशांच्या अंतरावर असलेल्या दोन जवळजवळच्या ठरींव कोणांच्या भुजज्यांच्या अंतराचें अनुक्रमें १ व ३।।। अंशांशीं काय प्रमाण पडतें, तें पाहून त्यापासून त्या आडनीड कोणाची भुजज्या काढितात. या ठरींव कोणांपैकीं एखाद्याची भुजज्या माहीत असल्यास तिजवरून त्या कोणाहून १ किंवा ३।।। अंशांनीं कमी किंवा अधिक असलेल्या कोणाची भुजज्या खालील सारण्यांनीं काढितां येतेः—

$$(९)\ \text{भुजज्या } (\text{अ} + १^\circ) = \frac{६५६८}{६५६९}\text{ भुजज्या अ} + \frac{१०}{५७३}\text{ कोटिज्या अ.}$$

$$(१०)\ \text{भुजज्या } (\text{अ} - १^\circ) = \frac{६५६८}{६५६९}\text{ भुजज्या अ} - \frac{१०}{५७३}\text{ कोटिज्या अ.}$$

$$(११)\ \text{भुजज्या } (\text{अ} + ३^\circ\text{।।।}) = \frac{४६६}{४६७}\text{ भुजज्या अ} + \frac{१००}{१५२९}\text{ कोटिज्या अ.}$$

$$(१२)\ \text{भुजज्या } (\text{अ} - ३^\circ\text{।।।}) = \frac{४६६}{४६७}\text{ भुजज्या अ} - \frac{१००}{१५२९}\text{ कोटिज्या अ.}$$

या सारण्या (७) व (८) या सारण्यांवरून काढिल्या आहेत. उजवीकडील राशींतील $\frac{१५६८}{६५६९}$ व $\frac{४६६}{४६७}$ हे अपूर्णांक अनुक्रमें १ व ३॥। अंशांच्या त्रिज्याभक्त कोटिज्या आहेत; व $\frac{१०}{५७३}$ व $\frac{१००}{१५२९}$ हे अपूर्णांक त्याच अंशांच्या त्रिज्याभक्त भुजज्या आहेत.

(१३) भुजज्या $\left\{ (\text{का}+१)\times ३^{\circ}\frac{३}{४} \right\}$ =भुजज्या (का $\times$ ३ $\frac{३}{४}$)+ भुजज्या $३^{\circ}\frac{३}{४} - \frac{१}{२२५}$ (भुजज्या $३^{\circ}\frac{३}{४}$ + भुजज्या $७^{\circ}\frac{१}{२}$ + भुजज्या $११^{\circ}\frac{१}{४}$..................भुजज्या (का $\times$ $३^{\circ}\frac{३}{४}$)

या सारणीची उपपत्ति येणेंप्रमाणें आहे:—

भुजज्या अ —भुजज्या ० = $त_१$ अशी कल्पना करूं. त्याचप्रमाणें

भुजज्या २ अ —भुजज्या अ = $त_२$.

भुजज्या ३ अ — भुजज्या २ अ = $त_३$.

....

भुजज्या (का $\times$ अ) — भुजज्या (का — १) अ = $त_{का}$.

भुजज्या (का + १) अ — भुजज्या (का $\times$ अ) = $त_{का + १}$.

आतां $त_१ - त_२$ = २ भुजज्या अ — भुजज्या २ अ

$$= \frac{\text{२ भुजज्या अ त्रिज्या— २ भुजज्या अ कोटिज्या अ}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{\text{२ उत्क्रमज्या अ} \times \text{भुजज्या अ}}{\text{त्रिज्या}}$$.याचप्रमाणें—

$$त_२ - त_३ = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या}_{अ} \times \text{भुजज्या } २ अ}{\text{त्रिज्या}}$$

$$त_३ - त_४ = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या}_{अ} \times \text{भुजज्या } ३ अ}{\text{त्रिज्या}}$$

....

$$त_{का} - त (का + १) = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या}_{अ} \text{ भुजज्या } (का \times अ)}{\text{त्रिज्या}}$$

वरील सर्व समीकरणांतील उजव्या पक्षांची बेरीज व डाव्या पक्षांची बेरीज घेतली असतां,

$$त_१ - त (का + १) = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या}_{अ}}{\text{त्रिज्या}} [\text{भुजज्या}_{अ} + \text{भुजज्या}_{२अ}$$

$$+ \text{भुजज्या } ३ अ \ldots\ldots\ldots \text{भुजज्या } (का \times अ)]$$

वरील समीकरणांत $त_१$ व त (का + १) यांच्या किंमती घातल्या असतां—

$$\text{भुजज्या}_{अ} + \text{भुजज्या } (का \times अ) - \text{भुजज्या } (का + १) अ =$$

$$\frac{२ \text{ उत्क्रमज्या } अ}{\text{त्रिज्या}} \{ \text{भुजज्या}_{अ} + \text{भुजज्या } २ अ \ldots \text{भुजज्या}(का \times अ) \}$$

$$\therefore \text{भुजज्या } (का + १) अ = \text{भुजज्या } (का \times अ) + \text{भुजज्या}_{अ}$$

$$- \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या } अ}{\text{त्रिज्या}} \{ \text{भुजज्या}_{अ} + \text{भुजज्या}२अ \ldots \text{भुजज्या}(का \times अ) \}$$

येथें $अ = ३^{\circ}\frac{३}{४}$, व $\frac{२ \text{ उत्क्रमज्या}_{अ}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{१}{२३३\cdot५}$

वरील समीकरणांत $\frac{१}{२३३.५}$ हाच राशि स्थूल रूपानें $\frac{१}{२२५}$ दिला आहे. हें समीकरण सूर्यसिद्धांतांतील आहे.

३°।।।, ७°।।, ११°।, १५° याप्रमाणें २४ कोणांच्या भुजज्या, लागोपाठ येणाऱ्या भुजज्यांचीं अंतरें, उत्क्रमज्या व त्यांमधील अंतरें सिद्धांतशिरोमणीवरून खालीं दिलीं आहेत:—

(येथें त्रिज्या ३४३८ समजावी.)

भुजज्या:—२२५, ४४९, ६७१, ८९०, ११०५, १३१५, १५२०, १७१९, १९१०, २०९३, २२६७, २४३१, २५८५, २७२८, २८५९, २९७७, ३०८४, ३१७७, ३२५६, ३३२१, ३३७२, ३४०९, ३४३१, ३४३८.

भुजज्यांमधील अंतरें:—२२४, २२२, २१९, २१५, २१०, २०५, १९९, १९१, १८३, १७४, १६४, १५४, १४३, १३१, ११८, १०७, ९३, ७९, ६५, ५१, ३७, २२, ७.

उत्क्रमज्या:—७, २९, ६६, ११७, १८२, २६१, ३५४, ४६१, ५७९, ७१०, ८५३, १००७, ११७१, १३४५, १५२८, १७१९, १९१८, २१२३, २३३३, २५४८, २७६७, २९८९, ३२१३, ३४३८.

उत्क्रमज्यांमधील अंतरें:—२२, ३७, ५१, ६५, ७९, ९३, १०७, ११८, १३१, १४३, १५४, १६४, १७४, १८३, १९१, १९९, २०५, २१०, २१५, २१९, २२२, २२४, २२५.

वर भुजज्या व उत्क्रमज्या चोवीस चोवीस दिल्या असोन त्यांमधील अंतरें अर्थात् तेवीस तेवीस दिलीं आहेत. ज्याअर्थी उ-

त्क्रमज्या=त्रिज्या−कोटिज्या, त्याअर्थीं वरील उत्क्रमज्यांवरून कोटिज्याही काढितां येतात. उत्क्रमज्यांमधील अंतरें हींच कोटिज्यांमधील अंतरें होत. वर अंतरें दिलीं आहेत तीं आडनीड कोणांच्या भुजज्या व कोटिज्या काढण्याचे कामीं उपयोगी पडतात. भुजज्यांमधील जीं अंतरें आहेत तींच उलट क्रमानें उत्क्रमज्यांचीं किंवा पर्यायानें कोटिज्यांचीं आहेत. याचें कारण हेंच कीं, भुजज्या$_{अ}$ या राशीचें तारतम्य (Differential Coefficient) कोटिज्या$_{अ}$ हें असतें, व कोटिज्या (९०−अ) म्हणजे भुजज्या$_{अ}$ च असल्यामुळें तिचें तारतम्यही तितकेंच असतें. येथें भुजज्येचें तारतम्य या शब्दाचा अर्थ भुजज्येच्या वृद्धिवेगाचें कोणाच्या वृद्धिवेगाशीं जें गुणोत्तर असतें तें, असा समजावा.

आतांपर्यंत भुजज्यासाधनाच्या ज्या रीति दिल्या आहेत, त्यांत कोणत्या तरी एका कोणाच्या भुजज्येचें ज्ञान गृहीत धरिलें आहे. नुसत्या कोणाच्या किंमतीवरून भुजज्या साधण्याची पाश्चात्य सारणी येणेंप्रमाणें आहेः—

(येथें 'का' म्हणजे विवक्षित कोणाची पाश्चात्य चापीयमापनपद्धतीनें किंमत असें समजावें.)

$$\text{भुजज्या का} = \text{का} - \frac{\text{का}^{३}}{\underline{|३}} + \frac{\text{का}^{५}}{\underline{|५}} \cdots\cdots\cdots$$

उजवीकडील राशि एक अनंत श्रेणि आहे. $\underline{|३}$, $\underline{|५}$ यांस गणितांत परंपरित ३, परंपरित ५, (परंपरित हा शब्द इंग्रजींतील Factorial या शब्दाच्या अर्थीं योजिला आहे.) असें म्हणतात; व यांच्या किमती अनुक्रमें ३ × २ × १ व ५ × ४ × ३ × २ × १ या आहेत. असो. आपणांस ज्या कोणाची भुजज्या काढा-

वयाची असेल, त्याला 'या' ही संज्ञा व त्याच्या कोटीस 'का' ही संज्ञा आहे असें समजा. आतां ९० अंशांची चापीय मानानें किंमत १.५७०८ असते; म्हणून वरील समीकरणांत 'का' बद्दल (१.५७०८ – या) हा त्याचा पर्याय घालून दोन्ही पक्षांचें 'या' च्या मानानें तारतम्य काढिल्यास व त्यांतील राशींचीं चिन्हें बदलल्यास त्या समीकरणाचें असें रूपांतर होतें:—

$$\text{भुजज्या या} = १ - \frac{(१.५७०८-\text{या})^{२}}{२} + \frac{(१.५७०८-\text{या})^{४}}{४\times३\times२\times१}$$

उजवीकडील पक्षांतील फक्त पहिले दोन राशिच घेतल्यास—

$$\text{भुजज्या या} = \frac{२-२.४६७४१-\text{या}^{२}+३.१४१६\,\text{या}}{२}$$

$$= \frac{२-२.४६७४१-\text{या}\,(३.१४१६-\text{या})}{२}$$

ही सुमाराची किंमत झाली. भारतीय ज्योतिष्यांनीं स्थूल साधनांत यांतील [या (३.१४१६–या)] या चल राशीशीं भुजज्येस तुल्य मानिलें आहे. गणेश दैवज्ञांनीं ग्रहलाघवांत रविमंदफल साधितांना १०० ही त्रिज्या मानून जें ज्यासाधन केलें आहे, तें याच रीतीस अनुसरून आहे. या रविमंदफलसाधनांत कोणांतील अंशांस ९ नें भागून जें फल येतें, तें २० मधून वजा करून येणाऱ्या संख्येस त्याच फलानें गुणिलें असतां जी संख्या येते, तिला १०० या त्रिज्येच्या मानानें त्या कोणाची भुजज्या मानिलें आहे. येथें कोणांतील अंशांस ९ नें भागिल्यामुळें ३.१४१६ च्या स्थानीं साहजिकच २० ही संख्या आली आहे. या रीतीनें जी भुजज्या येते ती अर्थात् स्थूल असून अल्प कोणासंबंधानें वास्तविक भुजज्येपेक्षां सव्वापटीनेंही मोठी येते. या

साधनांत ९० अंशांचे ९, ९ प्रमाणें जे १० भाग होतात, त्याच्या वास्तविक भुजज्यांत या रीतीनें पडणारीं अंतरें खालीं दिलीं आहेत:—

४$\frac{१}{२}$, ६, ५$\frac{१}{२}$, ५$\frac{१}{४}$, ९, ३, २, १, $\frac{१}{४}$ व ०. या अंतरानें मंद-फलांत पडणारें अंतर बहुतांशीं नाहींसें करण्यासाठीं, मंदफल-साधनार्थ भुजज्येस वास्तविकपणें जो भाजक कल्पिला पाहिजे त्याच्या $\frac{४}{५}$ भाजक कल्पून वरील रीतीनें येणाऱ्या भुजज्येस ९ नें भागून येणारा भाग त्या भाजकांत मिळवावा, असा नियम केला आहे. एकंदरींत हें मंदफलसाधन फारच चातुर्याचें आहे, यांत संशय नाहीं.

गोलीय भूमिति व त्रिकोणमिति.

भारतीय ज्योतिष्यांना विशेषेंकरून भास्कराचार्यांना गोलाचें ज्ञान उत्तम प्रतीचें होतें, हें या निबंधाच्या पहिल्या भागावरून उघड होईल. त्रिज्यावृत्ताच्या दोन याम्योत्तरवृत्तांना (त्रिज्यावृत्ताचा मध्यबिंदु व उत्तर व दक्षिण बिंदूंमधून जाणाऱ्या वृत्तास त्या त्रिज्यावृत्ताचें याम्योत्तरवृत्त म्हणतात.) त्या त्रिज्या-वृत्ताच्या उत्तर किंवा दक्षिण बिंदूपाशीं काढिलेल्या स्पर्श-रेषांमध्यें जो कोण होतो, त्या कोणाचा चाप त्या याम्योत्तर-वृत्तांमध्यें त्रिज्यावृत्ताचा जो चाप असतो तत्तुल्य असतो, हा गोलीय भूमितीचा सिद्धांत त्यांना माहीत असून त्याचा त्यांनीं पदोंपदीं उपयोग केलेला आहे. त्यांच्या गोलीय त्रिकोणमितीचा पाया याच सिद्धांतावर आहे म्हटलें तरी चालेल. वर वर्णिलेल्या स्पर्शरेषांशीं समांतर बाजू असणारे तुल्यकोण काटकोन त्रिकोण त्या याम्योत्तरवृत्तांच्या सांध्यामध्यें सांधून त्यांपासून निरनिराळ्या

द्युज्यावृत्तांवरील भुजज्यांचे परस्परांशीं किंवा त्रिज्यावृत्तावरील भुजज्यांशीं असणारे संबंध त्यांनीं काढिले आहेत. याप्रमाणें निरनिराळ्या पातळ्यांतील सरल रेषांचे संबंध वरील गोलीय भूमितीच्या सिद्धांताच्या आधारें व एकाच पातळींतील सरल रेषांचे संबंध सरलरेषीय भूमितीच्या पूर्वोक्त सिद्धांतांच्या आधारें काढून त्यांनीं गोलावरील वाटेल त्या त्रिकोणाच्या वाटेल त्या भुजाची किंवा कोणाची किंमत पाश्चात्यांच्याइतकीच सूक्ष्म काढिली आहे. भास्कराचार्यांचें गोलावर विलक्षण प्रभुत्व होतें. त्यांनीं पूर्वींच्या ग्रंथांमधील गोलीय भुज किंवा कोण साधण्याच्या रीतींत अनेकदां चुका दाखवून त्या दुरुस्त केल्या आहेत.

शून्यलब्धि.

शून्यलब्धिगणितापैकीं भुजज्येची शून्यलब्धि कोटिज्यातुल्य असते, हा सिद्धांत भारतीय ज्योतिष्यांस माहित असून त्याचा त्यांनीं अनेक प्रसंगीं उपयोग केला आहे, हें वर सांगितलेंच आहे. या सिद्धांताची अतज्ज्ञांकरितां येथें थोडीशी फोड केली पाहिजे. क्ष हा राशि चल आहे, अशी कल्पना करा. या राशीनें घटित असे क्ष + २, २ क्ष, $\frac{\text{क्ष}}{२}$, $\text{क्ष}^{२}$, $\sqrt{\text{क्ष}}$, भुजज्या क्ष इत्यादि अनेक राशि होतात. त्यांस 'क्ष' चे विस्तार किंवा प्रपंच (Function) म्हटल्यास चालेल. 'क्ष' या मूल राशींत अत्यंत अल्प फरक झाला म्हणजे या विस्ताररूप राशींतही फरक पडतो. या फरकांचें गुणोत्तर म्हणजेच शून्यलब्धि किंवा तारतम्य (Differential Coefficient). आजपर्यंत या अर्थी शून्यलब्धि हा एकच शब्द योजण्यांत येत असे; पण त्यापेक्षां तारतम्य हा शब्द अधिक सरस आहे असें वाटतें. ही संज्ञा योजीत गेल्यास तें गुणोत्तर $\frac{\text{शू.ज्ञ}}{\text{शू.क्ष}}$ या कर्णकटु संकेतानें दर्शवावें न लागतां $\frac{\text{तज्ञ}}{\text{तक्ष}}$ या कर्णमधुर

संकेतानें दाखवितां येईल. या गुणोत्तरव्यंजक परिभाषेंत ‘ त ’ हें अक्षर ‘ तर ’ व ‘ तम ’ यांतील आद्याक्षर असून, त्या शब्दांनीं मूलराशि व विस्ताररूप राशि यांत पडणारीं अंतरें अनुक्रमें चांगलीं व्यक्त होतात. शून्यलब्धि या शब्दानें व्यक्त होणारा अर्थ ‘ उपचयवेग ’ किंवा ‘ अपचयवेग ’ या शब्दानेंही व्यक्त होण्यासारखा आहे. पण या शब्दांनीं शून्यलब्धीच्या विशेष प्रकारांचा बोध होतो. दोहोंचा समावेश ज्या शब्दांत होईल, अशा एका शब्दाचे अभावीं या निबंधांत ‘ तारतम्य ’ या शब्दाचाच उपयोग केला आहे. असो;

भुजज्येचें तारतम्य $\frac{\text{त भुजज्या क्ष}}{\text{त क्ष}}$ हें असून, या संज्ञेचा

अर्थ $\frac{\text{भुजज्या (क्ष + अ)}-\text{भुजज्या क्ष}}{\text{अ}}$ हा आहे. (येथें ‘अ’ म्हणजे अत्यंत अल्प कोण असें समजावें.) हें गुणोत्तर (म्हणजे दोन अल्पांतर कोणांच्या भुजज्यांमधील अंतराचें त्या कोणांतील अंतराशीं प्रमाण) कोटिज्यातुल्य म्हणजे त्रिज्येचें कोटिज्येशीं जें प्रमाण असतें तत्तुल्य असतें. वर चोवीस कोणांच्या भुजज्यांमधील व उत्क्रमज्यांमधील जीं अंतरें दिलीं आहेत, त्यांचीं अनुक्रमें कोटिज्यांशीं व भुजज्यांशीं तुलना केल्यास या सिद्धांताची सत्यता निदर्शनास येणार आहे. भारतीय ज्योतिष्यांनीं या सिद्धांताचा कारणपरत्वें बऱ्याच वेळां उपयोग केला आहे. उदाहरणार्थ,त्यांचें दिनगतिसाधन पहावें. ग्रहाची मंदस्पष्ट दिनगति म्हणजे त्याच्या लागोपाठ दोन दिवसांच्या मंदस्पष्ट स्थानांतील अंतर. त्याचें कोणत्याही दिवशीं जें मंदस्पष्ट स्थान असतें तें मध्यम स्थान व मंदफल यांनीं घटिल असतें. दोन दिवसांच्या मंदस्पष्ट स्थानांतील अंतर

म्हणजे मध्यम गति व दोन दिवसांच्या मंदफलांतील अंतर यांची बेरीज होय. आतां सुमाराचें मंदफल= $\frac{\text{परममंदफलज्या} \times \text{केंद्रभुजज्या}}{\text{त्रिज्या}}$.

म्हणून प्रथमदिनीय व द्वितीयदिनीय मंदफलांतील अंतर = $\frac{\text{परममंदफलज्या}}{\text{त्रिज्या}}$ × (द्वितीयदिनीयकेंद्रज्या – प्रथमदिनीय केंद्रज्या). कंसांतील राशि हा दोन अल्पांतर कोणांच्या भुजज्यांमधील अंतर दर्शवितो. त्याची किंमत (त्रिज्या : प्रथमदिनीयकेंद्रकोटिज्या : : दोन दिवसांच्या केंद्रांतील कलात्मक अंतर: त्या केंद्रांच्या भुजज्यांमधील अंतर) या प्रमाणावरून काढावी, व तिला $\frac{\text{परममंदफलज्या}}{\text{त्रिज्या}}$ नें गुणून फलांत मध्यम गति मिळवावी; म्हणजे मंदस्पष्ट दिनगति येते. वरील सिद्धांताचा उमज चांगला पडावा म्हणून दिनगतिसाधनाची येथें पुनरुक्ति केली आहे.

याप्रमाणें पाश्चात्य गणितांतील अनेक सिद्धांत भारतीय ज्योतिष्यांस माहित होते खरे. पण त्यांचें उपपत्तीकडे तितकें लक्ष्य नव्हतें हें कबूल केलें पाहिजे. त्यांच्या दृष्टीनें गणितशास्त्राची किंमत साध्य म्हणून नसून फलज्योतिषादि शास्त्रांचें साधन म्हणून होती, असें दिसतें.

या निबंधांत कांहीं स्थलीं विवेचनाच्या ओघांत अनेक राशींचीं तारतम्यें काढिलीं आहेत. तीं स्थलें चांगलीं समजावीं म्हणून येथें पाश्चात्य गणितांतील तारतम्यसाधनाचे कांहीं नियम देतों.

१:—स्थिर राशीचें तारतम्य शून्य असतें.

२:—क्ष या चल राशीचें तारतम्य १ हें असतें.

३:—एकमेकांशीं धन किंवा ऋण चिह्नानीं संबद्ध असलेले विस्ताररूप राशि मिळून जो एक संकरात्मक राशि होतो, त्याचें तारतम्य त्या सर्व राशींचीं पृथक् पृथक् तारतम्यें काढून त्यांची त्यांच्या त्यांच्या चिह्नांप्रमाणें बेरीज किंवा वजाबाकी केल्यानें सिद्ध होतें. या नियमानें क्ष^{३} + क्ष^{२} −३ क्ष याचें तारतम्य ३ क्ष^{२} + २ क्ष−३ हें होतें.

४:—एकमेकांशीं गुणाकाराच्या चिह्नानीं संबद्ध असलेल्या अनेक विस्ताररूप राशि मिळून जो एक संसृष्टिरूप राशि तयार होतो त्याचें तारतम्य काढावयाचें असल्यास त्यांतील प्रत्येक राशीचें तारतम्य इतर राशींनीं गुणून त्या सर्व गुणाकारांची बेरीज करावी.

या नियमानें क्ष^{२} चें म्हणजे (क्ष × क्ष) चें तारतम्य १ × क्ष + १ × क्ष म्हणजे २ क्ष निघतें; क्ष^{३} चें ३ क्ष^{२} निघतें; यासंबंधीं सामान्य नियम असा आहे कीं, अशा संख्यांच्या शिरोभागीं जी संख्या असेल तिला क्ष चा गुणक करावें, व त्या संख्येंतून १ कमी करून येईल ती संख्या शिरोभागीं मांडावी.

याच नियमानें $\frac{\text{त}\,(\text{क्ष} \times \text{भुजज्या क्ष})}{\text{तक्ष}}$ याची किंमत भुजज्या क्ष + क्ष कोटिज्या क्ष ही येते.

(९) एका विस्ताररूप राशीचा भिन्नजातीय विस्तार होऊन जो विकासरूप राशि उत्पन्न होतो, त्याचें तारतम्य काढावयाचें झाल्यास प्रथमोक्त सबंध राशीस चल समजून त्याच्या मानानें त्याच्या द्वितीय विस्ताराचें तारतम्य काढावें, व त्यास प्रथमोक्त राशीच्या तारतम्यानें गुणावें; गुणाकार संपूर्ण राशीच्या तारतम्या-इतका येईल.

या नियमानें $\frac{त\ भुजज्या\ क्ष^2}{त\ क्ष}$ याची किंमत २ क्ष × कोटिज्या क्ष२

ही येते; व $\frac{त\ भुजज्या^2\ क्ष}{त\ क्ष}$ याची किंमत २ भुजज्या क्ष ×

कोटिज्या क्ष ही येते.

६:—ज्या राशीच्या अंशस्थानीं व छेदस्थानीं किंवा त्यांपैकीं एका स्थानीं क्ष चे विस्तार आहेत त्यांचें तारतम्य काढावयाचें झाल्यास अंशाच्या तारतम्यानें छेदास गुणावें व छेदाच्या तारतम्यानें अंशास गुणावें; नंतर द्वितीयोक्त गुणाकार प्रथमोक्त गुणाकारांतून वजा करावा. जें फल येईल त्यास अंशस्थानीं व उद्दिष्ट राशीच्या छेदाच्या वर्गास छेदस्थानीं मांडून, जो राशि येईल तो उद्दिष्ट राशीच्या तारतम्याशीं तुल्य आहे असें समजावें. या नियमानें

$$\frac{त\left(\frac{भुजज्या\ क्ष}{क्ष}\right)}{त\ क्ष}$$ याची किंमत $$\frac{क्ष \times कोटिज्या\ क्ष - भुजज्या\ क्ष}{क्ष^2}$$

ही येते.

(७) भुजज्येचें तारतम्य कोटिज्यातुल्य असतें; व

$$\frac{त\ कोटिज्या\ क्ष}{त\ क्ष} = -भुजज्या\ क्ष.$$

स्पर्शरेषा, कोटिस्पर्शरेषा, छेदनरेषा इत्यादिकांचीं तारतम्यें देण्याचें कारण नाहीं.

विपरीत राशि.

या निबंधांत एक दोन ठिकाणीं विपरीत राशींचा (inverse functions) संबंध आला आहे; सबब त्यांसंबंधानें आवश्यक तेवढी माहिती देऊन हा भाग संपवितों.

भुजज्या$^{\text{१}}$क्ष म्हणजे ज्या कोणाची भुजज्या क्ष आहे तो कोण, असा संकेत पाश्चात्य गणकांनीं केला आहे; तोच या निबंधांतही स्वीकारिला आहे. दोन कोणांची बेरीज तिसऱ्या कोणाच्या बरोबर असल्यास त्या तिसऱ्या कोणाच्या भुजज्येची किंमत त्या दोन कोणांच्या भुजज्यांच्या रूपांत किती होते हें कधीं कधीं काढावें लागतें. त्याची रीत अशीः—

$\overline{\text{भुजज्या}}^{\text{१}}\text{क्ष} = \overline{\text{भुजज्या}}^{\text{१}}\text{य} + \overline{\text{भुजज्या}}^{\text{१}}\text{ज्ञ}.$

असें समजा कीं, $\overline{\text{भुजज्या}}^{\text{१}}\text{य} = \text{अ}$, व $\overline{\text{भुजज्या}}^{\text{१}}\text{ज्ञ} = \text{ब}.$

अर्थात्च $\text{य} = \text{भुजज्या अ}$, व $\text{ज्ञ} = \text{भुजज्या ब}.$

आतां $\overline{\text{भुजज्या}}^{\text{१}}\text{क्ष} = \overline{\text{भुजज्या}}^{\text{१}}\text{य} + \overline{\text{भुजज्या}}^{\text{१}}\text{ज्ञ} = \text{अ} + \text{ब}.$

दोन्ही पक्षांच्या भुजज्या घेतल्यास—

$$\text{क्ष} = \text{भुजज्या}_{\text{अ}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{ब}} + \text{भुजज्या}_{\text{ब}}\ \text{कोटिज्या}_{\text{अ}} =$$

$$\text{भुजज्या}_{\text{अ}}\sqrt{\text{१} - \text{भुजज्या}^{\text{२}}\,\text{ब}} + \text{भुजज्या}_{\text{ब}}\sqrt{\text{१} - \text{भुजज्या}^{\text{२}}\,\text{अ}}$$

$$= \text{य}\sqrt{\text{१-ज्ञ}^{\text{२}}} + \text{ज्ञ}\sqrt{\text{१-य}^{\text{२}}}.$$

वर दिलेलीं साधनें लक्ष्यांत ठेविल्यास पहिल्या, दुसऱ्या व तिसऱ्या भागांतील विवेचन पूर्णपणें समजेल अशी उमेद आहे. त्रिकोणमितींतील सिद्धांतांचें वर जें विस्तृत विवेचन केलें आहे, त्याचा हेतुही अतज्ज्ञांस हा निबंध समजणें सुलभ जावें हाच आहे.

हा पुरवणीरूप ४ था भाग वाचकांनीं प्रास्ताविक समजून प्रथम वाचावा व नंतर पहिले तीन भाग वाचावे, अशी विनंति आहे.

समाप्त.

परिशिष्ट १ लें.

देशांतर.

पृथ्वीवरील स्थानांमधील पूर्वपश्चिम अंतरें कळावींत म्हणून हल्लीं ग्रीनिचमधून जाणारी दक्षिणोत्तररेषा ही मध्यरेषा कल्पिण्यांत येते. प्राचीन काळीं भारतीय ज्योतिषी लंका, उज्जयिनी, कुरुक्षेत्र इत्यादिकांवरून ध्रुवावर (उत्तरध्रुवास पूर्वीं मेरुपर्वत हें नांव असे) जाणाऱ्या रेषेस मध्यरेखा मानीत; व या रेखेच्या व पृथ्वीवरील इष्ट स्थानावरून जाणाऱ्या दक्षिणोत्तररेषेच्या दरम्यान जीं योजनें असतात, त्यांस योजनात्मक देशांतर म्हणत. हीं योजनें म्हणजे ध्रुवांपासून ९० अंशांच्या अंतरावर असणाऱ्या निरक्षदेशीय त्रिज्यावृत्ताशीं समांतर व त्या इष्ट स्थानामधून जाणारें असें जें लघुवृत्त असतें, त्यावरीलच होत. या वृत्ताचा परिधि त्रिज्यावृत्ताच्या परिधीस $\frac{\text{इष्टस्थानीय अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$ नें गुणून तयार होतो. या परिधींस अनुक्रमें स्फुट व मध्यम परिधि म्हणतात. स्फुट परिधि : ६० घटिका : : मध्यरेखास्वपुरांतरयोजनें : घटिकात्मक देशांतर, ह्या त्रैराशिकाच्या साहाय्यानें घटिकात्मक देशांतर निघतें. इतक्या घटिकांनीं मध्यरेखेवरील स्थानाच्या पूर्वीं किंवा नंतर इष्ट स्थानींचा सूर्योदय होतो. या घटिकांस ६ नें गुणिल्यास मध्यरेखा व इष्ट स्थान यांमधील रेखांश येतात.

परिशिष्ट २ रें.

पलात्मक चर.

पाश्चात्य ज्योतिषाप्रमाणें—

चरज्या = अक्षांशस्पर्शरेषा × क्रांतिस्पर्शरेषा.

$$= \frac{\text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \times \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

(अक्षांश व क्रांति हीं फार मोठीं नसल्यास भुजज्येची वाढ कोणाच्या वाढीशीं व कोटिज्या त्रिज्येशीं तुल्यप्राय असल्यामुळें)

$$\text{कालांशात्मक चर} = \frac{\text{अक्षांश} \times \text{क्रांत्यंश}}{५७\cdot३} \text{ (सुमारानें)}$$

ज्याअर्थीं पृथ्वीची स्वप्रदक्षिणा १० पळांस १ अंश याप्रमाणें असते त्याअर्थीं—

$$\text{पलात्मक चर} = \frac{\text{अक्षांश} \times \text{क्रांत्यंश}}{५७\cdot३} \times १० \text{ (सुमारानें)}$$

(कोटिज्या त्रिज्येपेक्षां कमी मानिल्यास)

$$= \frac{\text{अक्षांश} \times \text{क्रांत्यंश}}{६} \text{ (सुमारानें)}$$

यावरून केरोपंती ग्रहसाधनाच्या कोष्टकांत असा नियम दिला आहे कीं, अक्षांश व क्रांत्यंश यांच्या गुणाकारास ६ नें भागिल्यास सुमाराचें पलात्मक चर निघतें.

परिशिष्ट ३ रें.

द्वादश भाव.

पृथ्वीवरील कोणत्याही स्थळाचें क्षितिजवृत्त व याम्योत्तरवृत्त हीं तेथील समवृत्ताचीं याम्योत्तरवृत्तें होत; म्हणजे हीं दोन्हीं वृत्तें त्या समवृत्ताच्या (व त्या स्थलाच्याही) दक्षिणोत्तरबिंदूंमधून जातात. याम्योत्तरवृत्ताच्या प्रत्येक बाजूस क्षितिजापर्यंत ३०–३० अंशांच्या अंतरांवर अशींच दक्षिणोत्तरबिंदूंमधून जाणारीं दोन दोन वृत्तें काढितां येतील. हीं चार वृत्तें व पूर्वोक्त दोन वृत्तें यांनीं समवृत्ताचे तुल्य द्वादश भाग होतात. समवृत्ताप्रमाणें क्रांतिवृत्तही महावृत्तांपैकींच असल्यामुळें तीं दोन वृत्तें नेहमीं एकमेकांस दोन बिंदूंत छेदितांना दिसतात. या दोहोंपैकीं समवृत्त नेहमीं स्थिर असतें. परंतु क्रांतिवृत्त विषुववृत्ताशीं कायमचेंच खिळल्यासारखें असल्यामुळें विषुववृत्ताच्या दैनंदिन भ्रमणामुळें क्रांतिवृत्ताचेंही भ्रमण होतें; व त्याचे व समवृत्ताचे छेदनबिंदु समवृत्तावर पूर्वेकडून पश्चिमेकडे भ्रमण करीत एका नाक्षत्र दिवसांत समवृत्ताची प्रदक्षिणा पुरी करितात. याप्रमाणें कोणत्याही इष्ट कालीं क्षितिजादि सहा वृत्तें क्रांतिवृत्ताच्या भिन्न भिन्न १२ स्थानांतून जातात. हीं स्थानें परस्परांपासून सारख्या अंतरांवर नसतात, व तीं क्षणोक्षणीं बदलत असतात. या स्थानांस भाव म्हणतात. यांपैकीं लग्न हें प्रथम भाव व याम्योत्तरलग्न दशम भाव होय. या भावांचा क्रम अर्थात् पश्चिमेकडून पूर्वेकडे असतो. यांपैकीं लग्नाचें व याम्योत्तरलग्नाचें साधन या निबंधांत आलेंच आहे.

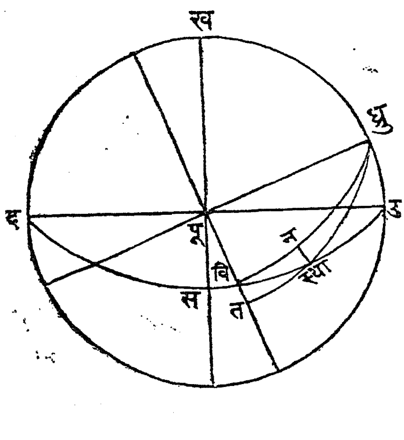
निरक्ष देशांत उत्तरबिंदु तोच ध्रुव, समवृत्त तेंच विषुववृत्त व क्षितिज तेंच उन्मंडल असल्यामुळें केवळ निरक्षोदयांच्या साहाय्यानें लग्नसाधन करितात. परंतु साक्ष देशांत ध्रुव उत्तरबिंदूच्या वर, विषुववृत्त समवृत्ताच्या व क्षितिज उन्मंडलाच्या खालीं अक्षांश-तुल्य अंतरावर असल्याकारणानें लग्नसाधन करितांना सायन राशींच्या उदयखंडांस चरखंडांचा संस्कार करून स्वदेशोदय आणितात, व त्यांपासून सायन लग्न व त्यांपासून निरयन लग्न काढितात. याम्योत्तरलग्न साधितांना उदयखंडांस चरसंस्कार न देतां निरक्ष देशांतल्याप्रमाणें केवळ निरक्षोदयांपासूनच सायन व निरयन लग्न काढितात. या अंतराचें कारण असें कीं, उत्तरबिंदु व ध्रुव यांपासून याम्योत्तरलग्नावरून जाणारीं सूत्रें निरक्ष देशांतल्या-प्रमाणेंच एकावर एक पडतात; त्यांजमध्यें मुळींच कोण नसतो; यामुळें क्रांतिवृत्ताचें कोणतेंही खंड याम्योत्तरवृत्तावरून जाण्यास निरक्ष देशांतल्याइतकाच वेळ लागतो. परंतु त्या दोन बिंदूंपासून क्षितिजस्थ लग्नावर जाणाऱ्या सूत्रांमध्यें अक्षवलनतुल्य कोण असतो. या कोणावरून चर निघतें. त्याच दोन बिंदूंपासून लग्नाच्या समवृत्तीय स्थानावर म्हणजे पर्यायानें पूर्वबिंदूवर दोन सूत्रें नेल्यास त्यांमध्यें अक्षांशतुल्य कोण असतो. त्यापासूनही चर काढितां येतें. हें चर प्रत्येक सायन राशीस निरनिराळें असतें; अर्थात् प्रत्येक राशीस क्षितिजाच्या वर येण्यास निरक्ष देशांतल्या-पेक्षां कमीअधिक वेळ लागतो.

लग्नांत सहा राशी मिळविल्या म्हणजे सप्तम भाव तयार होतो; व दशम भावांत सहा राशी मिळविल्या म्हणजे चतुर्थ भाव तयार होतो.

उरलेले आठ भाव तयार करणें यापेक्षां जरा अधिक घोंटा-ळ्याचें असतें. दहावा किंवा चवथा भाव साधितांना निरक्षदेशीय उदयांस कांहींच संस्कार द्यावा लागत नाहीं. प्रथम व सप्तम भाव

साधितांना प्रत्येक सायन राशीच्या निरक्षदेशीय उदयकालास त्या राशीच्या जोडीच्या चरखंडाचा अनुक्रमें ऋण व घन संस्कार करावा लागतो; व हें चरखंड अक्षांश व क्रांति या उपकरणांच्या साहाय्यानें साधितां येतें. बाकीचे भाव साधितांना या उपकरणद्वयापैकीं अक्षांशांबद्दल एक निराळाच कोण तयार करावा लागतो. त्यास रा० केतकरांच्या पंचांगांत ध्रुवोन्नतांश म्हटलें आहे. ध्रुवोन्नतांश म्हणजे विषुववृत्तावरील कोणत्याही बिंदूपासून ध्रुव व समबिंदु यांजवर जाणाऱ्या सूत्रांमधील कोण. हा कोण अक्षांश व समवृत्तीय नतांश यांच्या साहाय्यानें निघतो. हा निघाल्यावर यास अक्षांश समजून याच्या व प्रत्येक सायन राशीच्या क्रांतीच्या साहाय्यानें चरखंडें काढावीं; त्यांचा निरक्षोदयांस संस्कार केला म्हणजे क्षितिजाखालील किंवा वरील इष्ट समवृत्तीय नतांशांच्या अंतरावर असणाऱ्या समवृत्तयाम्योत्तरवृत्तावर उदय पावण्यास प्रत्येक राशीस किती काळ लागतो हें येतें. हें साधन खालील आकृतीवरून उघड होईल.

या आकृतींत ध्रु, उ व पू हे अनुक्रमें उत्तर ध्रुव, समबिंदु व पूर्वबिंदु असून पू वि आणि पू स हे अनुक्रमें विषुववृत्ताचा व समवृत्ताचा भाग आहेत. पू उ वि हे क्षितिजाखालील इष्ट समवृत्तीय नतांश (उदाहरणार्थ ३०) असून उ वि हें त्या नतांशांच्या अंतरावरील समवृत्तयाम्योत्तरवृत्त आहे; हें याम्योत्तरवृत्त



विषुववृत्तास वि या बिंदूंत छेदितें. निरक्ष देशांत उ वि हें समसूत्र व ध्रु वि हें ध्रुवसूत्र हीं भिन्न नसतात; परंतु स्थलाच्या अक्षांशां-मुळें त्यांमध्यें ध्रु वि उ या कोणाइतकें अंतर पडलें आहे. या कोणासच ध्रुवोन्नतांश म्हणतात.

हे ध्रुवोन्नतांश ध्रु उ वि या गोलीय त्रिकोणापासून (यांतील ध्रु वि हा चाप काटकोनाचा आहे.) साधितां येतात. या निबंधाच्या प-हिल्या भागांत अयनवलनाचें जें साधन दिलें आहे, त्यांत सायनग्रहको-टीबद्दल समवृत्तीय नतांश (उदाहरणार्थ १२०), परम क्रांतीबद्दल अक्षांश, क्रांतिकोटीबद्दल ९० अंश व अयनवलनाबद्दल ध्रुवोन्नतांश हा बदल केला, म्हणजे ध्रुवोन्नतांशांची सारणी निघते. ती सारणी अशी:—

ध्रुवोन्नतांशज्या=समवृत्तीयनतांशज्या×अक्षज्या.

स्था हें क्रांतिवृत्तीय स्थान असून स्था न हें ध्रुवसूत्र व समसूत्र यांमधील द्युज्यावृत्तीय खंड आहे. त्याच्या जोडीचें वि त हें विषुववृत्तीय खंड ध्रुवोन्नतांशांच्या व न वि या क्रांतीच्या साहाय्यानें काढून त्यापासून पळें काढिलीं म्हणजे चरसदृश पलात्मक संस्कार येतो; व ज्याप्रमाणें चरांपासून चरखंडें काढितात, त्याप्रमाणें सायन राशींपासून उत्पन्न होणाऱ्या या तऱ्हेच्या संस्कारांपासून खंडें काढिलीं म्हणजे भावसाधनाकरितां सायन राशींच्या निरक्षोदयांस द्यावयाचा संस्कार येतो.

निरक्षोदयांस द्यावयाचा हा संस्कार क्षितिजापाशीं महत्तम असतो, व याम्योत्तरवृत्तावर शून्य असतो. पूर्वक्षितिजापाशीं तो ऋण असतो व पश्चिमक्षितिजापाशीं तो धन असतो. इतर भावां-संबंधानें हा संस्कार ते भाव पूर्वक्षितिजास किंवा पश्चिमक्षितिजास अधिक जवळ असतील त्याप्रमाणें अनुक्रमें ऋण व धन असतो.

लग्नसाधनार्थ ज्या इष्ट घटिका असतात त्यांत ९ घटिका मिळविल्या म्हणजे द्वितीयभावसाधनाच्या इष्ट घटिका येतात, व १० घटिका मिळविल्या म्हणजे तृतीयभावसाधनाच्या घटिका येतात. या इष्ट घटिका व उपरिनिर्दिष्ट संस्कृत निरक्षोदय यांच्या साह्यानें सायन सूर्यापासून जें लग्न येईल तेंच अनुक्रमें द्वितीय किंवा तृतीय भाव दाखवील. लग्नसाधनाच्या इष्ट घटिकांत ५ व १० घटिका वजा केल्या म्हणजे अनुक्रमें द्वादश व एकादश भावांच्या साधनार्थ लागणाऱ्या घटिका येतात.

एकादश, द्वादश, द्वितीय व तृतीय या भावांत सहा राशी मिळविल्या म्हणजे अनुक्रमें पंचम, षष्ठम, अष्टम व नवम भाव तयार होतात.

भारतीय फलज्योतिषग्रंथांत जें भावसाधन केलें असतें, तें वरच्याप्रमाणें सूक्ष्म नसतें. कारण त्यांत लग्नापासून क्रांतिवृत्ताचीं जीं चार पदें पडतात त्यांतील कोणतेंही पद घेतलें तरी त्या पदांतील प्रत्येक भावाचा संस्कार सारखाच मानिला आहे; पर्यायानें सांगावयाचें झाल्यास एका पदांत क्रांतिवृत्ताचा जेवढा भाग येतो तेवढा त्या पदांतील तीन भावांमध्यें सारखा विभागिला आहे.

दशम भावापासून लग्नापर्यंत व चतुर्थ भावापासून सप्तम भावापर्यंत प्रत्येक भाव एका राशीहून मोठा असतो, व उरलेल्यांपैकीं प्रत्येक भाव एका राशीहून कमी असतो. याचें निराळें स्पष्टीकरण करण्याची जरूर नाहीं.

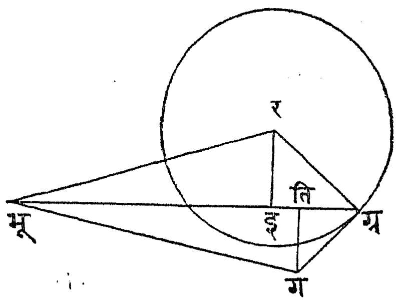
परिशिष्ट ४ थें.

ग्रहांच्या स्पष्ट गति.

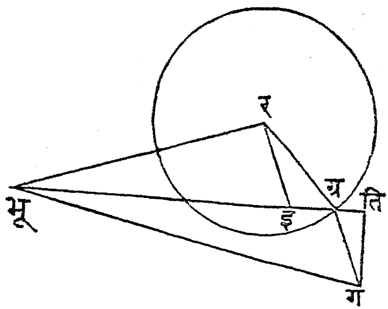
(केरोपंती ग्रहसाधनाच्या कोष्टकांतील.)

आधुनिक ज्योतिषाच्या दृष्टीनें बुध, शुक्र, मंगळ, गुरु व शनि यांपैकीं प्रत्येक ग्रह सूर्याभोंवतीं फिरतो, व पृथ्वी सूर्याभोंवतीं फिरत असल्यामुळें आपणांस सूर्य त्या ग्रहांसह पृथ्वीभोंवतीं फिरतांना दिसतो. याप्रमाणें ग्रहाची स्पष्ट गति दोन गति मिळून झालेली असते. एक त्याची स्वतःची सूर्याभोंवतींची गति व दुसरी सूर्याच्या भासमान गतीमुळें ग्रहासही भासमान होणारी रविगतितुल्य गति. पूर्वोक्त दिनगति प्रत्येक ग्रहाची भिन्न असते. बुधादि ग्रहांच्या दिनगति अनुक्रमें ४ अंश ५ कला, १ अंश ३६ कला, ३१ कला, ५ कला व २ कला आहेत. उत्तरोक्त गति मात्र सर्व ग्रहांस साधारण असते. तिचें मान ५९-१ कला हें आहे. पूर्वोक्त गति सूर्याभोंवतीं असल्याकारणानें तिचा विचार करितांना ग्रहाच्या मंदकर्णास त्रिज्या मानिलें पाहिजे, व उत्तरोक्त गति पृथ्वीभोंवतीं असल्याकारणानें पृथ्वीचा मंदकर्ण म्हणजे तिचें सूर्यापासूनचें अंतर त्रिज्येदाखल समजलें पाहिजे. परंतु स्पष्ट गति काढावयास दोन्हीं गतींचा योग किंवा अंतर काढणें आवश्यक असल्यामुळें त्रिज्या एकच घेतली पाहिजे. भूमंदकर्णास त्रिज्या मानिल्यास सूर्याच्या दिनगतींत कांहीं फरक करावयास नको. परंतु ग्रहांच्या गतींस मात्र ग्रहमंदकर्णांनीं गुणून भूमंदकर्णानें

भागिलें पाहिजे; म्हणजे ते ग्रह पृथ्वीपासून सूर्याइतक्याच अंतरावर असल्यास त्या गतींचीं मानें केवढीं दिसतील तें कळतें. हें अंतर १ धरिल्यास ग्रहमंदकर्ण अनुक्रमें ·३८७१, ·७२३३, १·५२३७, ५·२०२७, ९·५३८८ येतात; व ज्याअर्थीं ग्रह जितका दूर तितकी त्याची गति कमी दिसते, अर्थात् ग्रहमंदकर्णाचा व गतीचा व्यस्त संबंध असतो, त्याअर्थीं भूमंदकर्णाइतक्या अंतरावर गति केवढ्या दिसतील हें काढण्याकरितां वर लिहिल्याप्रमाणें गतींस ग्रहमंदकर्णांनीं गुणिलें पाहिजे. (भूमंदकर्ण १ मानिल्यामुळें भागाकार करण्याची जरूर नाहीं.) याप्रमाणें गुणाकार केला असतां भूस्थ द्रष्ट्यास दिसणाऱ्या कलात्मक गति अनुक्रमें ९५, ६९·५, ४७·९, २६ व १९ या येतात. सूर्याच्या भासमान गतीमुळें ग्रहास उत्पन्न होणारी गति ५९·१ कलाच असते हें वर आलेंच आहे. पण या दोन प्रकारच्या गतींचा योग किंवा अंतर काढण्यापूर्वीं प्रत्येकीस एक एक संस्कार द्यावा लागतो. या संस्काराचें कारण खालील आकृतींवरून उघड होईल.



आकृति १ ली.



आकृति २ री.

दोन्ही आकृतींत पृथ्वी, रवि व ग्रह यांचीं स्थानें अनुक्रमें भू, र व ग्र हीं आहेत. परंतु पहिल्या आकृतींत ग्र ग ही ग्रहगति र ग्र या ग्रहमंदकर्णाशीं काटकोण करणाऱ्या रेषेंत असून ती सूर्यस्थ द्रष्ट्यास मात्र संपूर्ण दिसते. भूस्थ द्रष्ट्यास ती ग ति या रेषेयेवढीच दिसते. दोन्ही गतींचें परस्परप्रमाण ग्र ग ति या काटकोन त्रिकोणांतील ग्र ग व ति ग या बाजूंच्या गुणोत्तराइतकें असतें. कारण ग्रहाची गति त्याच्या कक्षेंतील ग्र या बिंदूपाशीं काढिलेल्या ग्र ग या स्पर्शरेषेच्या दिशेनें असते; परंतु भूस्थ द्रष्ट्यास ती भू ग्र या रेषेस लंबरूप असणाऱ्या ति ग या रेषेयेवढी दिसते; म्हणजे ग्र ग ति या कोणाच्या त्रिज्येचें कोटिज्येशीं जें गुणोत्तर असतें तेंच त्या गतिमानांमध्येंही असतें; व ग्र ग ति व र ग्र इ हे त्रिकोण तुल्यकोण व सरूप असल्यामुळें ग्र ग ति हा कोण र ग्र इ ह्या कोणाशीं म्हणजे शीघ्रफलाशीं तुल्य आहे. दुसऱ्या आकृतींत सूर्याची गति त्याच्या म्हणजे पृथ्वीच्याच मंदकर्णाशीं काटकोन करणाऱ्या र इ या रेषेयेवढी आहे, व तिजमुळें ग्रहास मिळणारी गति त्या रेषेशीं समांतर व तुल्य अशा ग्र ग या रेषेयेवढी आहे; पण ती भूस्थ द्रष्ट्यास भू ग्र या रेषेस

लंबरूप असणाऱ्या ग ति या रेषेयेवढी दिसते; ह्मणजे ग्र ग ति या कोणाच्या त्रिज्या व कोटिज्या यांमध्यें असणाऱ्या गुणोत्तराइतकें त्यांचें गुणोत्तर असतें. ग्र ग ति व र भू इ हे दोन त्रिकोण तुल्य-कोण व सरूप असल्यामुळें ग्र ग ति हा कोण र भू इ या कोणाशीं ह्मणजे इनांतराशीं तुल्य आहे.

म्हणून ग्रहदिनगतीस ग्रहमंदकर्णानें गुणून गुणाकारास शीघ्र-फलकोटिज्येनें गुणावें व त्रिज्येनें भागावें; व रविगतीस इनांतर-कोटिज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागावें. दोन्ही भागाकारांच्या कोटि-ज्यांचीं चिन्हें सरूप किंवा विरूप असतील त्याप्रमाणें त्यांचा योग किंवा अंतर काढावें. उत्तर येईल तें ग्रहाचें पृथ्वीपासून भूमंदकर्णाइतकें अंतर असतां ग्रहस्पष्टगति दाखवील. परंतु ग्रहाचें पृथ्वीपासून अंतर शीघ्रकर्णतुल्य असतें; ह्मणून त्या उत्तरास भूमंदकर्णानें गुणून शीघ्रकर्णानें भागावें, ह्मणजे ग्रहाची शीघ्र-कर्णतुल्य अंतरावरून दिसणारी स्पष्ट गति येते. गति धन आल्यास ग्रह मार्गी, अन्यथा तो वक्री समजावा.

या साधनांत रवीच्या व ग्रहाच्या मांदगतिफलांचा विचार केलेला नाहीं. फक्त शीघ्रोच्चाच्या ह्मणजे रवीच्या व ग्रहाच्या मध्यम गतींचाच विचार केला आहे. म्हणून हें साधन किंचित् स्थूल आहे.

परिशिष्ट ५ वें.

राहु व केतु.

या निबंधाच्या तिसऱ्या भागांत ग्रहणविवेचनांत कलात्मक भूभाबिंबास राहु ह्मटलें आहे. परंतु राहु हा शब्द चंद्रकक्षेच्या

पातांपैकीं ज्यांतून चंद्र स्वकक्षेच्या उत्तरेस जातो त्यासही लावितात. उरलेल्या पातास ह्मणजे ज्यांतून चंद्र स्वकक्षेच्या दक्षिणेस जातो त्यास केतु ह्मणतात. ग्रहणें लागण्यास राहूप्रमाणें केतुही कारणीभूत असतो. परंतु ग्रहणकालीं केतूचा भुज राहूच्या भुजाइतकाच असल्यामुळें केवळ राहूवरूनही ग्रहणें काढितां येतात.

परिशिष्ट ६ वें.

(या निबंधांतील कांहीं पारिभाषिक शब्दांचे इंग्रजी पर्याय.)

अग्रा Sine of amplitude of a rising or setting body.
अंकगणित Arithmetic.
अदर्शन Immersion.
अधिमास, अधिकमास Intercalary month.
अनंत कृत्यें Indeterminate equations.
अयनचलन Precession of the equinoxes.
अयनसूत्र Solstitial colure.
अयनसंधि Solstitial point.
अस्त Setting, heliacal setting.
अस्फुट क्रांति Mean declination.
अस्फुट शर Mean latitude.
अहोरात्रवृत्त Diurnal circle.
इनांतर Elongation.
उच्च Aphelion or the higher apsis of an orbit.
 चंद्रोच्च Apogee or the higher apsis of the moon's orbit.
उत्तर North point of the horizon.
उत्तर ध्रुव North pole.
उत्तर, दक्षिण बिंदु Poles of a circle.
उदय Rising, heliacal rising.
(कालांशात्मक) उदयांतर + मंदफळ Equation of time.
उन्नतांश Altitude.
उन्मंडळ Six O'clock circle.
उपकरणं Argument.

कक्षा Orbit.
कक्षाकेंद्रच्युति Eccentricity of an orbit.
कदंब Pole of the ecliptic.
कर्ण Hypoteneuse, Radius vector.
  मंदकर्ण Radius vector.
  शीघ्रकर्ण Distance of a planet from the earth.
कुट्टकगणित Indeterminate equation of the first degree.
केतु Descending node of the moon's orbit.
केंद्र
  मध्यम मंदकेंद्र } Mean anomaly.
  स्पष्ट मंदकेंद्र True anomaly.
कोटिज्या Cosine.
क्रांति Declination.
  अस्फुट क्रांति Mean declination.
  परम क्रांति Obliquity of the ecliptic.
  स्फुट क्रांति True declination.
क्रांतिकोटि Polar distance.
क्रांतिपात Equinoctial point, node of the equator.
क्रांतिवृत्त Ecliptic.
क्रांतिसूत्र Declination Circle.
क्षितिज Horizon.
क्षेप Latitude.
क्षेपपात Node of an orbit.
खग्रासग्रहण Total eclipse.
खस्वस्तिक Zenith.
गोल Sphere.
गोलसंधि Node of an orbit.
गोलीय त्रिकोणमिति Spherical trigonometry.
ग्रह Planet.
  मध्यम ग्रह Mean heliocentric position of a planet.
  मंदस्पष्ट ग्रह True heliocentric position of a planet.
  स्पष्ट ग्रह Geocentric position of a planet.
ग्रहण Eclipse.
  खग्रासग्रहण Total eclipse.
  चंद्रग्रहण Lunar eclipse.

सूर्यग्रहण Solar eclipse.
ग्रहणसंभव Eclipse limits.
ग्रहयुति Conjunction of planets.
ग्रास Immersion, obscuration.
चंद्रग्रहण Lunar eclipse.
चंद्रनीच Perigee.
चंद्रोच्च Apogee.
चाप Arc.
चापीय मापन Circular measure.
ज्या Chord.
तारतम्य Differential coefficient.
त्रिकोणमिति Trigonometry.
गोलीय त्रिकोणमिति Spherical trigonometry.
सरलरेषीय त्रिकोणमिति Plane trigonometry.
त्रिज्यावृत्त Great circle of a sphere.
त्रिभोन } Nonagesimal.
त्रिभोन लग्न }
दक्षिण South point of the horizon.
दक्षिण ध्रुव South pole.
दर्शन Emersion.
दिगंश Amplitude.
दिगंशकोटि Azimuth.
दृङ्मंडल Vertical circle.
दृङ्मंडलस्थ लंबन Parallax in zenith distance.
द्युज्यावृत्त Small circle of the celestial sphere parallel to the celestial equator.
ध्रुव Pole.
उत्तर ध्रुव North pole.
दक्षिण ध्रुव South pole.
नतकालांश Hour angle.
नतांश Zenith distance.
नति Parallax in latitude.
नीच Perihelion or the lower apsis of an orbit.
चंद्रनीच Perigee or the lower apsis of the moon's orbit.
नीचोच्चवृत्त Epicycle.

पद Quadrant.
परम क्रांति Obliquity of the ecliptic.
परममंदफलज्या Eccentricity.
परम लंबन Horizontal parallax.
परंपरित Factorial.
पश्चिम West point of the horizon.
पात Node of an orbit.
पूर्व East point of the horizon.
प्रतिवृत्त Eccentric.
प्रपंच Function.
बिंब Disc.
बीजगणित Algebra.
भगण Revolution.
भुजज्या Sine.
भूमिति Geometry.
  गोलीय भूमिति Spherical geometry.
  सरलरेषीय भूमिति Plane geometry.
भूव्यास Axis or diameter of the earth.
भेदयुति Occultation.
(सायन) भोग Celestial longitude.
मध्यम ग्रह Mean heliocentric position of a planet.
मध्यम मंदकेंद्र Mean anomaly.
मध्यम शर Heliocentric latitude.
मंदकर्ण Radius vector.
मंदकेंद्र Anomaly.
  मध्यम मंदकेंद्र Mean anomaly.
  स्पष्ट मंदकेंद्र True anomaly.
मंदफल Equation of the centre.
मंदस्पष्ट ग्रह True heliocentric position of a planet.
मोक्ष Emersion.
याम्योत्तरलग्न Culminating point of the ecliptic.
याम्योत्तरवृत्त Meridian circle.
युति Conjunction.
  ग्रहयुति Conjunction of planets.

भेदयुति Occultation.
राशि Zodiacal sign, quantity, function.
राहु Ascending node of the moon's orbit.
लग्न Ascending point of the ecliptic.
लंबन Parallax.
दृङ्मंडलस्थ लंबन Parallax in zenith distance.
परम लंबन Horizontal parallax.
स्पष्ट लंबन Parallax in longitude.
लोप Immersion.
वक्रगति Retrogression, retrograde motion.
वर्गप्रकृतिगणित Indeterminate equation of the second degree.
वसंतसंपात Ascending node of the equator, first point of Aries, vernal equinox.
वित्रिभ, वित्रिभ लग्न } Nonagesimal.
विपरीत राशि Inverse function.
विमंडल Orbit of a planet.
विषुववृत्त Celestial equator, equinoctial.
विषुवांश Right ascension.
विस्तार Function.
शर, अस्फुट शर, } Celestial latitude.
मध्यम शर Heliocentric latitude.
स्फुट शर Rectified latitude.
स्पष्ट शर Geocentric latitude.
शारद संपात Descending node of the equator, first point of Libra, autumnal equinox.
शीघ्रकर्ण Distance of a planet from the earth.
शीघ्रफल Difference between the heliocentric and geocentric positions of a planet.
शून्यलब्धि Differential calculus.
शृंगोन्नति Elevation of a cusp or horn of the crescent moon.
समबिंदु North point of the horizon.
समवृत्त Prime vertical.

सरलरेषीय त्रिकोणमिति Plane trigonometry.
संपात Node of the equator, equinoctial point.
वसंत संपात Ascending node of the equator, first point of Aries, vernal equinox.
शारद संपात Descending node of the equator, first point of Libra, autumnal equinox.
सावन Sidereal, solar.
नक्षत्रसावन किंवा नाक्षत्र Sidereal.
मध्यमसावन Mean sidereal, mean solar.
सूर्यसावन Solar.
स्पष्टसावन True sidereal, true solar.
सूर्यग्रहण Solar eclipse.
स्पष्ट ग्रह Geocentric position of a planet.
स्पष्ट मंदकेंद्र True anomaly.
स्पष्ट लंबन Parallax in longitude
स्पष्ट शर Geocentric latitude.
स्फुट क्रांति True declination.
स्फुट शर Rectified latitude.

वर्णानुक्रमें सूचि.

(शब्दांपुढील अंक निबंधाचे पृष्ठांक होत.)

ओळ.	अशुद्ध.	शुद्ध.
१२	व्यर्तीपात	व्यतिपात
१२	आर्यभट	ब्रम्हगुप्त
१०	सुमारास झाला. पौरुष ...... येते. यानें	सुमारास झाला. यानें
२३	दर वर्षास ?	दर वर्षास १
७	परमक्रांतिकोटिज्या^{२}	परमक्रांतिकोटिज्या^{२})
११	,,	,,
१३	सायनभोगशकोटिज्या^{२}	सायनभोगांशकोटिज्या^{२}
३	अस्फुट भोग	अस्फुट सायन भोग
१९	अस्फट	अस्फुट
१५	ममध्यापासून	भूमध्यापासून
८	शंकचे	शंकूचे
१९	नतांश	नतकालांश
७	ज्योतीचा	सूर्याचा
१७	प ल	प अ
२४	दग्ज्या	दृग्ज्या
	$\left(\dfrac{\text{अक्षज्या}}{\text{अक्षज्या}^{२}+\text{अक्षकोटिज्या}^{२}\times\text{दिग्ज्या}^{२}}\right)^{२}$	$\dfrac{\text{अक्षज्या}^{२}}{\text{अक्षज्या}^{२}+\text{अक्षकोटिज्या}^{२}\times\text{दिग्ज्या}^{२}}$
	$\left(\dfrac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षज्या}^{२}+\text{अक्षकोटिज्या}^{२}\times\text{दिग्ज्या}^{२}}\right)^{२}$	$\dfrac{\text{क्रांतिज्या}^{२}}{\text{अक्षज्या}^{२}+\text{अक्षकोटिज्या}^{२}\times\text{दिग्ज्या}^{२}}$
	तिथींत गत	तिथींत या प्रमाणावरून निघणारीं गत
	षरम मंदफलांतही	परम मंदफलांतही
	उ मा	ऊ मा
	,,	,,
	कर्क्यादि षट्कांत	द्वितीय व तृतीय पदांत (हीं पदें प्रतिवृत्त मानाचीं समजावीं.)
	$१३^{\circ}\frac{१}{२}$	$१३^{\circ}\frac{१}{३}$
	परमफलज्यार्धचा प	परमफलज्यार्धचाप
	अथवा	अन्यथा
	भोगांश	क्षेत्रांश
	अ क च	अ च क
	$\sqrt{\text{त्रिज्या}^{२} - - \text{त्रिज्या}^{२}}$	$\sqrt{\text{त्रिज्या}^{२} - \frac{१}{४}\,\text{त्रिज्या}^{२}}$
	− या (३·१४१६ − या)	+ या (३·१४१६ − या)
६	मंदफलसाधनार्थ भुजज्येस	परममंदफलसाधनार्थ त्रिज्येस
	$\frac{४}{५}$ भाजक कल्पून	$\frac{-}{५}$ भाजक भुजज्येस कल्पून
	मिळवावा	वजा करावा